

**ОПТИЧЕСКАЯ ГИЛЬБЕРТ-ДИАГНОСТИКА
ДИНАМИЧЕСКИХ СТРУКТУР В ГАЗОВЫХ ПОТОКАХ***

В. А. Арбузов¹, Ю. Н. Дубнищев¹, Д. А. Герасимов², Д. А. Дружинин²

¹*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, г. Новосибирск
E-mail: dubnistchev@itp.nsc.ru*

²*Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск*

Обсуждается возможность визуализации тонкой структуры оптических неоднородностей в газовых и конденсированных средах методами гильберт-оптики и применение оптической гильберт-фильтрации для исследования ударных волн и динамических возмущений, индуцированных ими в газовой среде.

Введение. Визуализация полей оптической плотности широко применяется для измерения структурных характеристик потоков жидкостей и газов [1]. Чаще всего для исследования оптических неоднородностей используются теневые методы [2–4], основанные на выявлении отклонения световых волн в изучаемой среде и соответственно распределения градиента показателя преломления. Развитие теории линейных систем в оптике [5, 6] позволяет проблеме визуализации полей плотности изучать на основе методов оптической фильтрации и развивать новые направления в диагностике потоков, связанные с применением фурье-оптики и оптического преобразования Гильберта.

Цель данной работы – показать на примере частной задачи исследования возмущений в среде, индуцированных ударной волной, возможности гильберт-фильтрации оптического сигнала в сравнении с классическими методами, основанными на применении амплитудного фильтра в виде ножа Фуко. Интегральные преобразования Гильберта и Фуко составляют фундамент для математического описания методов, связанных в первую очередь с выявлением тонкой структуры полей фазовой оптической плотности, и находят плодотворное применение в экспериментальной гидро- и газодинамике, а также в промышленных технологиях, в которых необходим невозмущающий контроль различных сред.

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 05-02-16896 и № 05-08-50308).

Постановка задачи. Как известно, одномерное преобразование Гильберта определяется сверткой сигнала $s(x)$ с функцией $1/\pi x$:

$$\widehat{s}(x) = s(x) \otimes u(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\xi)}{x - \xi} d\xi.$$

В частотном пространстве оно сводится к умножению фурье-спектра сигнала $s(x)$ на когерентную передаточную функцию гильберт-фильтра

$$G(K_x) = -j \operatorname{sgn} K_x, \quad (1)$$

где K_x – пространственная частота; $\operatorname{sgn} K_x$ – знаковая функция,

$$\operatorname{sgn} K_x = \begin{cases} 1, & K_x > 0, \\ 0, & K_x = 0, \\ -1, & K_x < 0. \end{cases}$$

Важным свойством гильберт-преобразования является ортогональность сигнала и его гильберт-образа. Действительно, используя обобщенную формулу Рэлея [5], имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(x) \widehat{s}^*(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(K_x) \widehat{s}^*(K_x) dK_x = \frac{j}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |s(K_x)|^2 \operatorname{sgn}(K_x) dK_x = 0,$$

что следует из четности пространственно-частотного энергетического спектра $W_s(K_x) = |s(K_x)|^2$. Отсюда в классических теневых методах оптической диагностики возможно получение ортогональной суперпозиции сигнала и его гильберт-образа с фильтром в виде ножа Фуко, когерентная передаточная функция (КПФ) которого имеет вид

$$H(K_x) = \frac{1}{2} [1 + \operatorname{sgn} K_x] = \frac{1}{2} [1 + j(-j \operatorname{sgn} K_x)] = \frac{1}{2} [1 + jG(K_x)].$$

В такой интерпретации классический нож Фуко получил название фильтра Фуко – Гильберта [6]. Он преобразует фурье-спектр светового поля в фурье-спектр аналитического сигнала:

$$s(K_x) H(K_x) = \frac{1}{2} s(K_x) [1 + jG(K_x)] = \frac{1}{2} s(K_x) + j \frac{1}{2} \widehat{s}(K_x) = A(K_x). \quad (2)$$

После выполнения обратного фурье-преобразования для интенсивности аналитического сигнала в координатном пространстве получаем

$$|A(x)|^2 = \frac{1}{2} |s(x) + j\widehat{s}(x)|^2 = \frac{1}{4} \left\{ |s(x)|^2 + |\widehat{s}(x)|^2 + 2|s(x)||\widehat{s}(x)| \sin(\psi_s - \psi_{\widehat{s}}) \right\}, \quad (3)$$

где $s(x) = |s(x)| \exp(j\psi_s)$; $\hat{s}(x) = |\hat{s}(x)| \exp(j\psi_{\hat{s}})$ ($\psi_{\hat{s}}$ и ψ_s – фазы комплексных амплитуд сигнала и его гильберт-образа). Применение комплементарного фильтра Фуко – Гильберта с когерентно-передаточной функцией $\tilde{H}(K_x) = \frac{1}{2}(1 - \text{sgn}K_x)$ дает

$$s(K_x)\tilde{H}(K_x) = \frac{1}{2}s(K_x)[1 - jG(K_x)] = \frac{1}{2}s(K_x) - j\frac{1}{2}\hat{s}(K_x) = \tilde{A}(K_x). \quad (4)$$

Соответственно для интенсивности комплементарного аналитического сигнала в координатной плоскости имеем

$$|\tilde{A}(x)|^2 = \frac{1}{2}|s(x) - j\hat{s}(x)|^2 = \frac{1}{4}\left\{|s(x)|^2 + |\hat{s}(x)|^2 - 2|s(x)||\hat{s}(x)|\sin(\psi_{\hat{s}} - \psi_s)\right\}. \quad (5)$$

Разность выражений (2) и (4) дает с точностью до постоянного множителя фурье-спектр гильберт-сопряженного сигнала:

$$s(K_x)[H(K_x) - \tilde{H}(K_x)] = j\hat{s}(K_x).$$

Разность интенсивностей комплементарных аналитических сигналов (3) и (5) равна с точностью до постоянного множителя их коэффициенту корреляции:

$$|A(x)|^2 - |\tilde{A}(x)|^2 = |s(x)||\hat{s}(x)|\sin(\psi_{\hat{s}} - \psi_s), \quad (6)$$

а сумма – соответственно сумме интенсивностей исходного и гильберт-сопряженного сигналов:

$$|A(x)|^2 + |\tilde{A}(x)|^2 = \frac{1}{2}\left\{|s(x)|^2 + |\hat{s}(x)|^2\right\}. \quad (7)$$

В двумерном случае когерентно-передаточные функции амплитудного квадрантного фильтра Фуко – Гильберта $H(K_x, K_y)$ и комплементарного фильтра $\tilde{H}(K_x, K_y)$ при формировании освещающей объект волны коллиматором с точечным источником могут быть записаны в виде

$$H(K_x, K_y) = \frac{1}{2}(1 + \text{sgn}K_x \cdot \text{sgn}K_y), \quad (8)$$

$$\tilde{H}(K_x, K_y) = \frac{1}{2}(1 - \text{sgn}K_x \cdot \text{sgn}K_y). \quad (9)$$

Для однородного щелевого пространственно-некогерентного источника, ориентированного по оси y , амплитудный квадрантный фильтр (8) эквива-

лентен паре одномерных комплементарных фильтров Фуко – Гильберта с когерентными передаточными функциями

$$\left. \begin{aligned} H(K_x, K_y) \Big|_{K_y > 0} &= \frac{1}{2} (1 + \operatorname{sgn} K_x), \\ H(K_x, K_y) \Big|_{K_y < 0} &= \frac{1}{2} (1 - \operatorname{sgn} K_x). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

При аналогичном щелевом источнике, ориентированном по оси x , получаем для (8) другую эквивалентную пару одномерных комплементарных фильтров:

$$\left. \begin{aligned} H(K_x, K_y) \Big|_{K_x > 0} &= \frac{1}{2} (1 + \operatorname{sgn} K_y), \\ H(K_x, K_y) \Big|_{K_x < 0} &= \frac{1}{2} (1 - \operatorname{sgn} K_y). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Для комплементарного амплитудного квадратного фильтра (9) можно также получить эквивалентные пары одномерных комплементарных фильтров, КПФ которых отличается от (10) и (11) сменой знаков перед функциями $\operatorname{sgn} K_x$ и $\operatorname{sgn} K_y$. Таким образом, комплементарный амплитудный квадратный фильтр при щелевом источнике эквивалентен паре комплементарных одномерных фильтров Фуко – Гильберта. После выполнения обратного фурье-преобразования интенсивность результирующего фильтрованного поля в координатной плоскости пропорциональна интенсивности аналитического сигнала. При этом предполагается, что яркость изображений полуосей щелевого источника в положительной и отрицательной частотных полуплоскостях одинаковая. Разность когерентных передаточных функций (9) и (8) дает КПФ фильтра, выполняющего двумерное преобразование Гильберта:

$$G_q(K_x, K_y) [\tilde{H}_q(K_x, K_y) - H_q(K_x, K_y)] = -\operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y. \quad (12)$$

Квадрантный фазовый фильтр непосредственно реализует при точечном источнике двумерное преобразование Гильберта (12):

$$G_q(K_x, K_y) = -\operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y = \begin{cases} -1, & K_x > 0, K_y > 0, K_x < 0, K_y < 0, \\ 0, & K_x = 0, K_y = 0, \\ 1, & K_x > 0, K_y < 0, K_x < 0, K_y > 0. \end{cases} \quad (13)$$

В таком фазовом фильтре сегмент, содержащий первый и третий квадранты, вносит фазовый сдвиг π относительно сегмента, содержащего второй и четвертый квадранты. Как и в рассмотренных случаях, при щелевом источнике, ориентированном по оси y , квадрантный фазовый фильтр (13) эквивалентен

комплементарной паре одномерных фазовых фильтров Гильберта, КПФ которых имеет вид

$$\left. \begin{aligned} G(K_x, K_y) \Big|_{K_y > 0} &= -\operatorname{sgn} K_x, \\ G(K_x, K_y) \Big|_{K_y < 0} &= \operatorname{sgn} K_x. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Аналогично для горизонтального щелевого источника запишем КПФ в виде

$$\left. \begin{aligned} G(K_x, K_y) \Big|_{K_x > 0} &= -\operatorname{sgn} K_y, \\ G(K_x, K_y) \Big|_{K_x < 0} &= \operatorname{sgn} K_y. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

После выполнения обратного фурье-преобразования отфильтрованного сигнала интенсивность результирующего поля оказывается согласно (14) и (15) пропорциональной интенсивности соответствующего одномерного гильберт-образа.

Из сравнения (2) и (4) с (1), а также (8) и (9) с (12) следует, что одномерный и квадрантный фильтры Фуко – Гильберта не обеспечивают точного одномерного и двумерного преобразований Гильберта. В результате фильтрации Фуко – Гильберта на выходе системы получается суперпозиция гильберт-образа и ортогонального ему фона в виде исходного сигнала, что снижает чувствительность оптической системы. Получение точного гильберт-образа сигнала при амплитудной фильтрации требует двухканальной конфигурации оптической системы, выполняющей прямое и комплементарное преобразования Фуко – Гильберта с последующим вычитанием комплементарных полей.

Экспериментальные результаты по визуализации оптических неоднородностей. Применение фазовых (одномерного или квадрантного) оптических фильтров Гильберта обеспечивает выполнение точного гильберт-преобразования, а также исключение фона, четырехкратное повышение чувствительности по фурье-спектру и шестнадцатикратное – по спектру мощности гильберт-образа.

В качестве иллюстрации результатов приведенного выше анализа на рис. 1 представлены тенеграммы, полученные при исследовании сферических aberrаций объектива Индустар-37 [1] с использованием оптических одномерного (рис. 1, *a*) и квадрантного (рис. 1, *b*) амплитудных фильтров Фуко – Гильберта, гильберт-фильтрации оптического сигнала со щелевым источником (рис. 1, *c*), а также изотропного преобразования Гильберта с

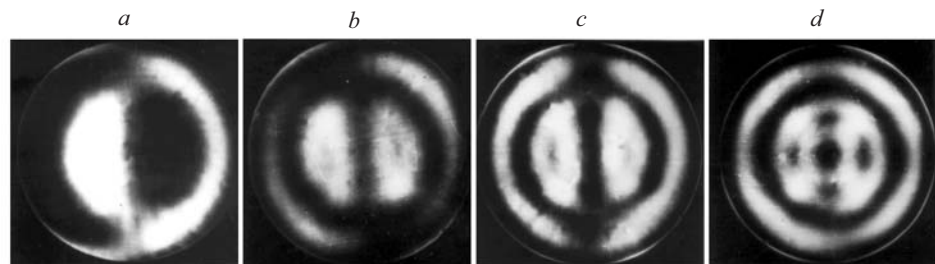


Рис. 1

применением крестовидного источника и квадрантного фазового фильтра (рис. 1, *d*). Хорошо видно, что квадрантный амплитудный фильтр (см. рис. 1, *b*) в сравнении с классическим ножом Фуко исключает в выходном сигнале влияние корреляционной компоненты (β) на распределение интенсивности аналитического сигнала. На рис. 1, *c, d* показано, что оптическая гильберт-фильтрация с применением квадрантного фазового фильтра обеспечивает в сравнении с амплитудным фильтром более высокую чувствительность и контрастность как для щелевого (см. рис. 1, *c*), так и крестовидного (см. рис. 1, *d*) источников и позволяет выявить тонкую структуру в распределении градиента показателя преломления исследуемой среды.

Некоторые результаты эксперимента по визуализации полей оптической плотности динамических возмущений воздушной среды, индуцированных ударной волной, представлены на рис. 2 (время экспозиции 10 мкс). В эксперименте использовалась динамическая ударная труба, содержащая открытый канал с внутренним диаметром 51 мм и камеру давления, разделенные диафрагмой. Камера заполняется сжатым воздухом. Управляемое разрушение диафрагмы при заданном давлении инициирует формирование ударной волны на выходе канала. Для визуализации применяется серийный теневой прибор ИАБ-463 с модифицированной системой оптической фильтрации и вертикально ориентированным щелевым источником освещения. Поле зрения оптической системы ИАБ-463 имеет диаметр 400 мм. Регистрация выполнялась CCD-камерой.

Визуализация ударной волны и индуцированных ею возмущений при использовании амплитудного квадрантного фильтра Фуко – Гильберта представлена на рис. 2, *a*. (Ударная волна формировалась в камере сжатия при давлении 3 атм.) Для сравнения на рис. 2, *b* приведен пример одномерного гильберт-преобразования динамических структур ударной волны при тех же условиях, полученного с помощью оптического фазового квадрантного

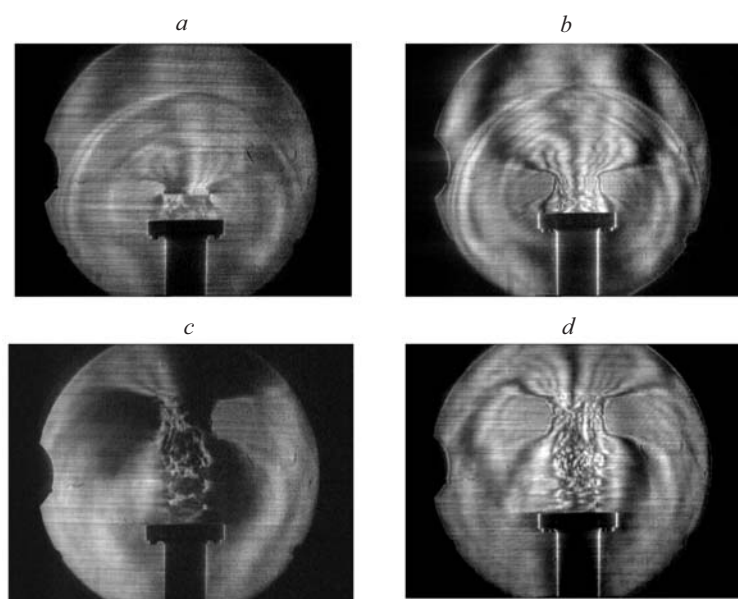


Рис. 2

фильтра Гильберта. Визуализация динамических возмущений, индуцированных ударной волной, в случае фильтрации Фуко – Гильберта показана на рис. 2, *c*. Для сравнения на рис. 2, *d* приведен одномерный гильберт-образ этой же динамической структуры возмущений (см. рис. 2, *b*) при тех же условиях, визуализированный с применением квадрантной оптической гильберт-фильтрации. Рис. 2, *b, d* и рис. 2, *a, c* иллюстрируют качественно новые возможности оптической гильберт-фильтрации по разрешению в сравнении с фильтрацией, основанной на применении амплитудных одномерного и квадрантного ножей Фуко. Повышенная чувствительность при гильберт-фильтрации, как видно из рис. 2, *b, d*, позволяет выявить тонкую динамическую структуру ударной волны и индуцированных ею возмущений в среде распространения.

Заключение. Эффективность методов оптической гильберт-диагностики потоков в газодинамических задачах служит основанием для ее развития и расширения сферы применений в науке и технологиях, связанных с необходимостью невозмущающего контроля полей фазовой оптической плотности в газовых и конденсированных средах.

Авторы выражают благодарность Е. Е. Мешкову за предоставление для экспериментальных исследований ударной трубы и полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубнищев Ю. Н., Арбузов В. А., Белоусов П. П., Белоусов П. Я. Оптические методы исследования потоков. Новосибирск: Сибирское университетское издательство, 2003.
2. Скотников М. М. Теневые количественные методы в газовой динамике. М.: Наука, 1976.
3. Васильев Л. А. Теневые методы. М.: Наука, 1968.
4. Arbuzov V. A., Dubnishchev Yu. N. Real-time coloured visualization of phase flows by schlieren method // Opt. and Laser Technol. 1991. 23, N 2. P. 118.
5. Дубнищев Ю. Н. Теория и преобразование сигналов в оптических системах. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006.
6. Сороко Л. М. Гильберт-оптика. М.: Наука, 1981.

Поступила в редакцию 26 июля 2006 г.