

**КВАЗИОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ АНТЕННОЙ РЕШЕТКОЙ
В ЗАДАЧЕ ПОВЫШЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ
ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ**

П. Н. Башлы

Ростовский военный институт ракетных войск, г. Ростов-на-Дону

E-mail: bpn973@mail.ru

Рассмотрен квазиоптимальный метод управления антенной решеткой информационно-измерительной системы, основанный на оптимизации формы диаграммы направленности антенной решетки при управлении комплексными амплитудами токов в части ее излучателей. Отличительной особенностью этого метода является высокое быстродействие, обусловленное сокращением затрат на расчет оптимальных параметров антенной системы.

Введение. Одним из основных параметров, оказывающим влияние на качество функционирования информационных систем, является отношение сигнал/помеха + шум (ОСПШ) на входе приемного устройства. Значение этого параметра зависит от множества факторов, в том числе от возможностей антенной системы по пространственной селекции полезного сигнала на фоне шумов и помех.

В современных информационных системах все более широкое применение находят антенные решетки (АР), позволяющие качественно улучшить параметры информационной системы в целом. Основным преимуществом АР перед другими антенными системами является гибкость управления параметрами возбуждения (комплексными токами каждого излучателя) для достижения избирательных свойств АР, что обеспечивает высокое значение ОСПШ на входе приемника.

Наличие конечного числа варьируемых параметров в АР обуславливает необходимость оптимального управления диаграммой направленности (ДН) антенных решеток при решении различных задач.

Основная проблема оптимального управления АР заключается в разработке алгоритмов управления, реализуемых в реальном масштабе времени, что особенно важно в условиях информационного конфликта или наблюдения движущихся объектов. Учитывая, что размеры используемых АР постоянно увеличиваются и соответственно возрастает число управляемых параметров, разработка подобных алгоритмов становится особенно актуальной.

В наиболее известных работах по оптимальному управлению АР [1, 2] постановка задачи оптимизации предполагает управление либо комплекс-

ными амплитудами токов (амплитуда и фаза), либо фазами комплексных токов во всех регулируемых каналах.

Такой подход не всегда оправдан. С одной стороны, поскольку порядок решаемой задачи оптимизации соответствует числу элементов АР и становится значительным для решеток с большим числом элементов, то подобный алгоритм предполагает большие вычислительные затраты. С другой стороны, как показано в работах [3, 4], при решении ряда прикладных задач (например, формирование нулей в заданных направлениях при условии $P \ll N$, где P – число формируемых нулей, а N – количество элементов в составе решетки), достаточно изменить комплексные токи в части элементов.

Целью данной работы является создание метода оптимального управления АР путем изменения комплексных амплитуд токов в части элементов АР, позволяющего повысить качество функционирования информационных систем в условиях помех.

Оптимальное управление параметрами АР. При оптимизации антенных решеток широкое применение находит следующий функционал [1]:

$$\chi = \int_{\Omega_1} |F(u)|^2 g_1(u) d\Omega \Big/ \int_{\Omega_2} |F(u)|^2 g_2(u) d\Omega, \quad (1)$$

определяющий в зависимости от весовых функций $g_{1,2}(u)$ различные интегральные параметры антенны. В (1) $|F(u)|^2$ – ДН по мощности; Ω_1, Ω_2 – области излучения антенны; $u \in \Omega_{1,2}$.

Представим ДН антенной решетки в матричном виде:

$$F(u) = (f, J), \quad (2)$$

где $f = (f_1(u), f_2(u), \dots, f_N(u))$ – вектор-строка парциальных диаграмм; $J = (J_1, J_2, \dots, J_N)^T$ – вектор-столбец комплексных амплитуд токов в элементах АР.

Подставив (2) в (1) и задав весовые функции в виде $g_1(u) = \delta(u - u_0)$ и $g_2(u) = W(u)/2\pi$, где $\delta(u - u_0)$ – дельта-функция Дирака, u_0 – направление приема полезного сигнала, а $W(u)$ – функция распределения шумов и помех, получим функционал, представляющий собой отношение мощности сигнала к сумме мощностей шумов и помех и имеющий вид отношения эрмитовых форм:

$$\chi(J) = (\mathbf{A}J, J) / (\mathbf{B}J, J), \quad (3)$$

в котором \mathbf{A} и \mathbf{B} – эрмитовы матрицы N -го порядка.

С учетом принятых допущений для матрицы \mathbf{A} получим

$$a_{mn} = f_m(u_0)^* f_n(u_0), \quad m, n = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

или в матричной форме

$$\mathbf{A} = f^0 {}^* f^0, \quad (5)$$

где f^0 – вектор-строка с элементами $f^0 = (f_1(u_0), f_2(u_0), \dots, f_N(u_0))$, «*» – символ комплексного сопряжения скалярной величины и эрмитова сопряжения матрицы. Поскольку матрица \mathbf{A} может быть представлена в виде (5), то ее ранг равен 1.

Аналогично для матрицы \mathbf{B} получим

$$b_{mm} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_2} f_m(u)^* f_n(u) W(u) du. \quad (6)$$

В отличие от матрицы \mathbf{A} матрица \mathbf{B} в рассматриваемом функционале положительно-определенная и полного ранга.

Для определения вектора комплексных токов J , максимизирующего функционал (3) с матрицами \mathbf{A} и \mathbf{B} вида (4)–(6), как правило, используется теорема [2], в соответствии с которой $J = \mathbf{B}^{-1} f^0$, что имеет место, если только матрица \mathbf{A} может быть представлена в виде (5). В более общем случае, когда $\text{rank} \mathbf{A} \neq 1$, оптимальный вектор токов J находится как собственный вектор матрицы $\mathbf{D} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}$, соответствующий ее максимальному собственному числу.

Квазиоптимальное управление АР. Очевидно, что и в первом, и во втором случае нахождение оптимального вектора токов связано, как минимум, с обращением матрицы \mathbf{B} , порядок которой определяется количеством элементов АР. Соответственно при оптимизации АР с большим числом элементов вычислительные затраты могут стать значительными, что не позволит реализовать рассматриваемый алгоритм в реальном масштабе времени.

Предлагаемый метод оптимизации основан на том, что часть элементов решетки (M элементов), которые в общем случае выбираются произвольно, объединяются в группу, и для них вводится общий комплексный ток I^0 , определяемый далее совместно с комплексными токами оставшейся части $N - M$ элементов АР в результате решения задачи оптимизации [4].

Для простоты изложения примем, что M элементов, объединяемых в одну группу, имеют номера от $N - M + 1$ до N .

С учетом этого ДН решетки (2) запишем в виде

$$F(u) = (f^\Xi, J^\Xi) + (f^\Sigma, J^\Sigma), \quad (7)$$

где f^Ξ – $N - M$ -мерная вектор-строка с элементами $f^\Xi = (f_1(u), f_2(u), \dots, f_{N-M}(u))$; J^Ξ – $N - M$ -мерный вектор-столбец неизвестных комплексных амплитуд токов; f^Σ – M -мерная вектор-строка с элементами $f^\Sigma = (f_{N-M+1}(u), \dots, f_N(u))$; J^Σ – M -мерный вектор-столбец с элементами $J^\Sigma = (I^0 \exp(-\varphi_{N-M+1}), \dots, I^0 \exp(-\varphi_N))$, $\varphi_n = \frac{2\pi}{\lambda} y_0 \left(n - \frac{N+1}{2} \right) \sin u_0$ (λ – длина волны, y_0 – шаг решетки, u_0 – заданное направление приема сигнала).

Принимая во внимание, что u_0 задано из (7), получим

$$F(u) = (f^\Xi, J^\Xi) + \Phi^\Xi(u) I^0 =$$

$$= ((f_1(u), \dots, f_{N-M}(u), \Phi^\Sigma(u)), (J_1, \dots, J_{N-M}, I^0)), \quad (8)$$

где

$$\Phi^\Sigma(u) = \sum_m f_m(u) \exp(-j\varphi_m), \quad m = N-M+1, \dots, N. \quad (9)$$

Таким образом, ДН решетки представляется в виде скалярного произведения двух расширенных до $N-M+1$ элементов векторов, показанных в правой части выражения (7).

Подставляя (8) в (1), получим новое выражение для функционала (3), в котором порядок эрмитовых форм понижен до $N-M+1$:

$$\chi(J^\Delta) = (\mathbf{A}^\Delta J^\Delta, J^\Delta) / (\mathbf{B}^\Delta J^\Delta, J^\Delta), \quad (10)$$

где

$$\mathbf{A}^\Delta = f^{\Delta*} f^\Delta, \quad f^\Delta = (f_1(u), \dots, f_{N-M}(u), \Phi^\Sigma(u)), \quad (11)$$

$$J^\Delta = (J_1, \dots, J_{N-M}, I^0), \quad (12)$$

$$b_{sp}^\Delta = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_2} f_s^\Delta(u)^* f_p^\Delta(u) W(u) du, \quad s, p = 1, 2, \dots, N-M+1. \quad (13)$$

Поскольку матрица \mathbf{A}^Δ , входящая в числитель функционала (10), представляется в виде (11), то ее ранг по сравнению с матрицей \mathbf{A} в (3) не изменяется, а порядок равен $N-M+1$.

Покажем, что \mathbf{B}^Δ является матрицей полного ранга и для нее существует обратная матрица, что, в свою очередь, принципиально для последующего определения вектора оптимальных токов J^Δ .

Подставив (12) в (13), будем иметь структуру матрицы \mathbf{B}^Δ в следующем виде:

$$\mathbf{B}^\Delta = \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1N-M} & \sum_{m=N-M+1}^N b_{1m} e^{-j\varphi_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{N-M1} & \dots & b_{N-MN-M} & \sum_{m=N-M+1}^N b_{N-Mm} e^{-j\varphi_m} \\ \sum_{n=N-M+1}^N b_{n1} e^{j\varphi_n} & \dots & \sum_{n=N-M+1}^N b_{nN-M} e^{j\varphi_n} & \sum_{n=N-M+1}^N \sum_{m=N-M+1}^N b_{nm} e^{j(\varphi_n - \varphi_m)} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Из (14) видно, что элементы последней строки и столбца матрицы \mathbf{B}^Δ представляют собой взвешенную на величину $\exp(\pm j\varphi_{n(m)})$ сумму элементов исходной матрицы \mathbf{B} . Матрица \mathbf{A} аналогично преобразуется в матрицу \mathbf{A}^Δ .

В частном случае при $u_0 = 0^\circ$ величина $\varphi_{n(m)} = 0$, поэтому указанные преобразования матрицы \mathbf{B} в матрицу \mathbf{B}^Δ становятся более наглядными:

$$\mathbf{B}^\Delta = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1N-M} & \sum_{m=N-M+1}^N b_{1m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{N-M1} & \cdots & b_{N-MN-M} & \sum_{m=N-M+1}^N b_{N-Mm} \\ \sum_{n=N-M+1}^N b_{n1} & \cdots & \sum_{n=N-M+1}^N b_{nN-M} & \sum_{n=N-M+1}^N \sum_{m=N-M+1}^N b_{nm} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Анализ матриц (14) и (15) позволяет установить соответствие между элементами \mathbf{B}^Δ и \mathbf{B} в матричном виде:

$$\mathbf{B}^\Delta = \mathbf{Y}^* \mathbf{B} \mathbf{Y}, \quad (16)$$

где \mathbf{Y} – прямоугольная матрица размера $N \times N - M + 1$ с элементами:

$$\mathbf{Y} = \begin{matrix} & \overbrace{\hspace{2cm}}^{N-M} \\ \left. \begin{matrix} N-M \\ \vdots \\ 1 \end{matrix} \right\} & \left[\begin{array}{cccc} 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 1 & e^{-j\varphi_n} \\ 0 & \cdots & 0 & e^{-j\varphi_{n+1}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & e^{-j\varphi_N} \end{array} \right] \\ \left. \begin{matrix} M \\ \vdots \\ 1 \end{matrix} \right\} & \end{matrix}.$$

Доказательство невырожденности матрицы \mathbf{B}^Δ основывается на двух утверждениях [5]:

1) при умножении прямоугольной матрицы слева или справа на невырожденную матрицу ранг исходной матрицы не меняется, т. е. $\text{rank} \mathbf{Y}^* \mathbf{B} = \text{rank} \mathbf{B} \mathbf{Y} = \text{rank} \mathbf{Y} = N - M + 1$;

2) ранг произведения двух прямоугольных матриц не превосходит ранга любого из сомножителей, т. е. из рассмотрения двух прямоугольных матриц $\mathbf{Y}^* \mathbf{B}$ и \mathbf{Y} размерами $N - M + 1 \times N$ и $N - M + 1 \times N$ в (16) следует, что $\text{rank} \mathbf{Y}^* \mathbf{B} \mathbf{Y} \leq \text{rank} \mathbf{Y}^* \mathbf{B}, \text{rank} \mathbf{Y}$, где равенство имеет место при выполнении первого утверждения.

Таким образом, введенные ограничения при оптимизации AP позволяют определить оптимальное распределение токов в элементах на основании известной теоремы об экстремальных свойствах характеристических чисел пучка эрмитовых форм, как и при полной оптимизации.

В рассматриваемом случае решением задачи оптимизации является вектор J^Δ , определяемый выражением $J^\Delta = \mathbf{B}^{\Delta-1} f^{\Delta*}$.

Очевидным преимуществом нового алгоритма оптимизации является уменьшение порядка эрмитовых форм, входящих в (10), до $N - M + 1$. Поэтому при определении оптимального вектора токов J^Δ необходимо обращать

матрицу не N -го порядка, а значительно меньше $N - M + 1$, что в результате будет способствовать значительно более быстрой реализации алгоритма оптимизации.

Второй результат, менее очевидный, заключается в том, что поскольку при оптимизации АР для части элементов вводится общий комплексный ток, то после определения вектора J^Δ и нормировки его элементов к значению этого тока, т. е.

$$\bar{J}_s = J_s^\Delta / I^0, \quad (17)$$

амплитуда комплексного тока для этой группы элементов окажется равной 1. Это должно уменьшить ошибки, возникающие при реализации оптимальных комплексных амплитуд токов в АР с дискретной схемой управления.

П р и м е р. Для численного эксперимента была использована модель АР ненаправленных излучателей с параметрами $N = 29$, $y_0 = 0,5\lambda$ при $u_0 = 20^\circ$ и функции

$$W(u) = \begin{cases} 10^6 & \text{при } u = 14^\circ, \\ 1 & \text{при других } u. \end{cases}$$

На рис. 1 представлены фрагменты ($-0^\circ \leq u \leq 40^\circ$) оптимальной (сплошная линия) и квазиоптимальной (при $M = 21$, штриховая линия) ДН, а также неоптимизированной ДН (пунктирная линия) и направление формируемого провала Θ_p (вертикальная пунктирная линия).

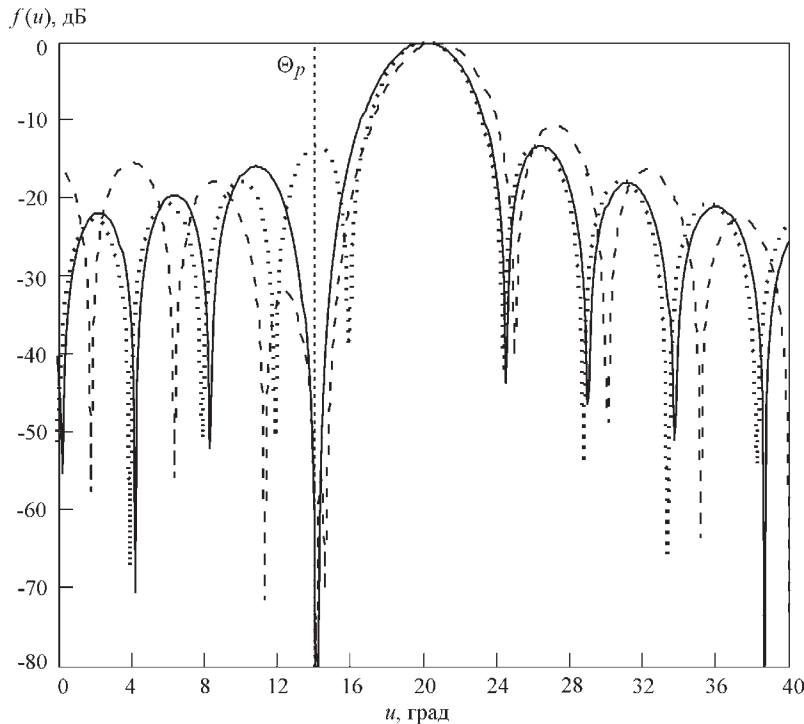


Рис. 1

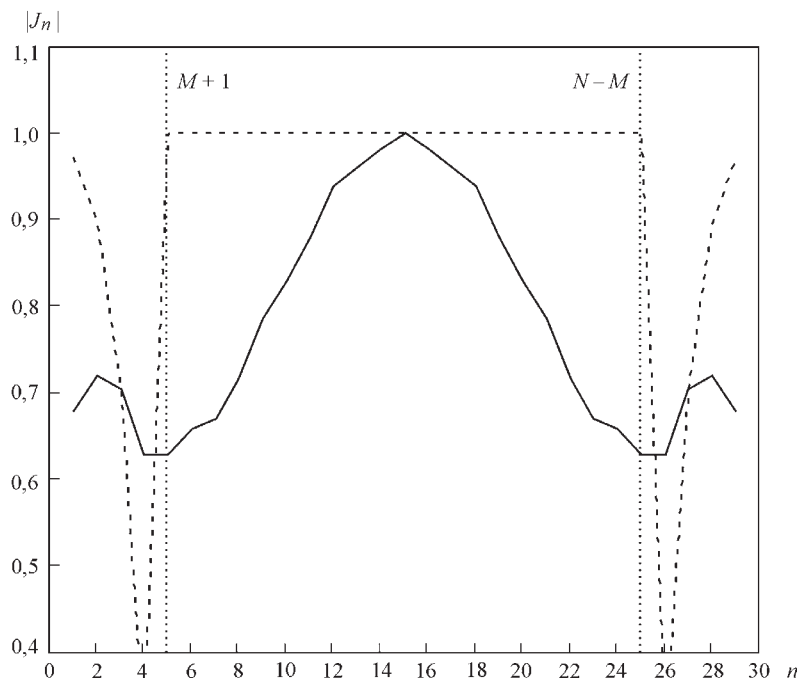


Рис. 2

Из рис. 1 видно, что как при оптимальном, так и при квазиоптимальном решении в ДН сформирован провал в заданном направлении. При этом ОСПШ увеличилось с $-11,2$ дБ (неоптимальное решение) до $19,1$ дБ (оптимальное решение) и $18,5$ дБ (квазиоптимальное решение), что свидетельствует о высокой эффективности квазиоптимального алгоритма. В рассматриваемом примере при $M = 21$ порядок матрицы \mathbf{V}^Δ уменьшился до 9, в то время как порядок матрицы \mathbf{V} равен 29. Выигрыш в быстродействии квазиоптимального алгоритма определяется меньшими затратами на расчет элементов матрицы \mathbf{V}^Δ (примерно в 10 раз) и меньшим порядком самой матрицы, что существенно снижает время ее обращения (примерно в 20 раз).

Еще одно преимущество квазиоптимального решения иллюстрирует рис. 2, где показаны амплитудные распределения, соответствующие оптимальному (сплошная линия) и квазиоптимальному (штриховая линия) решениям. Как следует из рисунка, амплитуды токов в части элементов (с 5 по 25) после нормировки равны 1, в то время как оптимальное распределение амплитуд токов в тех же элементах является спадающим. Из полученных результатов можно отметить стремление квазиоптимального решения к оптимальному при $M \rightarrow 0$, что свидетельствует об адекватности квазиоптимального алгоритма.

Заключение. Рассмотренный в данной работе квазиоптимальный метод управления параметрами антенной решетки основан на формальном объединении части элементов АР в одну группу, для которой задается общий комплексный ток. В результате такого подхода с вычислительной точки зрения преимущество квазиоптимального метода проявляется в меньших временных затратах на расчет элементов матриц и на определение обратной матрицы, используемой для вычисления оптимального вектора токов, при этом

ОСПШ уменьшается незначительно по сравнению с оптимальным решением. С практической точки зрения реализация квазиоптимального метода позволит снизить ошибки, возникающие при реализации оптимальных комплексных токов в дискретных схемах управления АР, а дискретные схемы управления могут быть существенно упрощены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Проблемы** антенной техники /Под ред. Л. Д. Бахраха, Д. И. Воскресенского. М.: Радио и связь, 1989.
2. **Cheng D. K.** Optimization techniques for antenna arrays // Proc. IEEE. 1971. **59**, N 12. P. 1664.
3. **El-Azhary T., Affi M. S., Excell P. S.** Fast cancellation of sidelobes in the pattern of a uniformly excited array using external elements // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1990. **38**, N 12. P. 1962.
4. **Пат. 2255396 РФ.** Способ энергетической оптимизации моноимпульсных антенных решеток с совместным формированием лучей /П. Н. Башлы, Б. Д. Мануилов, В. М. Богданов. Оpubл. 2005, Бюл. № 18.
5. **Гантмахер Ф. Р.** Теория матриц. М.: Наука, 1988.

Поступила в редакцию 19 сентября 2006 г.
