

**МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**

УДК 681.518.2

**ФУНКЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КЛАСТЕРНОГО
ОДНОВИТКОВОГО ВИХРЕТОКОВОГО ДАТЧИКА ***

Б. К. Райков, Ю. Н. Секисов, В. В. Тулупова

Институт проблем управления сложными системами РАН, г. Самара

E-mail: sekisov@iccs.ru

Рассматривается семейство функций преобразования кластерного одновиткового вихретокового датчика в виде зависимостей индуктивностей датчика от координат смещений торцов лопаток (лопастей). Разработана упрощенная модель электромагнитного взаимодействия чувствительных элементов и имитатора объекта – прямоугольной пластины, обеспечивающая получение семейства функций преобразования в аналитическом виде. Приведены результаты расчета семейства функций преобразований, полученные для заданных геометрических параметров объекта измерения, датчика и направлений токов его чувствительных элементов.

Введение. В процессе работы газотурбинного двигателя (ГТД) торцы лопаток в компрессоре и турбине, торцы лопастей винтовентилятора (ВВ) совершают многокоординатные смещения, связанные с упругими и термическими деформациями элементов конструкций. Информация о координатах смещений, получаемая при экспериментальных исследованиях ГТД, в частности информация о радиальных смещениях (радиальных зазорах (РЗ) между торцами лопаток (лопастей) и статором (статорной оболочкой ВВ)), вызывает повышенный интерес у разработчиков ГТД, поскольку РЗ определяют экономичность и надежность двигателей.

Для измерения многокоординатных смещений торцов лопаток применяются кластерные методы, предусматривающие использование группы одновитковых вихретоковых датчиков (ОВТД) с чувствительным элементом (ЧЭ) в виде отрезка проводника [1, 2]. ОВТД в составе кластера (группы датчиков) размещают в установочных отверстиях статора (статорной оболочки) с определенной ориентацией ЧЭ относительно торцов лопаток, причем число ЧЭ

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 05-08-50185а).

(ОВТД) в кластере равно числу искомым координат смещений. Однако установочные отверстия могут оказать негативное влияние на прочностные свойства статора, и тогда разработчики ГТД стремятся уменьшить число установочных отверстий, а значит, и число ОВТД, что приводит к потере точности.

Уменьшить число установочных отверстий до одного при сохранении точности позволяют так называемые кластерные ОВТД (КОВТД) [3, 4]. В корпусе такого датчика содержится необходимое число ЧЭ, расположенных определенным образом в плоскости датчика, обращенной к объекту, и соединенных безындуктивными тоководами с первичными обмотками согласующих трансформаторов (СТ), через которые осуществляется связь с мостовыми измерительными цепями (ИЦ). В ИЦ используется импульсное питание, а на выходе формируется сигнал в виде напряжения, соответствующего первой производной тока в датчике в момент подачи питания ($t = 0$) [2]. Основная рабочая характеристика КОВТД – семейство функций преобразований (ФП), каждая из которых представляет зависимость индуктивности ЧЭ, приведенной к выходу своего СТ, от координат смещений торца лопатки. Число ФП в семействе равно числу ЧЭ КОВТД.

До последнего времени семейства ФП определялись экспериментальным путем и это затрудняло исследования КОВТД, направленные на совершенствование конструкций и оптимизацию параметров (например, диапазонов измерений и чувствительностей к координатам смещений).

Между тем в работе [5] предложен подход к построению модели электромагнитного взаимодействия элементов конструкции КОВТД с имитатором объекта, обеспечивающей (в предположении одновременного (параллельного) преобразования индуктивностей всех ЧЭ КОВТД) получение семейства ФП в аналитическом виде, наиболее удобном для решения задач оптимизации. В то же время при построении модели был принят ряд допущений, которые при последующем ее использовании в расчетах ФП привели к серьезным расхождениям с результатами эксперимента. Однако эти допущения не повлияли на модель датчика с одним ЧЭ, т. е. на модель, в которой не учитывалось влияние соседних ЧЭ, что соответствует режиму последовательных во времени преобразований индуктивностей ЧЭ.

В данной работе рассматривается упрощенная модель электромагнитного взаимодействия элементов конструкции существующих КОВТД с двумя ЧЭ [4] с имитатором объекта в виде электропроводной плоской пластины, в которой устранены допущения, принятые в [5]. Приведены аналитические выражения ФП, представленные в виде формул, полученных на основе такой модели. Подстановка в формулы числовых значений координат в любом заданном диапазоне смещений имитатора объекта при любых значениях геометрических параметров датчика, имитатора объекта и направлениях тока в ЧЭ позволяет получить искомые ФП предлагаемой разновидности конструкции КОВТД (с двумя ЧЭ).

Функции преобразования. Рассматривается модель электромагнитного взаимодействия датчика, содержащего два ЧЭ [4], с имитатором объекта. Как и в [5], каждый из ЧЭ представляется своим контуром, отдельным контуром представлен имитатор объекта. Предполагается, что напряжение питания от источника импульсного напряжения прямоугольной формы E подается во все контуры ЧЭ одновременно. На рис. 1 изображены КОВТД с двумя ЧЭ (a), его трехконтурная модель (b) и геометрическая модель контуров в системе координат $OXYZ$ (c).

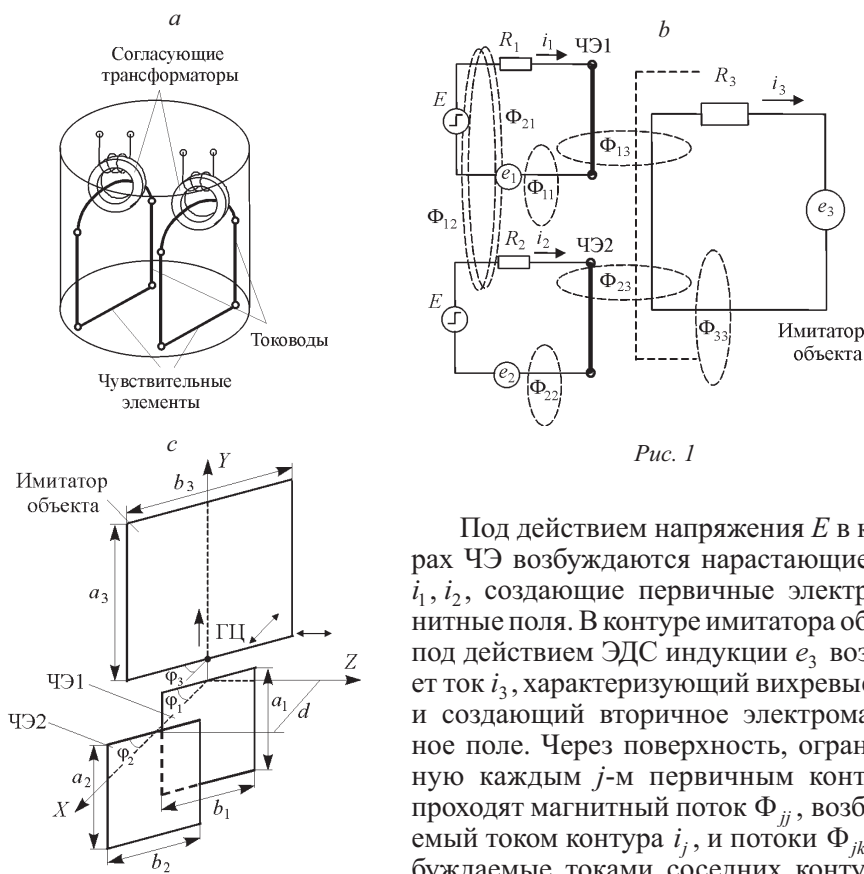


Рис. 1

Под действием напряжения E в контурах ЧЭ возбуждаются нарастающие токи i_1, i_2 , создающие первичные электромагнитные поля. В контуре имитатора объекта под действием ЭДС индукции e_3 возникает ток i_3 , характеризующий вихревые токи и создающий вторичное электромагнитное поле. Через поверхность, ограниченную каждым j -м первичным контуром, проходят магнитный поток Φ_{jj} , возбуждаемый током контура i_j , и потоки Φ_{jk} , возбуждаемые токами соседних контуров i_k ($j=1, 2; k=1, \dots, 3$ и $k \neq j$). Потокосцепление j -го контура Ψ_j определяется полным магнитным потоком

$$\Phi_j = \Phi_{jj} - \sum_{k \neq j} \Phi_{jk} \quad (j=1, 2).$$

Допуская, что параметры электромагнитного поля в пределах каждого контура (см. рис. 1, *c*) не зависят от координат и проводники, образующие контур, являются бесконечно тонкими, по закону Био – Савара можно найти величину индукции магнитного поля \mathbf{B} , которое создает каждая сторона прямоугольного контура в окружающем пространстве. Тогда индукция в произвольной точке пространства определится как векторная сумма индукций от всех проводников, образующих стороны прямоугольного контура. Модуль индукции магнитного поля B , создаваемого прямолинейным проводником с током конечной длины, определяется как [6] (рис. 2, *a*)^{*}

$$B = \frac{\mu}{4\pi r} i (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

* Индукция магнитного поля вычисляется через интеграл по длине проводника, тем самым устраняются упрощающие допущения работы [5], использующие закон Био – Савара для проводника элементарной длины.

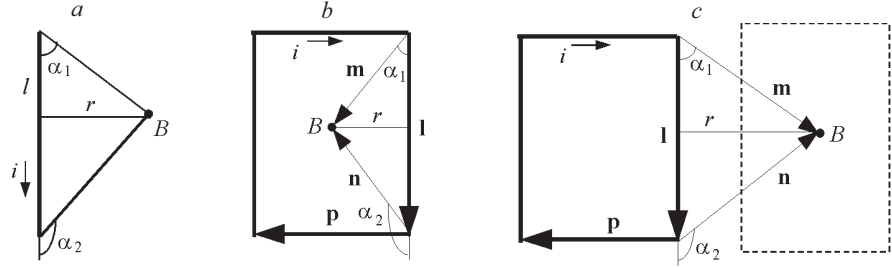


Рис. 2

где r – расстояние от точки, в которой определяется индукция, до проводника; α_1 и α_2 – углы, образованные радиусами-векторами, проведенными в эту точку из начала и конца проводника; μ – магнитная проницаемость.

Аналогичным образом можно определить модуль индукции магнитного поля B от каждого проводника в центре контура, возбуждаемого током этого контура, (рис. 2, b) или в центре соседнего контура, возбуждаемого током соседнего контура, (рис. 2, c). Вычислив косинус угла между векторами \mathbf{l} и \mathbf{m} (\mathbf{l} и \mathbf{n}) через их скалярное произведение $\left(\cos\alpha = \frac{\mathbf{l} \cdot \mathbf{m}}{lm} [7]\right)$, а расстояние r до

проводника l как проекцию вектора \mathbf{m} на направление вдоль вектора \mathbf{p} (см. рис. 2, b, c), модуль индукции B находим по формуле

$$B = \frac{\mu}{4\pi} \frac{i}{m \left(\frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{p}}{mp}\right)} \left(\frac{\mathbf{l} \cdot \mathbf{m}}{lm} - \frac{\mathbf{l} \cdot \mathbf{n}}{ln}\right) = \frac{\mu}{4\pi} K(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}, \mathbf{p}) i, \quad (1)$$

$$\text{где } K(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}, \mathbf{p}) = \frac{\left(\frac{\mathbf{l} \cdot \mathbf{m}}{lm} - \frac{\mathbf{l} \cdot \mathbf{n}}{ln}\right)}{m \left(\frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{p}}{mp}\right)}.$$

Коэффициент $K(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}, \mathbf{p})$ зависит от взаимного расположения векторов $\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}, \mathbf{p}$ и их длин l, m, n, p .

С учетом дистрибутивности векторного произведения [7] магнитный поток первого контура является суммой трех скалярных произведений индукций от токов i_1, i_2, i_3 и площади контура:

$$\Phi_1 = \mathbf{B}_{11} \cdot \mathbf{S}_1 + \mathbf{B}_{12} \cdot \mathbf{S}_1 + \mathbf{B}_{13} \cdot \mathbf{S}_1 = i_1 \frac{\mu}{4\pi} \left(\mathbf{S}_1 \cdot \sum_{j=1}^4 (\mathbf{B}_{11j}^0 K_{11j}) \right) +$$

$$+ i_2 \frac{\mu}{4\pi} \left(\mathbf{S}_1 \cdot \sum_{j=1}^4 (\mathbf{B}_{12j}^0 K_{12j}) \right) + i_3 \frac{\mu}{4\pi} \left(\mathbf{S}_1 \cdot \sum_{j=1}^4 (\mathbf{B}_{13j}^0 K_{13j}) \right),$$

где \mathbf{S}_1 – вектор-нормаль площади контура S_1 ; $\mathbf{B}_{11}, \mathbf{B}_{12}, \mathbf{B}_{13}$ – индукции в центре S_1 от токов i_1, i_2, i_3 соответственно; \mathbf{B}_{ikj}^0 – единичный вектор направления

индукции от j -го проводника k -го контура к центру площадки i -го контура, вычисляемый через нормализацию векторного произведения вектора направления j -го проводника k -го контура \mathbf{l}_{kj} и вектора-радиуса от начала j -го проводника k -го контура до центра площадки i -го контура \mathbf{m}_{ikj} ($\mathbf{B}_{ikj}^0 = \frac{\mathbf{l}_{kj} \times \mathbf{m}_{ikj}}{|\mathbf{l}_{kj} \times \mathbf{m}_{ikj}|}$, см. рис. 2, b, c); K_{ikj} – коэффициент, вычисляемый по формуле

(1) для j -го проводника k -го контура и центра площадки i -го контура*.

Собственная индуктивность первого контура, взаимная индуктивность в первом контуре от поля второго контура и взаимная индуктивность в первом контуре от поля третьего контура вычисляются как

$$L_1 = \frac{\mu}{4\pi} \left(\mathbf{S}_1 \cdot \sum_{j=1}^4 \frac{\mathbf{l}_{1j} \times \mathbf{m}_{11j}}{|\mathbf{l}_{1j} \times \mathbf{m}_{11j}|} K_{11j}(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}, \mathbf{p}) \right), \quad (2)$$

$$M_{12} = \frac{\mu}{4\pi} \left(\mathbf{S}_1 \cdot \sum_{j=1}^4 \frac{\mathbf{l}_{2j} \times \mathbf{m}_{12j}}{|\mathbf{l}_{2j} \times \mathbf{m}_{12j}|} K_{12j}(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}, \mathbf{p}) \right), \quad (3)$$

$$M_{13} = \frac{\mu}{4\pi} \left(\mathbf{S}_1 \cdot \sum_{j=1}^4 \frac{\mathbf{l}_{3j} \times \mathbf{m}_{13j}}{|\mathbf{l}_{3j} \times \mathbf{m}_{13j}|} K_{13j}(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}, \mathbf{p}) \right) \quad (4)$$

и с учетом (1) определяются геометрическими размерами контуров \mathbf{l}_{kj} и геометрическими параметрами их размещения относительно друг друга ($\mathbf{m}_{ikj}, \mathbf{n}_{ikj}, \mathbf{p}_{kj}$).

Магнитный поток для первого контура находится как $\Phi_1 = L_1 i_1 + M_{12} i_2 + M_{13} i_3$ и по аналогии для второго и третьего контуров – как $\Phi_2 = M_{21} i_1 + L_2 i_2 + M_{23} i_3$ и $\Phi_3 = M_{31} i_1 + M_{32} i_2 + L_3 i_3$ соответственно. Учитывая, что потокосцепление и ЭДС для каждого контура вычисляются по формулам $\Psi = \Phi$ и $e = d\Psi/dt$, на основе второго закона Кирхгофа можно составить систему уравнений, характеризующих изменение токов во времени:

$$\begin{cases} i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt} = E, \\ i_2 R_2 + M_{21} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{23} \frac{di_3}{dt} = E, \\ i_3 R_3 + M_{31} \frac{di_1}{dt} + M_{32} \frac{di_2}{dt} + L_3 \frac{di_3}{dt} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

* Точность вычисления потока может быть повышена за счет разбиения площади контуров на элементарные площадки и определения индукции в центре каждой из них. Эта операция не изменит существа подхода, но намного усложнит вид математических выражений.

Как уже отмечалось в ИЦ КОВТД используется импульсное питание и реализуется метод первой производной [2], т. е. начальные условия таковы, что в момент времени $t=0$ все токи равны нулю. Представим систему (5) в матричной форме, для чего обозначим собственные индуктивности контуров $L_1 = M_{11}$, $L_2 = M_{22}$, $L_3 = M_{33}$. Тогда для начального момента времени $t=0$ в системе (5) исчезают слагаемые, содержащие токи

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \\ \frac{di_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ E \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{или } \mathbf{M} \frac{d\mathbf{I}}{dt} = \mathbf{E}. \quad (6)$$

Система уравнений (6) относительно неизвестных производных $\frac{di_1}{dt}$, $\frac{di_2}{dt}$, $\frac{di_3}{dt}$ становится линейной. Используя формулы Крамера [7] для вычисления неизвестных системы линейных уравнений, получим первое уравнение системы $\frac{\det \mathbf{M}}{A_{11} - A_{21}} \frac{di_1}{dt} = E$ и второе уравнение $\frac{\det \mathbf{M}}{-A_{12} + A_{22}} \frac{di_2}{dt} = E$ (где A_{jk} , $j=1,2$, $k=1,2$, – миноры соответствующих элементов матрицы \mathbf{M} системы (6)). Определяя индуктивность контура с ЧЭ как отношение напряжения питания контура к производной соответствующего тока, можно записать в аналитическом виде индуктивности контуров с ЧЭ КОВТД:

$$\begin{cases} L_{\text{ЧЭ1}} = \frac{\det \mathbf{M}}{A_{11} - A_{21}}, \\ L_{\text{ЧЭ2}} = \frac{\det \mathbf{M}}{-A_{12} + A_{22}} \end{cases} \quad (7)$$

и индуктивности КОВТД:

$$\begin{cases} L_1 = \omega^2 L_{\text{ЧЭ1}}, \\ L_2 = \omega^2 L_{\text{ЧЭ2}}, \end{cases} \quad (8)$$

где ω – коэффициент трансформации по индуктивности СТ.

Элементы матрицы \mathbf{M} в (7), являющиеся собственными и взаимными индуктивностями, находятся по закону Био – Савара (формулы (2)–(4)) и зависят от геометрических размеров контуров и их взаимного расположения в пространстве, в том числе и от координат смещений имитатора объекта относительно неподвижных ЧЭ1 и ЧЭ2. Таким образом, формулы (7), (8) определяют семейство ФП КОВТД. Благодаря использованию метода первой производной, когда выходной сигнал ИЦ фиксируется в момент $t \rightarrow 0$, индуктивности КОВТД оказываются не зависящими от сопротивлений контуров и, следовательно, от удельных сопротивлений материалов элементов конструкции датчика и имитатора объекта.

Далее с помощью формул (1)–(4) раскрывается матрица \mathbf{M} и миноры в выражении (7):

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 = \omega^2 \frac{\det \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} M_{22} & M_{23} \\ M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} - \det \begin{bmatrix} M_{12} & M_{13} \\ M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}}, \\ L_2 = \omega^2 \frac{\det \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} M_{11} & M_{13} \\ M_{31} & M_{33} \end{bmatrix} - \det \begin{bmatrix} M_{11} & M_{13} \\ M_{31} & M_{33} \end{bmatrix}}. \end{array} \right. \quad (9)$$

Элементы M_{ik} , $i=1, \dots, 3$, $k=1, \dots, 3$, вычисляются по формуле

$$M_{ik} = \frac{\mu}{4\pi} \mathbf{S}_i \cdot \sum_{j=1}^4 \frac{\mathbf{l}_{kj} \times \mathbf{m}_{ikj}}{|\mathbf{l}_{kj} \times \mathbf{m}_{ikj}|} \frac{\mathbf{l}_{kj} \cdot \mathbf{m}_{ikj} - \mathbf{l}_{kj} \cdot \mathbf{n}_{ikj}}{l_{kj} m_{ikj} - l_{kj} n_{ikj}}, \quad (10)$$

где вектор-нормали площадей контура $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{S}_3$ определяются через векторные произведения ($\mathbf{S}_1 = \mathbf{l}_{11} \times \mathbf{p}_{11}$, $\mathbf{S}_2 = \mathbf{l}_{21} \times \mathbf{p}_{21}$, $\mathbf{S}_3 = \mathbf{l}_{31} \times \mathbf{p}_{31}$), каждый из векторов \mathbf{l}_{kj} , \mathbf{m}_{ikj} , \mathbf{n}_{ikj} , \mathbf{p}_{kj} задается своими проекциями в системе координат $OXYZ$ (см. рис. 1, *c*), а вычисление скалярных и векторных произведений, длин и сумм векторов осуществляется с использованием этих проекций по правилам векторной алгебры.

Проекции используемых векторов при вычислении M_{11} , M_{12} и M_{13} показаны в табл. 1–3 соответственно. Вычисления остальных M_{ik} , $i=2, 3$, $k=1, \dots, 3$, производятся с использованием таблиц проекций векторов, аналогичных рассмотренным.

Формулы (9), (10) и таблицы фактически определяют ФП КОВТД как зависимости индуктивностей датчика от координат смещений имитатора объекта в системе координат $OXYZ$. Расчет по этим формулам позволяет получить семейство ФП для любых геометрических размеров и взаимного расположения ЧЭ1, ЧЭ2, геометрических размеров имитатора объекта, любых диапазонов изменения координат смещений.

Следует подчеркнуть, что формулы ФП (формулы (9), (10) и таблицы проекций векторов) получены на основе модели электромагнитного взаимодействия ЧЭ и имитатора объекта для конструкции КОВТД с двумя ЧЭ. Подход к построению модели в случае увеличения числа ЧЭ сохраняется, что открывает перспективу получения ФП в аналитическом виде для подобных разновидностей КОВТД.

Вместе с тем очевидно, что представление ФП в виде формул не освобождает от громоздких вычислений при исследовании влияния различных

Т а б л и ц а 1

Векторы	<i>j</i>	
	1	2
\mathbf{l}_{1j}	$(0, -a_1, 0)$	$(b_1 \cos \varphi_1, 0, -b_1 \sin \varphi_1)$
\mathbf{p}_{1j}	$(b_1 \cos \varphi_1, 0, -b_1 \sin \varphi_1)$	$(0, a_1, 0)$
\mathbf{m}_{11j}	$\left(\frac{b_1}{2} \cos \varphi_1, -\frac{a_1}{2}, -\frac{b_1}{2} \sin \varphi_1\right)$	$\left(\frac{b_1}{2} \cos \varphi_1, \frac{a_1}{2}, -\frac{b_1}{2} \sin \varphi_1\right)$
\mathbf{n}_{11j}	$\left(\frac{b_1}{2} \cos \varphi_1, \frac{a_1}{2}, -\frac{b_1}{2} \sin \varphi_1\right)$	$\left(-\frac{b_1}{2} \cos \varphi_1, \frac{a_1}{2}, \frac{b_1}{2} \sin \varphi_1\right)$
Векторы	3	4
\mathbf{l}_{1j}	$(0, a_1, 0)$	$(-b_1 \cos \varphi_1, 0, b_1 \sin \varphi_1)$
\mathbf{p}_{1j}	$(-b_1 \cos \varphi_1, 0, b_1 \sin \varphi_1)$	$(0, -a_1, 0)$
\mathbf{m}_{11j}	$\left(-\frac{b_1}{2} \cos \varphi_1, \frac{a_1}{2}, \frac{b_1}{2} \sin \varphi_1\right)$	$\left(-\frac{b_1}{2} \cos \varphi_1, -\frac{a_1}{2}, \frac{b_1}{2} \sin \varphi_1\right)$
\mathbf{n}_{11j}	$\left(-\frac{b_1}{2} \cos \varphi_1, -\frac{a_1}{2}, \frac{b_1}{2} \sin \varphi_1\right)$	$\left(\frac{b_1}{2} \cos \varphi_1, -\frac{a_1}{2}, -\frac{b_1}{2} \sin \varphi_1\right)$

Т а б л и ц а 2

Векторы	<i>j</i>	
	1	2
\mathbf{l}_{2j}	$(0, -a_2, 0)$	$(b_2 \cos \varphi_2, 0, -b_2 \sin \varphi_2)$
\mathbf{p}_{2j}	$(b_2 \cos \varphi_2, 0, -b_2 \sin \varphi_2)$	$(0, a_2, 0)$
\mathbf{m}_{12j}	$\left(\frac{b_2}{2} \cos \varphi_2 - d, -\frac{a_1}{2}, -\frac{b_2}{2} \sin \varphi_2\right)$	$\left(\frac{b_2}{2} \cos \varphi_2 - d, a_2 - \frac{a_1}{2}, -\frac{b_2}{2} \sin \varphi_2\right)$
\mathbf{n}_{12j}	$\left(\frac{b_2}{2} \cos \varphi_2 - d, a_2 - \frac{a_1}{2}, -\frac{b_2}{2} \sin \varphi_2\right)$	$\left(-\frac{b_2}{2} \cos \varphi_2 - d, a_2 - \frac{a_1}{2}, \frac{b_2}{2} \sin \varphi_2\right)$
Векторы	3	4
\mathbf{l}_{2j}	$(0, a_2, 0)$	$(-b_2 \cos \varphi_2, 0, b_2 \sin \varphi_2)$
\mathbf{p}_{2j}	$(-b_2 \cos \varphi_2, 0, b_2 \sin \varphi_2)$	$(0, -a_2, 0)$
\mathbf{m}_{12j}	$\left(-\frac{b_2}{2} \cos \varphi_2 - d, a_2 - \frac{a_1}{2}, \frac{b_2}{2} \sin \varphi_2\right)$	$\left(-\frac{b_2}{2} \cos \varphi_2 - d, -\frac{a_1}{2}, \frac{b_2}{2} \sin \varphi_2\right)$
\mathbf{n}_{12j}	$\left(-\frac{b_2}{2} \cos \varphi_2 - d, -\frac{a_1}{2}, \frac{b_2}{2} \sin \varphi_2\right)$	$\left(\frac{b_2}{2} \cos \varphi_2 - d, -\frac{a_1}{2}, -\frac{b_2}{2} \sin \varphi_2\right)$

Т а б л и ц а 3

Векторы	j	
	1	2
\mathbf{l}_{3j}	$(0, a_3, 0)$	$(b_3 \cos \varphi_3, 0, -b_3 \sin \varphi_3)$
\mathbf{p}_{3j}	$(b_3 \cos \varphi_3, 0, -b_3 \sin \varphi_3)$	$(0, -a_3, 0)$
\mathbf{m}_{13j}	$\left(\frac{b_3}{2} \cos \varphi_3 - x, -\frac{a_1}{2} - y, -\frac{b_3}{2} \sin \varphi_3 - z \right)$	$\left(\frac{b_3}{2} \cos \varphi_3 - x, -\frac{a_1}{2} - a_3 - y, -\frac{b_3}{2} \sin \varphi_3 - z \right)$
\mathbf{n}_{13j}	$\left(\frac{b_3}{2} \cos \varphi_3 - x, -\frac{a_1}{2} - a_3 - y, -\frac{b_3}{2} \sin \varphi_3 - z \right)$	$\left(-\frac{b_3}{2} \cos \varphi_3 - x, -\frac{a_1}{2} - a_3 - y, \frac{b_3}{2} \sin \varphi_3 - z \right)$
Векторы	3	4
\mathbf{l}_{3j}	$(0, -a_3, 0)$	$(-b_3 \cos \varphi_3, 0, b_3 \sin \varphi_3)$
\mathbf{p}_{3j}	$(-b_3 \cos \varphi_3, 0, b_3 \sin \varphi_3)$	$(0, a_3, 0)$
\mathbf{m}_{13j}	$\left(-\frac{b_3}{2} \cos \varphi_3 - x, -\frac{a_1}{2} - a_3 - y, \frac{b_3}{2} \sin \varphi_3 - z \right)$	$\left(-\frac{b_3}{2} \cos \varphi_3 - x, -\frac{a_1}{2} - y, \frac{b_3}{2} \sin \varphi_3 - z \right)$
\mathbf{n}_{13j}	$\left(-\frac{b_3}{2} \cos \varphi_3 - x, -\frac{a_1}{2} - y, \frac{b_3}{2} \sin \varphi_3 - z \right)$	$\left(\frac{b_3}{2} \cos \varphi_3 - x, -\frac{a_1}{2} - y, -\frac{b_3}{2} \sin \varphi_3 - z \right)$

геометрических параметров элементов конструкции КОВТД и имитатора объекта даже при двух ЧЭ в датчике.

Чтобы облегчить процесс вычислений ФП КОВТД с двумя ЧЭ, была разработана специальная программа, которую авторы могут предоставить безвозмездно любому заинтересованному читателю журнала.

Примеры расчета функций преобразования. Геометрические параметры контуров с ЧЭ (см. рис. 1, *c*) задаются в соответствии с размерами ЧЭ КОВТД, параметры контура имитатора объекта – в соответствии с размерами лопасти ВВ ($a_1 = a_2 = 24$ мм, $b_1 = b_2 = 36$ мм, $d = 12,4$ мм, $a_3 = 93$ мм, $b_3 = 139$ мм, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 45^\circ$). Перемещение контура имитатора объекта (точки геометрического центра (ГЦ) в его торцевой части) относительно начала системы координат $0XYZ$ (см. рис. 1, *c*) производится в диапазонах $X \in [0; 12]$ мм, $Y \in [0,5; 12]$ мм. Коэффициент трансформации СТ $\omega = 38$.

Расчеты семейства ФП выполнены для двух вариантов одновременного включения источников питания в контурах ЧЭ: с одинаковым направлением тока в контурах (рис. 3, *a*) и с различным (противоположным) направлением тока в контурах (рис. 3, *b*)*.

В первом варианте зависимость индуктивности от координат имеет строго монотонный характер. Второй вариант отличается отсутствием монотон-

* Рис. 1, *b* соответствует варианту одновременного включения источника с одинаковым направлением тока. При одновременном включении источника с различным направлением тока в одном из контуров меняется его направление.

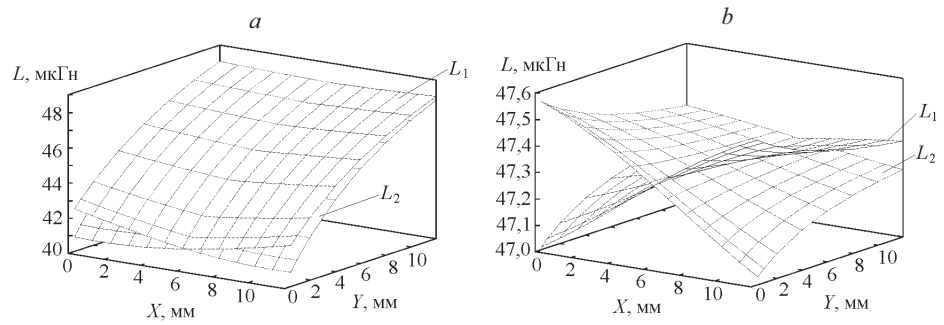


Рис. 3

ности зависимости индуктивности от координаты Y (см. рис. 3, b): в середине диапазона по координате X частная производная по Y равна нулю, а затем она меняет знак на противоположный. Сохранение монотонности, необходимой для использования существующих кластерных методов [1, 2], возможно только при сужении вдвое диапазонов изменений координат.

На рис. 4 приведены рассчитанные (a, b) и экспериментальные (c, d) семейства ФП ЧЭ1 в координатных осях $0LY$ для обоих вариантов включения. Эксперименты выполнялись на специальной градуировочной установке, позволяющей изменять координаты имитатора объекта в виде прямоугольной пластины в направлении осей X, Y . Ввод сигнала в компьютер осуществлялся с помощью платы аналогового ввода L-783 (ЗАО «Л-КАРД», Москва) и согласующего устройства, в котором ИЦ реализована по методу первой производной. Результаты расчетов и экспериментов приведены в относительных единицах. (Расчеты и эксперименты проводились для указанных ранее исходных данных.) Относительная индуктивность ($L_{отн}$) опреде-

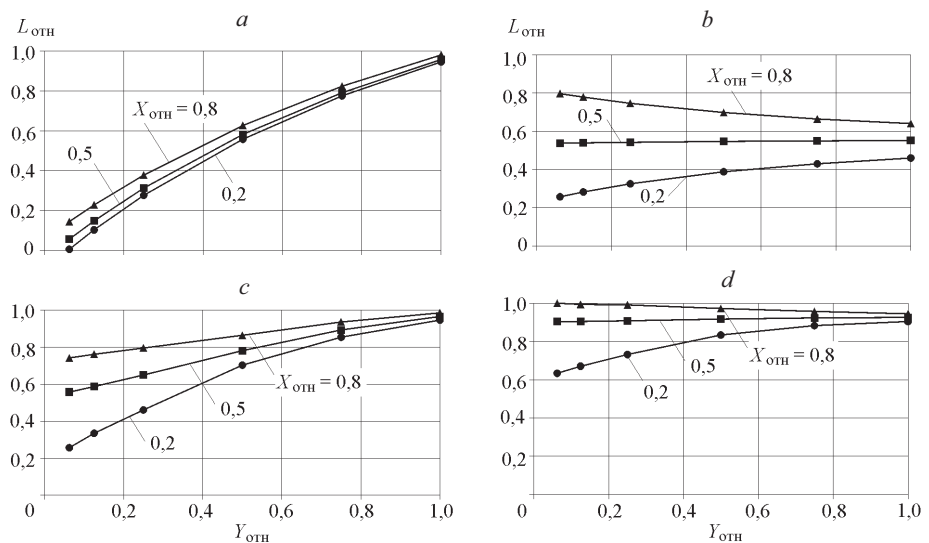


Рис. 4

ляется по формуле $L_{\text{отн}} = \frac{L - L_{\text{min}}}{L_{\text{max}} - L_{\text{min}}}$, где L_{max} и L_{min} – границы диапазона изменения индуктивности. Относительные координаты вычисляются как $X_{\text{отн}} = \frac{X}{X_{\text{max}}}$ и $Y_{\text{отн}} = \frac{Y}{Y_{\text{max}}}$, где X_{max} и Y_{max} – верхние границы диапазонов изменения координат ($X_{\text{min}} = Y_{\text{min}} = 0$).

Сопоставляя рассчитанные и экспериментальные семейства ФП, можно отметить следующие общие закономерности. С увеличением смещения по координатам X, Y для варианта одновременного включения с одинаковым направлением тока индуктивность возрастает (см. рис. 4, *a, c*). При одновременном включении источника с различным направлением тока монотонность зависимости индуктивности от координаты Y нарушается: в середине диапазона по координате X частная производная по Y равна нулю, а затем она меняет знак на противоположный (см. рис. 4, *b, d*). Зависимость по координате X в этом варианте также монотонно возрастающая. Для обоих вариантов чувствительность к изменениям координат наибольшая в области малых значений Y , а наименьшая в области больших значений Y , причем результаты экспериментов характеризуются большим падением чувствительности. Большая чувствительность модели КОВТД в сравнении с экспериментальным образцом датчика объясняется тем, что, во-первых, расчет семейств ФП выполняется в момент времени $t = 0$, во-вторых, ЧЭ имитируется абсолютно тонким проводником, в-третьих, в эксперименте индуктивность ЧЭ шунтируется индуктивностью первичной обмотки СТ и, в-четвертых, принятыми допущениями модели.

Заключение. В данной работе рассмотрена упрощенная модель электромагнитного взаимодействия двух ЧЭ КОВТД между собой и с имитатором лопатки компрессора (лопасти ВВ). На основе разработанной модели впервые получено семейство ФП в аналитическом виде, т. е. в виде формул, определяющих зависимости индуктивностей датчика от координат X, Y смещений имитатора с учетом геометрических размеров ЧЭ, имитатора и направлений токов в ЧЭ.

Полученные формулы обеспечивают расчет ФП для числовых значений координат в любом заданном диапазоне смещений имитатора объекта, при любых значениях геометрических параметров датчика, имитатора и направлений токов в ЧЭ. В качестве примера произведен расчет ФП для конкретных значений перечисленных параметров. При этом характер изменения индуктивностей соответствует экспериментальным данным градуировки КОВТД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боровик С. Ю., Секисов Ю. Н., Скобелев О. П., Тулупова В. В. Измерение и вычисление координатных составляющих многомерных перемещений торцов лопаток в процессе вращения ротора // Автометрия. 2001. № 2. С. 103.
2. Секисов Ю. Н., Скобелев О. П., Беленький Л. Б. и др. Методы и средства измерения многомерных перемещений элементов конструкций силовых установок /Под ред. Ю. Н. Секисова, О. П. Скобелева. Самара: СамНЦ РАН, 2001.

3. **Виттих В. А., Киреев В. А., Скобелев О. П.** Кластерный подход к построению программно-аппаратных средств систем сбора и преобразования измерительной информации // Автометрия. 1991. № 2. С. 7.
4. **Беленький Л. Б., Райков Б. К., Скобелев О. П., Секисов Ю. Н.** Одновитковые вихретоковые датчики: от кластерных композиций к кластерным конструкциям // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. VI Междунар. конф. Самара: СамНЦ РАН, 2004. С. 437.
5. **Тулупова В. В.** Упрощенные аналитические модели взаимодействия чувствительных элементов кластерного одновиткового вихретокового датчика с торцами лопаток и лопастей // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. VIII Междунар. конф. Самара: СамНЦ РАН, 2006. С. 246.
6. **Яворский Б. М., Детлаф А. А., Лебедев А. К.** Справочник по физике для инженеров и студентов вузов. М.: ООО «Издательство Оникс», 2006.
7. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука, 1977.

Поступила в редакцию 14 декабря 2006 г.
