

**ДИСКРЕТИЗАЦИЯ В ЭКВИВАЛЕНТНОМ ВРЕМЕНИ
И ИНТЕРПОЛЯЦИЯ В ЦИФРОВОЙ ОСЦИЛЛОГРАФИИ
РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ****В. Н. Вьюхин***Институт автоматки и электрометрии СО РАН, г. Новосибирск**E-mail: vvn@iae.nsk.su*

Анализируются два метода повышения частоты дискретизации в цифровых осциллографах. Дискретизация в эквивалентном времени осуществляется путем измерения и накопления серии осциллограмм со случайной фазой и приводит к неравномерной дискретизации. В результате при малом числе накопленных увеличивается уровень шума на выходе и уменьшается эффективная разрядность. Интерполяция в цифровых осциллографах выполняется функциями $\sin x/x$, а ее ошибки определяются длиной интерполирующего FIR-фильтра. Приводится таблица для выбора длины фильтра в зависимости от коэффициента интерполяции и нормированной полосы восстанавливающего фильтра. Для получения высокого коэффициента интерполяции требуются значительные вычислительные мощности.

Введение. Многие из современных широкополосных цифровых осциллографов (ЦО) имеют режим эквивалентной дискретизации (дискретизация в эквивалентном масштабе времени), позволяющий повысить частоту дискретизации за счет накопления и обработки результатов нескольких измерений периодического сигнала. Такой режим хотя и похож на работу стробоскопического осциллографа, но по принципу действия и характеристикам это совершенно разные устройства. Общее у них только одно – входной периодический сигнал. Все ЦО имеют режим интерполяции отображаемых выборок, который также повышает частоту дискретизации. Таким образом, повышение частоты дискретизации может быть достигнуто выполнением либо измерительной, либо вычислительной процедуры. В ЦО реального времени выполняется теорема Котельникова (теорема отсчетов), согласно которой частота дискретизации сигнала f_{s1} выбирается из условия $f_{s1} > 2f_a q$, где f_a – полоса входного сигнала, q – коэффициент передискретизации, учитывающий реальную АЧХ антиэлайсингового фильтра: $q \geq 1,5-2,0$. Антиэлайсинговый фильтр используется для ограничения полосы частот входного сигнала. Добавочные выборки, получаемые указанными методами, являются избыточными, так как не несут новой информации и необходимы лишь для улучшения наглядности осциллограмм.

Целью данной работы является анализ возможностей и ограничений повышения частоты дискретизации названными методами.

Эквивалентная дискретизация. Упрощенная схема ЦО с режимом эквивалентной дискретизации представлена на рис. 1. Как в обычном ЦО, при запуске измеряется и заносится в ОЗУ массив выборок входного сигнала. Но дополнительно с помощью измерителя временных интервалов (ИВИ) измеряется интервал времени между запуском и импульсами тактовой частоты дискретизации АЦП, формируемыми генератором тактовых импульсов (ГТИ). Эти сигналы асинхронны, поэтому полученное значение времени будет случайным и равномерно распределенным в пределах интервала дискретизации. Произведя серию из N запусков и накопив N массивов выборок сигнала с их фазами, можно реконструировать сигнал с повышенной частотой дискретизации. Реконструкция осуществляется следующим образом. Интервал дискретизации T_1 разбивается на k частей, и полученные однократные осциллограммы записываются в k -й блок памяти в соответствии с измеренной фазой запуска.

Определим минимальное количество запусков N для получения заданного коэффициента повышения частоты дискретизации. Вероятность появления одного из независимых равновероятных событий m раз в серии из N опытов определяется как [1]

$$P_A = C_N^m p^m q^{N-m}, \quad (1)$$

где P_A – вероятность события A ; C_N^m – число сочетаний из N элементов по m ; p – вероятность появления события A в одном опыте; $q = 1 - p$.

В нашем случае вероятность пропуска фазы P_0 в N запусках получается при подстановке $m = 0$ в (1) и с учетом равенства $C_N^0 = 1$ будем иметь

$$P_0 = (1 - p)^N. \quad (2)$$

Вероятность появления конкретной фазы при одном запуске $p = 1/k$, где k – общее число фаз или коэффициент повышения частоты дискретизации. Минимальное число запусков N для получения заданного k определяется из (2):

$$N_{\min} = \log P_0 / \log(1 - 1/k). \quad (3)$$

Если необходимо повысить частоту дискретизации, например, в 10 раз, то значение p должно быть равно 0,1 и при вероятности пропуска фазы не более 1 % из (3) необходимое число запусков равно 44. Проанализируем два варианта дискретизации.

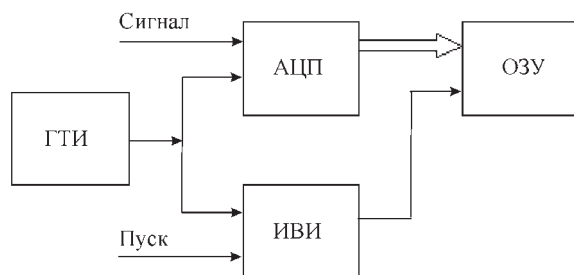


Рис. 1. Схема цифрового осциллографа

1. Число накоплений для создания одной осциллограммы $N = N_{\min}$. После обработки сигнала в каждом T_1/k интервале будет по одной выборке и сигнал передискретизируется с частотой $f_{s2} = kf_{s1}$. Однако в связи со случайным характером фазы при каждом запуске дискретизация будет неравномерной в пределах нового интервала дискретизации $T_2 = T_1/k$. Этот процесс эквивалентен дискретизации импульсами, имеющими джиттер со среднеквадратичным значением $T_j = T_2/\sqrt{12}$. Влияние джиттера синхроимпульсов на шум АЦП хорошо изучено и выражается соотношениями:

$$\text{SNR}_j = 20 \log(1/2\pi f_{\text{in}} T_j) = 20 \log(f_{s1} k \sqrt{12}/2\pi f_{\text{in}}) \text{ дБ}, \quad (4a)$$

$$\text{ENOB}_j = (\text{SNR}/6,02) - 1,8, \quad (4б)$$

где SNR_j – отношение сигнал/шум, обусловленное джиттером; ENOB_j – число эффективных разрядов. При частоте дискретизации $f_{s1} = 1$ ГГц, частоте входного сигнала 100 МГц и $k = 10$ получаем из (4) число эффективных разрядов $\text{ENOB}_j = 4$; при частоте сигнала 250 МГц число эффективных разрядов падает до 2,5. Напомним, что в ЦО применяется, как правило, 8-разрядное квантование. Из этого следует, что режим с накоплением минимального числа реализаций целесообразен при высоком коэффициенте передискретизации ($k > 50$).

2. Число накоплений для создания осциллограммы $N > kN_{\min}$, $k \gg 1$. При большом числе накоплений будет получено большое число реализаций с одинаковой фазой, которые при реконструкции осциллограммы усредняются. Операция интегрирования сигнала в пределах интервала повышенной частоты дискретизации T_2 приведет к ограничению полосы пропускания ЦО как для обычного интегратора: $\Delta f = f_{s1} k/2$. Это ограничение несущественно, и рассматриваемый режим предпочтителен, но требует для реализации много времени, в связи с чем накладываются дополнительные ограничения на измеряемый сигнал. Накапливаемые реализации сигнала должны быть строго когерентными на больших интервалах времени. Практически в зависимости от условий джиттер накапливаемых реализаций может существенно снизить полосу ЦО относительно полосы измерительного тракта. Отметим, что существует класс ЦО, в которых частота дискретизации равна или меньше заявленной полосы, следовательно, в реальном времени использует лишь часть полосы. Для таких приборов эквивалентная дискретизация позволяет реализовать всю полосу измерительного тракта при наблюдении периодических сигналов.

Интерполяция оцифрованного сигнала в отличие от эквивалентной дискретизации выполняется вычислительной процедурой и не накладывает ограничений на тип входного сигнала: это может быть и однократный сигнал. Очевидно, что если сигнал дискретизирован и квантован правильно, а доступные вычислительные ресурсы безграничны, то оцифрованный сигнал может быть точно интерполирован с любым коэффициентом интерполяции. Однако на практике названные условия невыполнимы, поэтому далее будем анализировать некоторые ограничения реального интерполлятора, накладываемые ошибками вычислений и измерений. Исследование выполнено средствами компьютерного моделирования.

Интерполяция в ЦО выполняется функциями Котельникова, известными как функции типа $\sin x/x$, применение которых учитывает ограниченность

полосы сигнала. При интерполяции в спектре оцифрованного сигнала появляются пары паразитных компонент вида

$$f_p = nf_{s1} \pm f_{in}, \quad (5)$$

где n меняется от 1 до $r-1$ (r – коэффициент интерполяции). Эти компоненты ухудшают спектрально-чистый динамический диапазон ЦО – параметр SFDR для АЦП – и проявляются в виде паразитных выбросов на сигнале. Для высокоскоростных ЦО параметр SFDR нормируется на уровне $-(55-60)$ дБ от шкалы. На компьютерной модели исследовалась зависимость требуемой длины восстанавливающего фильтра L от коэффициента интерполяции при уровне паразитных компонент (5) в спектре < -60 дБ. Интерполяция осуществлялась способом, принятым в цифровой обработке сигналов [2]: на интервале дискретизации T_1 вставлялись $r-1$ нулевых отсчетов и новая последовательность пропускалась через восстанавливающий FIR-фильтр нижних частот. Использовался оптимальный фильтр (по алгоритму Parks – McClellan), имеющий весовые коэффициенты пульсаций в полосах пропускания и задерживания $w_1 = 1$, $w_2 = 10$. Длина фильтра сильно зависит от нормированной полосы пропускания f_a/f_{s1} , поэтому в таблице приведены результаты восстановления сигнала для двух значений полосы фильтра, соответствующих принятому в ЦО диапазону минимального коэффициента передискретизации q .

Из таблицы можно вывести эмпирическое соотношение для требуемой длины фильтра: $L > 15r$ при нормированной полосе, равной 0,25, и $L > 20r$ при нормированной полосе, равной 0,35. Интерполяция высокой кратности требует больших вычислительных ресурсов и существенно снижает скорость обновления экрана. Спектр интерполированного сигнала в полосе Найквиста при коэффициенте интерполяции $r = 5$ и частоте $f_{s1} = 1000$ приведен на рис. 2.

На модели исследовалось также влияние шумов, джиттера тактовых импульсов и внеполосной помехи на ошибки интерполяции (на рис. 2 СКЗ – среднеквадратичное значение). Джиттер тактовых импульсов согласно (4а) является источником дополнительного шума выходного сигнала, который в отличие от шума квантования и других амплитудных шумов линейно увеличивается с ростом частоты измеряемого сигнала. Поскольку процесс интерполяции сопровождается фильтрацией с полосой f_a , а при правильно выбранной длине фильтра гармоники (5) можно не учитывать, отношение сигнал/шум интерполированного сигнала $S/N2$ будет выше по сравнению со значением $S/N1$ для исходного сигнала на величину

$$\delta S/N = \sqrt{f_{s1}/2f_a}. \quad (6)$$

Полученный на модели выигрыш составляет 1 и 2 дБ для нормированной полосы $f_a/f_{s1} = 0,35$ и 0,25.

Внеполосные помехи проникают на выход в связи с несовершенством антиэлайсингового фильтра. При нормированной полосе сигнала 0,25 и требуемом подавлении помех выше частоты Найквиста на 60 дБ не-

f_a/f_{s1}	r	L
0,25	5	55
	10	131
	20	275
0,35	5	101
	10	201
	20	451

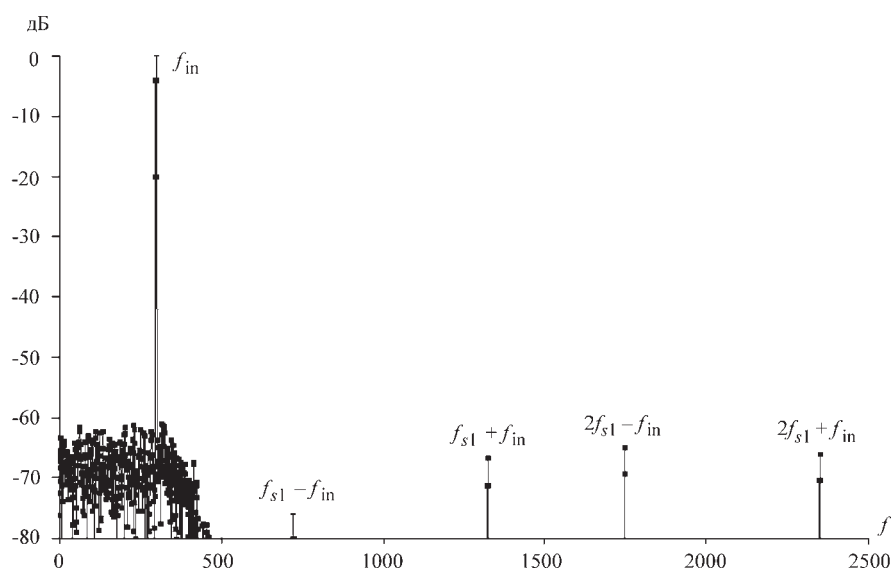


Рис. 2. Спектр интерполирующего сигнала, полученный при следующих параметрах: частота среза 350, частота сигнала 300, длина фильтра 91, СКЗ шума 0,005, СКЗ джиттера 0. Отношение S/N_1 равно 43,6, $S/N_2 = 44,6$

обходим фильтр выше 10-го порядка. Однако аналоговые фильтры высокого порядка вносят значительные фазовые искажения, поэтому реально для антиэлайсинга в ЦО используют фильтры Бесселя 4, 5, 6-го порядков. Остаточная внеполосная помеха с частотой $f_{\text{ш}} > f_{s1}/2$, прошедшая через антиэлайсинговый фильтр, отображается на выходе помехой с частотой $f_{s1} - f_{\text{ш}}$. Уровень помехи не зависит от интерполяции, однако при наличии интерполирующего фильтра помеха с частотой в диапазоне от $f_{s1}/2$ до $f_{s1} - f_a$ после дискретизации попадает в переходную полосу интерполирующего фильтра и дополнительно ослабляется в соответствии со спадом АЧХ фильтра в переходной области.

Заключение. Эквивалентная дискретизация дает корректный результат при накоплении большого числа осциллограмм и поэтому применима при измерении высокочастотных периодических сигналов с низким уровнем долговременного джиттера (низкочастотных фазовых шумов). Интерполяция применима для любых сигналов, но для получения высокого коэффициента интерполяции и приемлемой скорости обновления экрана требуются большие вычислительные ресурсы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Вентцель Е. С.** Теория вероятностей. М.: Физматгиз, 1962.
2. **Лайонс Р.** Цифровая обработка сигналов. М: Бином, 2006.

Поступила в редакцию 17 июля 2007 г.