Р О С С И Й С К А Я   А К А Д Е М И Я   Н А У К

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

А В Т О М Е Т Р И Я

2008, том 44, № 5

УДК 681.324.7

МИНИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ, ПРЕДСТАВЛЯЮЩИХ ЗАДАНИЕ НА СИНТЕЗ САМОПРОВЕРЯЕМЫХ ДИСКРЕТНЫХ АВТОМАТОВ

А. Ю. Матросова, В. В. Андреева

Томский государственный университет, г Томск
E-mail: mau11@ yandex.ru

Исследуется проблема получения безызбыточных частично монотонных реализаций. Вводится понятие максимального интервала системы функций с максимальной характеристикой. Показано, что кратчайшая безызбыточная реализация из таких интервалов получается объединением кратчайших реализаций для элементов системы частичных булевых функций с одной и той же характеристикой. Конъюнкции, представляющие максимальные интервалы, не содержат инверсий внутренних переменных в силу свойства частичной монотонности получаемых реализаций.

Введение. Одним из этапов синтеза дискретного автомата является минимизация систем булевых функций, описывающих поведение его комбинационной составляющей. Проблема минимизации систем хорошо изучена отечественными и зарубежными исследователями, созданы программные продукты, позволяющие минимизировать системы, в том числе в рамках САПР.

С ростом уровня интеграции схем возникла проблема обеспечения дискретных автоматов контролепригодными свойствами на этапе их проектирования. Одним из подходов к обеспечению этих свойств является проектирование самопроверяемых синхронных дискретных автоматов. Неисправности в автоматах обнаруживаются в процессе функционирования устройства на наблюдаемых полюсах в момент их первого проявления. Самопроверяемость достигается, например, за счет кодирования состояний и выходных символов синтезируемого синхронного автомата неупорядоченными кодами. В качестве таких кодов используются либо равновесные коды, либо коды Бергера.

В работах [1, 2] показано, что частично монотонные по внутренним переменным реализации этих систем позволяют ограничиться наблюдением только выходов самопроверяемого синхронного автомата, а не выходов и линий обратных связей, как это обычно делается. Сокращение множества наблюдаемых полюсов приводит к упрощению схемы самотестируемого детектора неупорядоченных кодов, подключаемого к самопроверяемому синхронному автомату. Чем меньше число наблюдаемых полюсов, тем проще схема детектора. Это значит, что дополнительные аппаратурные затраты на систему «самопроверяемое устройство–детектор кодов» снижаются.

Существующие методы минимизации систем частичных булевых функций не ориентированы на обеспечение получаемых реализаций свойством частичной монотонности. В данной работе рассматривается проблема минимизации таких реализаций. Вводится понятие допустимого интервала с максимальной характеристикой. Эти интервалы, выбранные в произвольных системах частичных булевых функций, как правило, не могут быть существенно расширены и поэтому редко применяются в реализациях произвольных систем. В системах частичных булевых функций, полученных после кодирования символов входного и внутреннего алфавитов неупорядоченными кодами, такие расширения всегда возможны и обычно существенны. Вот почему при поиске безызбыточных реализаций систем частичных булевых функций предлагается ограничиться рассмотрением максимальных допустимых интервалов с максимальными характеристиками, что сокращает их перебор.

Цель представленной работы – показать, что получение кратчайшей реализации из частично монотонных по внутренним переменным максимальных допустимых интервалов с максимальными характеристиками сводится к получению соответствующих кратчайших реализаций для подсистем, на которые разбивается исходная система. Это также сокращает вычислительные затраты.

Экспериментальные результаты на контрольных примерах показывают, что предлагаемый подход позволяет существенно сократить число символов в конъюнкциях реализации (иногда в несколько раз). Чем меньше мощность подмножества кодовых слов, представляющих состояния, по сравнению с мощностью всех кодовых слов той же длины, тем более простые безызбыточные реализации могут быть получены.

Реализации автоматных систем булевых функций. Рассмотрим систему частичных булевых функций $F(X)=\{f_1(X),\dots,f_m(X)\}$, $X=\{x_1,\dots,x_n\}$, заданную множествами $M^1(f_i)$ и $M^0(f_i)$. Здесь $M^1(f_i)$ и $M^0(f_i)$ – множества наборов (булевых векторов) значений переменных, на которых функция f_i системы принимает единичное и нулевое значения соответственно; m – число функций системы.

Определение 1. Интервал u булева пространства E_n является допустимым для функции f_i, если $u\cap M^1(f_i)\neq\varnothing$, $u\cap M^0(f_i)=\varnothing$.

Определение 2. Допустимый интервал u является максимальным для функции f_i, если не существует допустимого интервала u' такого, что $u'\supset u$.

Определение 3. Интервалы ортогональны u_i, u_j, если ортогональны троичные векторы, представляющие u_i, u_j.

Напомним, что троичные векторы ортогональны, если хотя бы одна из компонент в одном из троичных векторов принимает значение 1, а в другом – значение 0. Компоненту, принимающую значение 1(0), в дальнейшем будем называть определенной, а значение «-» – неопределенной.

Обозначим через (u, h) интервал системы $F(X)$. В паре (u, h) символ u – интервал булева пространства E_n, символ h – характеристика интервала. Интервал представляется троичным вектором. В характеристике перечисляются функции $f_{i1},\dots,f_{il}$, для каждой из которых выполняются условия

$u \cap M^1(f_{ij}) \neq \varnothing,\ u \cap M^0(f_{ij}) = \varnothing.$ Характеристика h представляется булевым вектором размера m, в котором единичные компоненты отмечают функции $f_{i1}, \ldots, f_{il}$.

Далее пару (u, h) будем называть допустимым интервалом системы $F(X)$.

О п р е д е л е н и е 4. Допустимый интервал (u, h) системы называется максимальным, если при сохранении характеристики h не существует интервала $(u',\ h)$ такого, что $u' \supset u$.

Будем общие индексы в обозначениях интервалов (u_i, h_i) выносить за скобки: $(u, h)_i$.

Обозначим через (γ, g) элемент системы F. Здесь γ – элемент булева пространства E_n, представляемый булевым вектором размера n; g – характеристика элемента, задающая множество булевых функций $\{f_{j1}, \ldots, f_{js}\}$, принимающих значение 1 на элементе γ.

О п р е д е л е н и е 5. Будем считать, что интервал (u, h) покрывает элемент (γ, g), и обозначать это как $(\gamma, g) \in (u, h)$, если $\gamma \in u,\ \{f_{i1}, \ldots, f_{il}\} \cap$ $\cap \{f_{j1}, \ldots, f_{js}\} \neq \varnothing$.

О п р е д е л е н и е 6. Интервал (u, h) будем называть интервалом с максимальной характеристикой, если все покрываемые им элементы системы F имеют характеристику h. Заметим, что всякий элемент системы есть интервал с максимальной характеристикой.

Рассмотрим некоторое множество W допустимых интервалов системы, $W = \{w_1, w_2, \ldots, w_s\}$. Для каждой функции f_i системы F выделим подмножество $W_i,\ W_i \subset W$. В характеристике каждого интервала этого подмножества содержится функция f_i.

О п р е д е л е н и е 7. Назовем множество W реализацией системы $F(X)$, если $M^1(f_i) \subseteq W_i,\ i = 1, \ldots, m$.

Система F частичных функций может иметь множество реализаций; возникает проблема выбора лучших из них. Среди реализаций системы выделим безызбыточные, построенные из максимальных интервалов системы.

О п р е д е л е н и е 8. Множество W является безызбыточной реализацией системы частичных функций, если из характеристик максимальных интервалов w_i нельзя выбросить ни одной функции: выбрасывание функции из характеристики приводит к тому, что хотя бы для одной функции f_j системы F некоторые элементы множества $M^1(f_j)$ оказываются не покрытыми оставшимися интервалами.

О п р е д е л е н и е 9. Безызбыточную реализацию будем называть кратчайшей, если она состоит из наименьшего числа максимальных интервалов системы F.

Далее нас будут интересовать безызбыточные реализации, представляющие поведение синхронного автомата.

Автоматы обычно представляются таблицами переходов–выходов. Вместо таблицы можно использовать ее модификацию STG (State Transition Graph), позволяющую более компактно описывать поведение дискретного автомата, где символы входного и выходного алфавитов уже закодированы. Коды символов входного алфавита, соответствующие одному и тому же состоянию, представлены в виде дизъюнктивной нормальной формы. В табл. 1 приведен пример такого описания: x_1, x_2, x_3 – входные переменные;

$y_1, \ldots, y_5$ – выходные переменные; в столбце q указаны состояния, относящиеся к моменту времени t, а в столбце q' – состояния, относящиеся к моменту времени $t+1$.

Выполнив кодирование состояний для STG-описания, получим систему частичных булевых функций (табл. 2). Кодирование выполнено с использованием равновесных кодов. Первые два столбца таблицы представляют интервалы: 0--1000, -0-1000, и т. д., а вторые два столбца – булевы векторы: 10000010, 100000010 и т. д. Табл. 2 есть описание системы частичных булевых функций автомата. В этом описании множества интервалов, на которых функции системы принимают единичные и нулевые значения, не отделены друг от друга.

Далее будем называть такие системы частичных функций A-системами, имея в виду, что они порождены автоматами.

Таблица 1

x_1, x_2, x_3	q	q'	y_1, y_2, y_3, y_4, y_5
0--	1	1	00010
-0-	1	1	00010
11-	1	2	10010
--0	2	2	00110
--1	2	3	10110
10-	3	3	01000
0--	3	4	11000
-1-	3	4	11000
--0	4	4	01001

При описании системой частичных функций поведения произвольной комбинационной схемы такое представление, как правило, невозможно.

Таблица 2

x_1, x_2, x_3	z_1, z_2, z_3, z_4	z_1, z_2, z_3, z_4	y_1, y_2, y_3, y_4, y_5
0--	1000	1000	00010
-0-	1000	1000	00010
11-	1000	0100	10010
--0	0100	0100	00110
--1	0100	0010	10110
10-	0010	0010	01000
0--	0010	0001	11000
-1-	0010	0001	11000
--0	0001	0001	01001
--1	0001	1000	11001

A-система задается парами $(u,h)_i^a$, в которых u_i^a – интервал, заданный троичным вектором, а h_i^a – булев вектор, единичные компоненты которого отмечают функции, принимающие значение 1 на всех элементах интервала u_i^a, а нулевые – значение 0 на всех элементах этого интервала. Пара $(u,h)_i^a$ задается строкой табл. 2. A-система частичных функций представляется множеством $\{(u,h)_i^a\}$.

Одну и ту же пару (см. табл. 2) – троичный вектор, булев вектор – будем интерпретировать и как способ компактного описания A-системы частичных функций, и как допустимый интервал $(u,h)_i$ этой же системы. Полагаем, что интервал $(u,h)_i^a$ порождает интервал $(u,h)_i$, в котором обращаем внимание только на единичные компоненты вектора h_i. Они перечисляют функции, которые принимают единичное значение на всех элементах интервала u_i, $u_i = u_i^a$, $h_i = h_i^a$.

Утверждение 1. Интервал $(u,h)_i$ является допустимым для A-системы частичных функций.

Доказательство. Из построения интервала следует, что область единичных значений каждой функции A-системы, отмеченной единичными компонентами в характеристике h_i, не пуста и совпадает с интервалом u_i. Следовательно, интервал u_i не пересекается с областями нулевых значений этих же функций A-системы.

Утверждение доказано.

Утверждение 2. Интервал $(u,h)_i$ A-системы частичных функций имеет максимальную характеристику.

Доказательство. Поскольку интервал $(u,h)_i$ порожден парой $(u,h)_i^a$, то все покрываемые им элементы A-системы имеют одинаковые характеристики, совпадающие с характеристикой h_i. Следовательно, интервал $(u,h)_i$ имеет максимальную характеристику.

Утверждение доказано.

Обозначим через W множество всех допустимых интервалов $(u,\ h)_i$, $W = \{(u,h)_i\}$, порожденных интервалами $(u,h)_i^a$, полученными кодированием символов алфавитов в автомате. Не имеет значения, какого вида описание автомата использовалось: таблицы переходов–выходов или STG- описание.

Утверждение 3. Множество W является реализацией A-системы частичных булевых функций.

Доказательство. Области единичных значений A-системы частичных функций, представленные множеством $\{(u,h)_i^a\}$, совпадают с областями единичных значений, заданными множеством допустимых интервалов $\{(u,h)_i\}$.

Утверждение доказано.

Будем иметь в виду, что допустимые интервалы $(u,h)_i$ не обязательно являются максимальными интервалами A-системы частичных функций.

Итак, множество W является реализацией A-системы, причем характеристики допустимых интервалов этого множества максимальны.

Применяя известные методы минимизации систем булевых функций, в том числе в рамках САПР, как правило, для автоматных систем удается получить лучшие реализации, чем множество W. Далее нас будут интересовать специальные автоматные системы.

Автоматные системы, полученные кодированием символов внутреннего и выходного алфавитов неупорядоченными кодами.

О п р е д е л е н и е 10. Векторы α_1, α_2 сравнимы, если один из них предшествует другому [3], иначе они несравнимы. Например, векторы 0100110, 1110110 сравнимы, а векторы 0100110, 1100001 несравнимы.

О п р е д е л е н и е 11. Множество векторов одного и того же размера образует неупорядоченный код, если любые два вектора этого множества несравнимы.

При кодировании символов состояний (символов выходного алфавита) словами неупорядоченного кода используют либо равновесный код, либо код Бергера.

Равновесный код относят к неразделимым кодам. Все его кодовые слова имеют одно и то же число единичных компонент. Равновесные коды часто обозначают как (m,n)-коды, где n – размер векторов, а m – число их единичных компонент. Приведем пример (2,4)-кода ($m=2, n=4$):

$$0011, 0101, 1001, 0110, 1010, 1100.$$

Коды Бергера являются разделимыми: в них информационная и проверочная части разделены. В проверочной части кода Бергера обычно записывается число нулевых компонент информационной части. Это число представляется в двоичной системе счисления с использованием минимально необходимого количества компонент. Код Бергера имеет следующий вид:

$$000\ 11, 001\ 10, 010\ 10, 011\ 01, 100\ 10, 101\ 01, 110\ 01, 111\ 00.$$

Нетрудно видеть, что оба кода являются неупорядоченными.

О п р е д е л е н и е 12. Булевы векторы являются инверсно-двуортогональными, если в одном из них i-я компонента принимает значение 1, а в другом – значение 0, в то время как j-я компонента первого вектора принимает значение 0, а второго вектора – значение 1.

Несравнимые векторы будут инверсно-двуортогональными.

Вернемся к STG-описанию поведения синхронного автомата. В табл. 2 состояния из табл. 1 закодированы равновесными кодами, а коды выходных символов не являются ни равновесными, ни кодами Бергера. Добавим две переменные y_6, y_7, сделав коды выходных символов автомата равновесными. В результате получаем табл. 3, которая представляет A-систему частичных функций. Соответствующее ей множество W, $W = \{(u,h)_i\}$, является реализацией системы, т. е. множество W можно рассматривать как задание на синтез самопроверяемого синхронного последовательностного устройства. Его монотонно проявляющиеся неисправности будут обнаружены детектором равновесных кодов, подключенным к выходам и линиям обратных связей устройства. Схема самопроверяемого синхронного последовательностного устройства (самопроверяемого синхронного автомата) представлена на рис. 1. Здесь К – комбинационная составляющая; $d_1, \ldots, d_p$ – d-триггеры, включенные в линии обратных связей; $Д_к$ – детектор кодов, подключенный к выходам и линиям обратных связей.

Воспользуемся свойством неупорядоченных кодов – их попарной инверсной двуортогональностью. Заменив все нули в кодах состояний символом «-», получим табл. 4.

Таблица 3

x_1, x_2, x_3	z_1, z_2, z_3, z_4	z_1, z_2, z_3, z_4	$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7$
0--	1000	1000	0001011
-0-	1000	1000	0001011
11-	1000	0100	1001010
--0	0100	0100	0011010
--1	0100	0010	1011000
10-	0010	0010	0100011
0--	0010	0001	1100010
-1-	0010	0001	1100010
--0	0001	0001	0100110
--1	0001	1000	1100100

Покажем, что табл. 4 представляет реализацию A-системы частичных функций, заданной табл. 3.

Каждой строке таблицы соответствует интервал $(u, h)_i^*$. Единичные компоненты вектора h_i^* перечисляют функции, которые принимают значение 1 на всех элементах интервала u_i^a. На нулевые компоненты характеристики h_i^* не обращаем внимания. Будем иметь в виду, что u_i^* поглощает u_i^a из таблицы вида 2, а булевы векторы h_i^a, h_i^* совпадают, $h_i^* = h_i^a$.

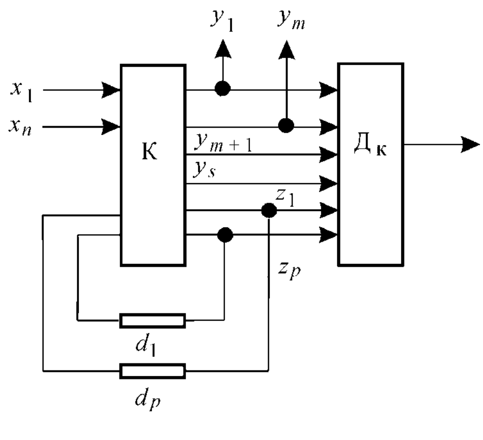

Рис. 1. Схема самопроверяемого синхронного последовательностного устройства в условиях наблюдения его выходов и линий обратных связей

Таблица 4

x_1, x_2, x_3	z_1, z_2, z_3, z_4	z_1, z_2, z_3, z_4	$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7$
0--	1---	1000	0001011
-0-	1---	1000	0001011
11-	1---	0100	1001010
--0	-1--	0100	0011010
--1	-1--	0010	1011000
10-	--1-	0010	0100011
0--	--1-	0001	1100010
-1-	--1-	0001	1100010
--0	---1	0001	0100110
--1	---1	1000	1100100

Первая строка табл. 4 представляет в виде троичного вектора интервал 0--1---, а соответствующая ему характеристика отмечает функции z_1, y_4, y_6, y_7, вторая строка – интервал -0-1--- и те же функции z_1, y_4, y_6, y_7 и т. д.

Теорема. Интервал (u_i^*, h_i^*) является допустимым для *A*-системы частичных функций, полученной кодированием состояний неупорядоченными кодами.

Доказательство. Из построения интервала (u_i^*, h_i^*) следует, что область единичных значений каждой функции *A*-системы (*A*-система представлена таблицей вида 3), отмеченной единичными компонентами в характеристике h_i^*, не пуста, поскольку интервал u_i^* поглощает интервал u_i^a. Покажем, что интервал u_i^* не пересекается с областями нулевых значений этих же функций *A*-системы.

Нулевые значения заданы другими интервалами. Рассмотрим два интервала $(u,h)_i^*$ и $(u,h)_j^*$, порожденные $(u,h)_i^a$ и $(u,h)_j^a$ соответственно. Выделим единичную компоненту l в характеристике интервала u_i^*. Пусть в характеристике интервала u_j^a она равна 0. Поскольку характеристики интервалов различны, то интервалы u_i^a, u_j^a *A*-системы ортогональны. Действительно, из одного и того же состояния под действием одного и того же входного символа автомат не может перейти в различные состояния и/или выдать различные выходные сигналы.

Пусть ортогональность u_i^a, u_j^a обеспечивается тем, что интервалы порождены различными состояниями автомата. Пересечение интервалов u_i^*, u_j^a пусто, поскольку в векторе, задающем u_j^a, среди внутренних переменных найдется компонента со значением 0, принимающая значение 1 в векторе, представляющем u_i^*. Данный факт имеет место в силу инверсной двуортогональности векторов, задающих состояния. Это означает, что интервал u_i^* не пересекается с областями нулевых значений функций, представленных единичными компонентами вектора u_i^* и заданных интервалами u_j^a рассматриваемого вида. Если ортогональность интервалов u_i^a, u_j^a имеет место только по входным переменным, то u_i^* остается ортогональным u_j^a по этим переменным по построению. Следовательно, интервал $(u,h)_i^*$ является допустимым интервалом A-системы.

Теорема доказана.

Утверждение 4. Интервал $(u,h)_i^*$ – допустимый интервал A-системы с максимальной характеристикой.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Рассмотрим интервалы $(u,h)_i^*$ и $(u,h)_j^*$. Пусть характеристики их различны: $h_i^* \neq h_j^*$. Если порождающие их интервалы u_i^a, u_j^a не отличаются по внутренним переменным, то они ортогональны по входным переменным, и, следовательно, интервалы u_i^*, u_j^* тоже ортогональны. Если интервалы u_i^a, u_j^a различаются по внутренним переменным, то пересечение u_i^* с u_j^a пусто. Это значит, что u_i^* не покрывает элементы из u_j^a. Итак, интервал $(u,h)_i^*$ имеет максимальную характеристику.

Утверждение доказано.

Пусть $W^* = \{(u,h)_i^*\}$.

Утверждение 5. W^* является реализацией A-системы частичных функций.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Области единичных значений A-системы частичных функций, представленные множеством $\{(u,h)_i^a\}$, поглощаются областями единичных значений, заданными множеством допустимых интервалов $\{(u,h)_i^*\}$.

Утверждение доказано.

Итак, для A-системы множество W^* является ее реализацией, причем интервалы этого множества имеют максимальные характеристики.

В реализации W^* троичные векторы, представляющие интервалы, не содержат нулевых компонент по внутренним переменным $z_1, \ldots, z_p$. Такие реализации назовем частично монотонными по внутренним переменным.

О п р е д е л е н и е 13. Длиной реализации A-системы будет число различных допустимых интервалов реализации.

О п р е д е л е н и е 14. Кратчайшей реализацией A-системы будем называть реализацию наименьшей длины среди всех реализаций A-системы.

Ограничимся рассмотрением частично монотонных реализаций. Их использование в качестве задания на синтез самопроверяемых синхронных автоматов позволяет сократить аппаратурные затраты на синтез самопроверяемых систем: самопроверяемых схем с подключенными к наблюдаемым полюсам самотестируемыми детекторами кодов. В работах [1, 2] показано, что при применении к таким системам двухуровневого или многоуровневого факторизационного метода синтеза можно ограничиться наблюдением толь-

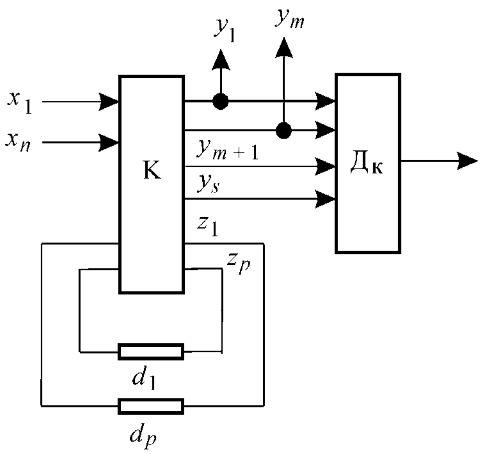

Рис. 2. Схема самопроверяемого последовательностного устройства в условиях наблюдения его выходов

ко за выходами самопроверяемого синхронного автомата, а не за выходами и линиями обратных связей, как это обычно делается (рис. 2). Речь идет о проявлении одиночных константных неисправностей на полюсах логических элементов схем, полученных путем применения к монотонным реализациям вышеупомянутых методов синтеза.

Будем иметь в виду, что построение кратчайшей безызбыточной частично монотонной реализации требует нахождения всех максимальных частично монотонных интервалов *A*-системы и решения соответствующих задач покрытия. Для используемых на практике автоматных систем частичных функций такой подход трудно применить из-за большого объема вычислений. Предлагается ограничиться расширениями частично монотонных допустимых интервалов *A*-системы до максимальных интервалов при условии сохранения максимальных характеристик расширяемых интервалов и построением из таких максимальных интервалов безызбыточных реализаций по возможности лучшего качества: кратчайших или близких к ним.

Алгоритм построения кратчайшей реализации из частично монотонных интервалов с максимальными характеристиками.

1. Строим всевозможные расширения интервалов множества W^* без изменения их характеристик. В результате для каждого интервала из W^* получаем «звезду» максимальных интервалов. Множество всех максимальных интервалов обозначим через $\boldsymbol{W}^*$.

2. Разбиваем множество $\boldsymbol{W}^*$ на подмножества максимальных интервалов $\boldsymbol{W}^*(\boldsymbol{h}_i)$ с одинаковыми характеристиками.

3. Находим кратчайшую реализацию пар $(u,h)_i^a$ *A*-системы частичных функций с одной и той же характеристикой h_i, $h_i = h_i^a$, используя интервалы множества $\boldsymbol{W}^*(\boldsymbol{h}_i)$. Обозначаем множество интервалов полученной реализации через $\boldsymbol{W}^{*'}(\boldsymbol{h}_i)$.

4. Объединяем полученные для каждой характеристики h_i реализации $\boldsymbol{W}^{*'}(\boldsymbol{h}_i)$, находим кратчайшую реализацию $\boldsymbol{W}''$.

Поскольку безызбыточная реализация A-системы частичных функций строится из интервалов с максимальными характеристиками, то, получив кратчайшие реализации $\boldsymbol{W}^{*'}(\boldsymbol{h}_i)$ для пар $(u,h)_i^a$ с одной и той же характеристикой, далее достаточно объединить эти реализации с тем, чтобы получить кратчайшую реализацию из максимальных интервалов рассматриваемого типа.

Используя максимальные интервалы с максимальными характеристиками, стремимся одним и тем же интервалом покрыть единичные наборы как можно большего числа булевых функций.

На практике нахождение всех максимальных интервалов рассматриваемого типа может потребовать больших вычислительных затрат, тогда для каждого интервала $(u,h)_i^*$ находится хотя бы один покрывающий его максимальный интервал как можно меньшего ранга [4, 5]. В табл. 5 это безызбыточные частично монотонные реализации $\boldsymbol{W}^{**}$; i – число входов; p – число

Таблица 5

Пример	i	p	o	Частично монотонные системы			
				W^*		$\boldsymbol{W}^{**}$	
				P	L	P	L
bbtas	2	4	6	144	576	114	384
beecount	3	5	9	252	1116	198	819
bbsse	7	6	13	730	3822	507	2561
bbara	4	5	7	421	2030	308	1323
cse	7	6	13	1186	7020	1014	5694
donfile	2	7	8	768	3840	728	3584
dk16	2	7	10	1084	5400	1080	5320
planet	7	8	27	3108	14526	3105	14094
ex1	9	6	25	3452	23675	2925	18250
styr	9	7	17	2825	17986	2788	16711
scf	27	9	65	10791	74750	10790	61425
sand	11	7	16	2947	20080	2080	11456
kirkman	12	6	12	4443	50232	3468	22464
tbk	6	7	10	15694	129690	4360	30590

обратных связей; o – число выходов; W^* – частично монотонная реализация; P – число конъюнкций в системе; L – число букв в системе.

Представленные результаты указывают на то, что для большинства из рассматриваемых примеров получение безызбыточных частично монотонных реализаций из максимальных интервалов с максимальными характеристиками позволяет существенно упростить задание на синтез самопроверяемых синхронных автоматов.

Заключение. Предложен метод нахождения кратчайшей частично монотонной (по внутренним переменным) реализации автоматной системы частичных булевых функций. Система получается кодированием состояний словами неупорядоченного кода. Реализация находится в классе максимальных интервалов системы с их максимальными характеристиками. Известные ранее методы минимизации систем частичных булевых функций не ориентированы на обеспечение реализации свойством частичной монотонности. Это свойство позволяет синтезировать самопроверяемые схемы, причем при синтезе минимизируются аппаратные затраты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Матросова А. Ю., Седов Ю. В.** О свойствах неисправностей, порожденных многоуровневыми методами синтеза, примененными к частично монотонным системам булевых функций // Вестн. ТГУ. Приложение. 2002. № 1(2). С. 287.
2. **Matrosova A., Ostanin S., Levin I.** Self-checking synchronous FSM network design with low overhead // Journ. VLSI Design. 2000. **11**, N 1. P. 47.
3. **Яблонский С. В.** Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1979. С. 272.
4. **Андреева В. В.** Поиск максимальных расширений интервала булева пространства // Вестн. ТГУ. Приложение. 2004. № 9(1). С. 3.
5. **Андреева В. В.** Поиск некоторых максимальных расширений интервала частичной булевой функции // Вестн. ТГУ. Приложение. 2007. № 23. С. 12.

Поступила в редакцию 9 ноября 2007 г.