

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 004.932.2

ФОРМИРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ  
ПОВЫШЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ  
ПО СЕРИИ ВЗАИМНО СМЕЩЕННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
ПОСРЕДСТВОМ ОПТИМАЛЬНОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГНОЗА

В. А. Иванов, В. С. Киричук, В. П. Косых

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1  
E-mail: kirichuk@iae.nsk.su*

Строится изображение с повышенной частотой дискретизации посредством совместной интерполяции серии изображений с низкой частотой дискретизации, отличающихся взаимными сдвигами, некратными шагу дискретизации. Определение интерполяционных коэффициентов основано на использовании данных о корреляционных связях между отсчетами исходных изображений. Приводятся результаты экспериментов, демонстрирующие эффективность предлагаемого подхода.

*Ключевые слова:* повышение разрешения, серия изображений, интерполяция, оптимальный линейный прогноз.

**Введение.** Благодаря большому количеству достоинств (сравнительная простота управления, высокое отношение сигнал/шум, малые масса и габариты и т. д.) полупроводниковые матричные фотоприемники находят все более широкое применение в устройствах регистрации изображений. Однако им присущ один принципиальный недостаток — формируемое таким фотоприемником дискретное изображение не удовлетворяет критерию Найквиста. Как известно, при равномерной дискретизации с шагом  $\Delta$  спектр дискретизованного изображения представляет собой суперпозицию сдвинутых спектров исходного изображения, повторяющихся с интервалом  $f_d = \Delta^{-1}$  (для простоты изложения здесь обсуждается одномерный случай). Поэтому для корректного воспроизведения регистрируемого изображения по его дискретному образу необходимо, чтобы его верхняя граничная частота не превышала величины  $f_0 = f_d/2$ , иначе в восстановленном изображении могут появиться искажения, обусловленные наложением спектров (эффект элайзинга). Частотная характеристика элементарного приемника размером  $l$  с постоянной в пределах элемента чувствительностью имеет вид

$$H(f) = K \frac{\sin(\pi fl)}{\pi fl},$$

ее основной максимум ограничен частотой  $f_s = l^{-1}$ , и, поскольку в матричном фотоприемнике  $l \leq \Delta$ , она не обеспечивает фильтрацию высоких частот регистрируемого изображения, достаточную для устранения элайзинга. К некоторому ослаблению элайзинга приводит использование в регистрирующем приборе оптики с импульсным откликом (функцией рассеяния точки (ФРТ)), характерный размер которого превышает шаг дискретизации, что способствует снижению верхней граничной частоты проектируемого на фотоприемник изображения. Другой, более эффективный, способ состоит в многократной регистрации изображения с взаимными смещениями, лежащими в диапазоне  $[0, \Delta]$ , и построении изображения с шагом дискретизации  $\Delta/k$  ( $k$  — целое число) путем корректной интерполяции отсчетов зарегистрированных изображений.

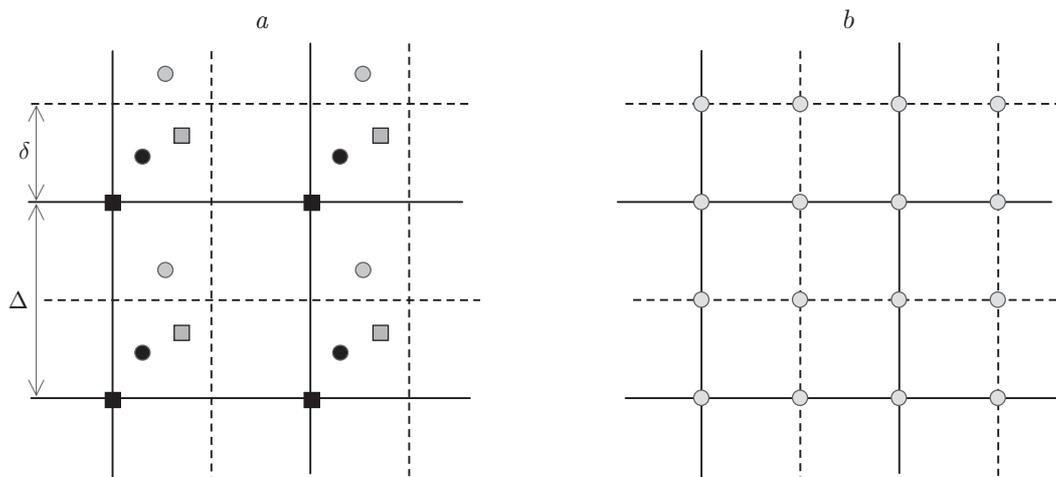


Рис. 1

Схематично этот способ иллюстрирует рис. 1. Пусть имеется  $M$  дискретных выборок одного и того же сигнала, причем в каждой выборке положение отсчетов изменяется, но их взаимное положение во всех выборках известно. На рис. 1, *a* различными значками представлены положения отсчетов в четырех различных выборках сигнала, дискретизованного с шагом  $\Delta$ . Задача заключается в построении из всех выборок оценки сигнала с уменьшенным шагом дискретизации  $\delta$  (рис. 1, *b*).

Для построения изображения с повышенной частотой дискретизации, во-первых, необходимо знать взаимные смещения зарегистрированных изображений. Существуют различные способы оценивания дробных (не превосходящих величины шага дискретизации) смещений, среди которых наиболее известными являются оценивание разности фаз между фурье-спектрами изображений [1, 2] или положения максимума кросскорреляционной функции [3], непосредственное оценивание смещений локальной аппроксимации изображения рядом Тейлора [4]. В работе [5] предложен основанный на разложении в ряд Тейлора итерационный способ, обеспечивающий хорошие оценки смещений при дискретизации, не удовлетворяющей критерию Найквиста. Во-вторых, для перехода от произвольно смещенных изображений низкого разрешения к изображению повышенного разрешения, заданному на регулярной решетке, следует задать способ интерполяции отсчетов исходных изображений к отсчетам новой решетки. Небольшой обзор и сравнение различных способов интерполяции можно найти в работе [2]. Самый простой способ состоит в интерполяции по ближайшему соседу, выбираемому среди отсчетов всех исходных изображений, находящихся в окрестности восстанавливаемого отсчета изображения повышенного разрешения [6]. Более точное восстановление достигается путем кусочно-плоскостной аппроксимации восстанавливаемого изображения [2]. Интерполяция посредством взвешенного суммирования соседних отсчетов (нормализованная свертка) предложена в работе [7]. При этом подходе основной проблемой является обоснование выбора ядра свертки. Интерполяция, основанная на оценивании спектральных компонент, искаженных наложением спектров, позволяет построить изображение высокого качества, но требует большого количества исходных изображений. Детальное исследование этого метода приведено в [8]. В работе [9] способ интерполяции опирается на итерационную процедуру, ограничивающую ширину спектра восстанавливаемого изображения.

В представленной работе предлагается подход, основанный на критерии оптимального линейного прогноза (ОЛП) [10], использующем корреляционные зависимости между отсчетами всех выборок. Важной особенностью этого подхода является возможность ис-

пользовать выборки, отличающиеся друг от друга не только сдвигами, но и другими геометрическими преобразованиями.

**Оптимальный линейный прогноз.** Метод оптимального линейного прогноза предназначен для восстановления сигнала в точках, принадлежащих зоне задания сигнала, в которых не было произведено измерений. ОЛП базируется на представлении значения сигнала в заданной точке в виде линейной комбинации отсчетов ближайшей окрестности этой точки. Коэффициенты линейной комбинации определяются минимизацией математического ожидания квадрата отклонений прогнозируемого значения сигнала от его истинного значения. Рассмотрим сначала применение ОЛП в задаче восстановления значения одномерного сигнала в промежутках между отсчетами.

Пусть заданы дискретные измерения случайного сигнала  $d_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ . Необходимо оценить значение сигнала в точке  $i + \varepsilon$ , где  $0 < \varepsilon < 1$  — известная величина. Представим оценку сигнала в точке  $i + \varepsilon$  (считаем, что шаг между отсчетами равен единице) в виде линейной комбинации отсчетов в области, охватывающей эту точку:

$$d(i + \varepsilon) = \sum_{p=-L}^L f_p * d_{p+i} = \mathbf{f}^T \mathbf{d}_i, \quad (1)$$

где  $\mathbf{d}_i = (d_{i-L}, \dots, d_i, \dots, d_{i+L})^T$  — вектор отсчетов, образующих эту область;  $\mathbf{f} = (f_{-L}, \dots, f_p, \dots, f_L)^T$  — вектор неизвестных весовых коэффициентов (фильтр);  $L$  определяет размер области.

Согласно критерию ОЛП в данной постановке задачи для нахождения коэффициентов  $\mathbf{f}$  необходимо минимизировать по  $\mathbf{f}$  функционал

$$J = E\{(d(i + \varepsilon) - \mathbf{f}^T \mathbf{d}_i)^2\}. \quad (2)$$

Здесь и далее символом  $E\{X\}$  обозначена операция вычисления математического ожидания от выражения  $X$ .

Несложно показать, что  $\mathbf{f}$  находится из системы линейных уравнений

$$\mathbf{K} \mathbf{f} = \mathbf{v}(i + \varepsilon), \quad (3)$$

где  $\mathbf{K} = E\{\mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^T\}$  — автокорреляционная матрица вектора отсчетов  $\mathbf{d}_i$ , а  $\mathbf{v}(i + \varepsilon) = E\{\mathbf{d}_i d(i + \varepsilon)\}$  — вектор корреляции между значением сигнала в точке  $i + \varepsilon$  и вектором отсчетов  $\mathbf{d}_i$ . Следовательно, если корреляционная зависимость для реализации  $\mathbf{d}$  априори известна, восстановленное значение сигнала в точке  $i + \varepsilon$  имеет вид

$$\hat{d}(i + \varepsilon) = \mathbf{d}_i^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{v}(i + \varepsilon). \quad (4)$$

**Одномерный случай (дробные смещения).** Пусть даны  $M$  выборок сигнала с равноотстоящими отсчетами  $d_m(i)$ ,  $m = \overline{0, M-1}$ ,  $i = \overline{1, N}$ , отличающихся друг от друга известным смещением координат отсчетов  $\varepsilon_m < 1$ ,  $m = \overline{0, M-1}$ ,  $\varepsilon_0 = 0$ . Примем шаг дискретизации исходного сигнала за единицу. Необходимо восстановить значения сигнала с более мелким шагом  $s = 1/k$ , т. е. получить значения в точках  $i + sq$ ,  $q = \overline{1, k-1}$ . Без потери общности можно считать, что все узлы первой выборки  $d_0(i)$  совпадают с узлами подробной решетки, сигнал на которой представим в виде

$$d(i + sq) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=-L}^L f_{qm}(p) d_m(i + p). \quad (5)$$

Отметим, что выражением (5) дается общий подход к восстановлению сигнала посредством суперпозиции интерполированных на подробную решетку исходных сигналов. Оптимальный линейный прогноз далее используется для обоснованного выбора интерполяционных коэффициентов  $f_{qm}(p)$ .

Соответствующий критерию ОЛП функционал, учитывающий все выборки для восстановления значений сигнала в точках  $i + sq$ , приобретает вид

$$J = E \left\{ \left[ d(i + sq) - \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=-L}^L f_{qm}(p) d_m(i + p) \right]^2 \right\}. \quad (6)$$

Для минимизации функционала необходимо определить  $M$  весовых функций  $f_{qm}$ , зависящих от позиции  $q$  восстанавливаемой точки на подробной решетке. Введя векторы

$$\mathbf{f}_{qm} = [f_{qm}(-L), \dots, f_{qm}(L)]^T, \quad \mathbf{d}_{im} = [d_m(i - L), \dots, d_m(i + L)]^T$$

и блочные векторы

$$\mathbf{f}_q = [\mathbf{f}_{q,0}^T, \dots, \mathbf{f}_{q,M-1}^T]^T, \quad \mathbf{d}_i = [\mathbf{d}_{i,0}^T, \dots, \mathbf{d}_{i,M-1}^T]^T,$$

функционал (6) можно привести к виду, аналогичному (2):

$$J = E \{ [d(i + sq) - \mathbf{f}_q^T \mathbf{d}_i]^2 \}. \quad (7)$$

Оценкой вектора весовых функций, доставляющих минимум функционалу (7), является вектор

$$\hat{\mathbf{f}}_q = \{E\{\mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^T\}\}^{-1} E\{\mathbf{d}_i d(i + sq)\}. \quad (8)$$

Блочная симметричная автокорреляционная матрица  $\mathbf{K} = E\{\mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^T\}$  вектора  $\mathbf{d}_i$  имеет вид

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{0,0} & \dots & \mathbf{K}_{0,M-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{K}_{M-1,0} & \dots & \mathbf{K}_{M-1,M-1} \end{bmatrix},$$

где блоки-матрицы  $\mathbf{K}_{m,n} = E\{\mathbf{d}_{im} \mathbf{d}_{in}^T\}$  представляют собой кросскорреляционные матрицы векторов  $\mathbf{d}_{im}$  и  $\mathbf{d}_{in}$  и составлены из значений корреляционной функции  $R(|l + \varepsilon_m - \varepsilon_n|)$ ,  $l = \overline{0, 2L}$ ,  $m, n = \overline{0, M-1}$ . Если наблюдаемый сигнал стационарен (в некоторой достаточно большой области), оценки корреляционных зависимостей можно получить в виде

$$R(|l + \varepsilon_m - \varepsilon_n|) = \frac{1}{n_l} \sum_i d_m(i) d_n(i + l), \quad l = \overline{0, 2L}, \quad (9)$$

где  $n_l$  — количество слагаемых в сумме.

Кросскорреляционный вектор  $\mathbf{v}_q = E\{\mathbf{d}_i d(i + sq)\}$  также имеет блочную структуру:

$$\mathbf{v}_q = \left[ \underbrace{R(-L - sq - \varepsilon_0), \dots, R(L - sq - \varepsilon_0)}_{2L+1}, \dots, \underbrace{R(-L - sq - \varepsilon_{M-1}), \dots, R(L - sq - \varepsilon_{M-1})}_{2L+1} \right]^T.$$

Следовательно, для восстановления сигнала на подробной решетке необходимо знание значений корреляционной функции в точках  $l - \varepsilon_m - sq$  при  $l = \overline{-L, L}$ ,  $m = \overline{0, M-1}$ ,  $q = \overline{1, k-1}$ . Получить оценки корреляционной функции в этих точках аналогично оценкам (9) невозможно из-за отсутствия измерений в точках  $i + sq$ ,  $q = \overline{1, k-1}$ .

Для решения такой задачи предлагается ввести модель поведения корреляционной функции  $R(x)$  ( $0 \leq x < L$ ) и оценить параметры модели по значениям корреляционной функции  $R(|l + \varepsilon_m - \varepsilon_n|)$  при  $m, n = \overline{0, M-1}$ . Таких значений в каждом интервале  $l \leq x < l+1$ ,  $l = \overline{0, L-1}$ , будет ровно  $M(M-1)/2 + 1$ . Представим поведение  $R(x)$  между точками  $x = l$  и  $x = l+1$  в виде разложения по базисным функциям  $\varphi_\nu(x)$ :

$$R(x) = \sum_{\nu=0}^{r-1} a_\nu \varphi_\nu(x),$$

где  $r$  — число членов разложения. Коэффициенты  $a_\nu$  оцениваются по значениям корреляционной функции в точках  $R(l), \dots, R(|l + \varepsilon_m - \varepsilon_n|), \dots, R(l+1)$ :

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{r}_l,$$

где

$$\hat{\mathbf{a}} = (\hat{a}_0, \dots, \hat{a}_{r-1})^T, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \varphi_0(l) & \dots & \varphi_{r-1}(l) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_0(|l + \varepsilon_m - \varepsilon_n|) & \dots & \varphi_{r-1}(|l + \varepsilon_m - \varepsilon_n|) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_0(l+1) & \dots & \varphi_{r-1}(l+1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{r}_l = [R(l), \dots, R(|l + \varepsilon_m - \varepsilon_n|), \dots, R(l+1)]^T.$$

Тогда оценкой корреляционной функции в произвольной точке  $l < x < l+1$  будет функция

$$\hat{R}(x) = \sum_{\nu=0}^{r-1} \hat{a}_\nu \varphi_\nu(x),$$

из которой получаются компоненты оценки кросскорреляционного вектора  $\hat{\mathbf{v}}_q$ .

Таким образом, вычисление значений сигнала в узлах подробной решетки, кратных  $q$ , сводится к линейной фильтрации каждой входной выборки  $\mathbf{d}_m$  своим фильтром  $\mathbf{f}_{qm}$  и суммированию фильтрованных сигналов.

**Двумерный случай (дробные смещения).** В двумерном случае необходимо восстанавливать отсчеты в точках с координатами  $i + sq_1$ ,  $j + sq_2$ ,  $q_1, q_2 = \overline{1, k-1}$ , по выборкам  $d_m(i + \varepsilon_m, j + \delta_m)$ , сдвинутым относительно узлов опорной решетки  $(i, j)$  на величины  $(\varepsilon_m, \delta_m)$ . Как и ранее, предполагаем, что все узлы выборки  $d_0$  совпадают с узлами подробной решетки. Критерий ОЛП для восстановления сигнала в этих точках приводит к необходимости минимизации функционала

$$J = E \left\{ \left[ d(i + sq_1, j + sq_2) - \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{l_1=-L}^L \sum_{l_2=-L}^L f_{q_1 q_2 m}(l_1, l_2) d_m(i + l_1, j + l_2) \right]^2 \right\}$$

по двумерным весовым функциям  $f_{q_1 q_2 m}(l_1, l_2)$ . Вводя лексикографическое упорядочение (например, по столбцам) отсчетов  $d_m$  в окрестности  $[i - L, i + L; j - L, j + L]$  узла  $(i, j)$ , построим векторы  $\mathbf{d}_m$ , а из них — блочный вектор  $\mathbf{d}$ . Аналогично упорядочив отсчеты весовых функций, построим блочный вектор  $\mathbf{f}$ . Минимизировав функционал, получим оценку вектора  $\mathbf{f}$  в виде

$$\hat{\mathbf{f}} = \{E\{\mathbf{d}\mathbf{d}^T\}\}^{-1} E\{\mathbf{d}d(i + sq_1, j + sq_2)\}. \quad (10)$$

Оценки двумерной корреляционной функции сигнала в точках  $(l_1 + \varepsilon_m - \varepsilon_n, l_2 + \delta_m - \delta_n)$  вычисляются подобно (9):

$$\hat{R}(|l_1 + \varepsilon_m - \varepsilon_n|, |l_2 + \delta_m - \delta_n|) = \frac{1}{n} \sum_{i, j} d_m(i, j) d_n(i + l_1, j + l_2), \quad (11)$$

где  $n$  — число слагаемых под знаком суммы, и из этих оценок строится корреляционная матрица  $\mathbf{K} = E\{\mathbf{d}\mathbf{d}^T\}$  с учетом принятого способа упорядочения отсчетов при формировании векторов  $\mathbf{d}_m$ .

Здесь снова возникает проблема оценки кросскорреляционного вектора

$$\mathbf{v} = E\{\mathbf{d}d(i + sq_1, j + sq_2)\}, \quad (12)$$

поскольку для этого необходимо знать значения корреляционной функции в точках

$$(|l_1 + \varepsilon_m - q_1 s|, |l_2 + \delta_m - q_2 s|), \quad l_1, l_2 = \overline{0, 2L}, \quad q_1, q_2 = \overline{1, k-1}, \quad (13)$$

получить которые непосредственно из измерений невозможно.

Как и в одномерном случае, двумерную корреляционную функцию  $R(x, y)$  представим в виде разложения по базисным функциям:

$$R(x, y) = \sum_{\nu=0}^{r-1} a_\nu \varphi_\nu(x, y) \quad (14)$$

и по значениям оценок (11) внутри области  $l_1, l_2 = \overline{0, 2L}$  оценим коэффициенты разложения  $a_\nu$ . Полученное таким образом непрерывное описание корреляционной функции

$\hat{R}(x, y) = \sum_{\nu=0}^{r-1} \hat{a}_\nu \varphi_\nu(x, y)$  используем затем для вычисления кросскорреляционного вектора.

**Вычислительный эксперимент**, демонстрирующий возможности предложенного способа построения изображения повышенного разрешения из серии изображений низкого разрешения, состоял из следующих этапов. На первом этапе имитировалось получение изображения матричным фотоприемником с шагом дискретизации  $\delta$  посредством регулярных сдвигов фотоприемника с шагом  $\delta/k$  по каждой координате в интервале  $[0, \delta)$ . Для этого изображение  $I_0$  форматом  $N_0 \times N_0$  ( $1152 \times 1152$ ) элементов подвергалось сначала свертке с ядром

$$h(x, y) = A \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\rho^2}\right), \quad \rho = \frac{\Delta}{4}, \quad \Delta \leq \delta, \quad \delta = 9,$$

имитирующим ФРТ оптической системы высокого разрешения, и скользящему усреднению окном размером  $\Delta \times \Delta$  элементов, имитирующим интегрирование на элементе фотоприемника, с последующим прореживанием с шагом  $\delta/k$ ,  $k = 3$ . Полученное таким образом

изображение  $I_{\text{ref}}$  форматом  $384 \times 384$  элемента рассматривалось как образцовое изображение с повышенной частотой отсчетов. Затем из  $I_0$  сверткой с тем же ядром, скользящим усреднением окном  $\Delta \times \Delta$  и прореживанием с шагом  $\delta = 9$  элементов формировалось 25 изображений низкого разрешения (форматом  $128 \times 128$  элементов), которые отличались друг от друга сдвигами, не совпадающими с шагом подробной решетки  $\delta/k$  и реализованными изменением начала выборки при прореживании. Сдвиги составляли  $0, \pm 2$  и  $\pm 4$  элемента по каждой координате. Параметр  $\Delta$  принимал два значения: значением  $\Delta = 9$  имитировался фотоприемник без межэлементных промежутков, значением  $\Delta = 5$  — с промежутками, линейный размер которых составлял примерно 45 % от шага дискретизации. Полученные изображения искажались аддитивным некоррелированным нормальным шумом с нулевым средним значением и дисперсией  $\sigma_n^2$ .

На втором этапе из изображений низкого разрешения формировалась серия  $I_m$ ,  $m = \overline{0, M-1}$ ,  $M = 5, 9, 25$ , по которой с использованием изложенного алгоритма строилась оценка изображения с повышенной частотой отсчетов  $I_{\text{rest}}$ . Относительные смещения изображений предполагались неизвестными, для их оценивания применялся итерационный алгоритм, предложенный в [5]. Качество восстановленного изображения оценивалось в сравнении с образцовым изображением и изображениями, полученными другими способами интерполяции. Критерием сравнения была выбрана относительная невязка между восстановленным и образцовым изображениями

$$S = \frac{\sigma(I_{\text{rest}} - I_{\text{ref}})}{\sigma(I_{\text{ref}})},$$

где  $\sigma$  — среднеквадратическое отклонение.

Рассмотрены пять вариантов интерполяции:

- 1) ОЛП с априори заданной автокорреляционной функцией;
- 2) ОЛП с оцениваемой автокорреляционной функцией;
- 3) билинейная интерполяция на подробную решетку одного из исходных изображений;
- 4) интерполяция по ближайшему соседу;
- 5) сумма всех независимо интерполированных на подробную решетку исходных изображений.

Априори задаваемой корреляционной функцией служила функция

$$R(x, y) = \begin{cases} |(1-x)(1-y)|, & |x|, |y| < 1, \\ 0, & \text{если иначе.} \end{cases}$$

Такой корреляционной функцией обладает изображение некоррелированного случайного поля, зарегистрированного матричным фотоприемником с квадратными элементами, расположенными без межэлементных промежутков. Оцениваемая автокорреляционная функция считалась согласно выражению (11), где суммирование выполнялось по всем отсчетам изображений  $I_m$  данной серии, в качестве разложения (14) использовался полный двумерный полином второй степени

$$R(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4y^2 + a_5xy, \quad x, y \in \Omega.$$

Область  $\Omega$  включала по четыре ближайших к восстанавливаемой точке узла каждого изображения  $I_m$ .

Исследование эффективности предложенного подхода проводилось на серии изображений лица (для большей наглядности даны только фрагменты изображений). На рис. 2, *a* показано образцовое изображение, которое необходимо восстановить ( $I_{\text{ref}}$ ), на рис. 2, *b* —



Рис. 2

одно из изображений серии низкого разрешения. При восстановлении по девяти кадрам варьировались отношение шум/сигнал (Ш/С) и размер интегрирующего окна. Результаты, приведенные в табл. 1, показывают:

1. Критерий ОЛП с оцениваемой корреляционной функцией практически эквивалентен критерию ОЛП с модельной корреляционной функцией и обеспечивает наилучшее совпадение с образцовым изображением. Результат восстановления приведен на рис. 2, с.

Таблица 1

| Количество кадров $M$ | Размер окна $\Delta$ | Отношение Ш/С = $\sigma_n/\sigma(I_0)$ | Относительная невязка $S$ |       |       |       |       |
|-----------------------|----------------------|--|---------------------------|-------|-------|-------|-------|
|                       |                      |  | 1                         | 2     | 3     | 4     | 5     |
| 9                     | 9                    | 0,0                                    | 0,018                     | 0,036 | 0,084 | 0,031 | 0,544 |
|                       |                      | 0,1                                    | 0,101                     | 0,104 | 0,153 | 0,133 | 0,544 |
|                       | 5                    | 0,0                                    | 0,023                     | 0,041 | 0,099 | 0,037 | 0,543 |
|                       |                      | 0,1                                    | 0,099                     | 0,104 | 0,162 | 0,133 | 0,543 |

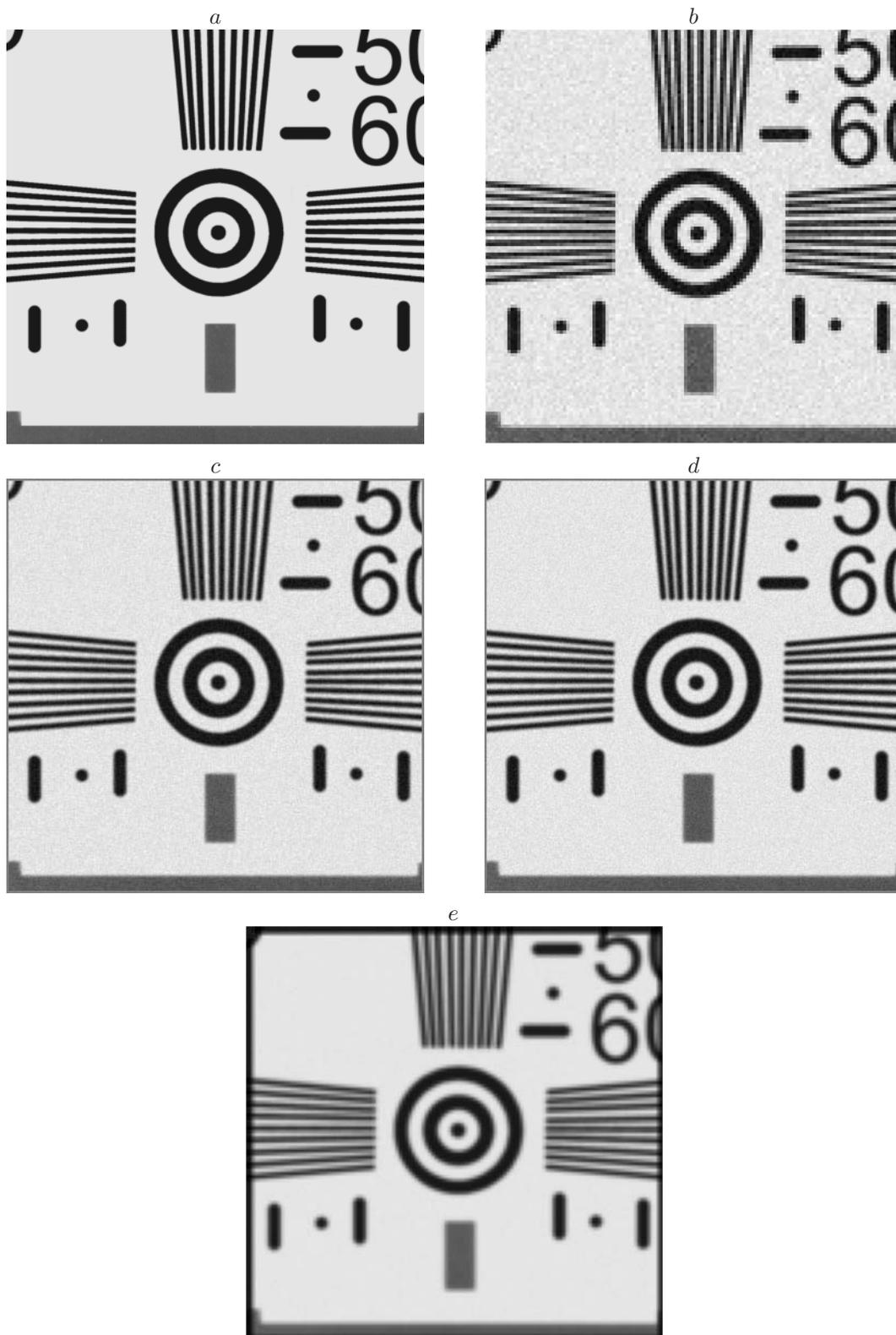


Рис. 3

Таблица 2

| Количество кадров $M$ | Размер окна $\Delta$ | Отношение $\Pi/C = \sigma_n/\sigma(I_0)$ | Относительная невязка $S$ |       |       |       |       |
|-----------------------|----------------------|--|---------------------------|-------|-------|-------|-------|
|                       |                      |  | 1                         | 2     | 3     | 4     | 5     |
| 9                     | 9                    | 0,0                                      | 0,042                     | 0,068 | 0,268 | 0,091 | 0,364 |
|                       | 5                    | 0,0                                      | 0,069                     | 0,098 | 0,335 | 0,117 | 0,385 |

Таблица 3

| Количество кадров $M$ | Размер окна $\Delta$ | Отношение $\Pi/C = \sigma_n/\sigma(I_0)$ | Относительная невязка $S$ |       |       |       |       |
|-----------------------|----------------------|--|---------------------------|-------|-------|-------|-------|
|                       |                      |  | 1                         | 2     | 3     | 4     | 5     |
| 5                     | 9                    | 0,1                                      | 0,095                     | 0,098 | 0,284 | 0,174 | 0,341 |
| 9                     | 9                    | 0,1                                      | 0,087                     | 0,101 | 0,284 | 0,131 | 0,364 |
| 25                    | 9                    | 0,1                                      | 0,068                     | 0,075 | 0,284 | 0,130 | 0,394 |

2. Интерполяция по ближайшему соседу при отсутствии шумов также дает близкие результаты, однако наличие шума приводит к появлению значимых отклонений. Использование простого накопления кадров с предварительной покадровой билинейной интерполяцией приводит к существенно худшим результатам (рис. 2, *d*). Это объясняется тем, что при таком способе интерполяции появляется дополнительный сглаживающий эффект, подавляющий высокие частоты изображения.

3. Уменьшение размера интегрирующего окна имеет двоякий эффект: с одной стороны, за счет интегрирования по меньшей площадке элемента фотоприемника лучше сохраняется высокочастотная составляющая изображения, с другой — теряется часть информации из входного изображения. Поэтому при сравнительно малом числе кадров (в наших экспериментах при девяти) результат несколько ухудшается, но при наличии шумов ухудшение практически незаметно.

Эти данные получены на достаточно гладких изображениях. На изображениях, содержащих резкие яркостные переходы (рис. 3, *a* — образцовый кадр, рис. 3, *b* — один из кадров последовательности), где более наглядно выявляются искажения, исследовалась также зависимость от числа кадров, составляющих серию. Результаты экспериментов сведены в табл. 2 и 3. В табл. 2 для сравнения приведены результаты восстановления по серии из девяти кадров при отсутствии шумов, а в табл. 3 — зависимости эффективности восстановления от числа обработанных кадров при отношении шум/сигнал, равном 0,1.

На основе экспериментальных данных можно сделать следующие выводы:

1. Критерий ОЛП обеспечивает наилучшее совпадение восстанавливаемого изображения (рис. 3, *c*) с образцовым и при большом количестве кадров практически полностью устраняет влияние шума (при отсутствии шума СКО изменяется с 0,068 всего до 0,075 при  $\sigma_n/\sigma(I_0) = 0,1$ ).

2. Алгоритм, базирующийся на ближайшем соседе (рис. 3, *d*) более чувствителен к наличию шума и уступает по эффективности алгоритму ОЛП на 30–70 %.

3. Алгоритм независимой интерполяции изображений с последующим накоплением не дает улучшения разрешения (рис. 3, *e*), и его эффективность падает с увеличением числа обрабатываемых кадров за счет сглаживающего эффекта.

**Заключение.** В данной работе предложен способ оценивания коэффициентов трехмерного фильтра для совместной обработки серии изображений с недостаточной частотой дискретизации в целях восстановления изображений повышенного разрешения. Способ базируется на корректном критерии минимума математического ожидания квадрата разно-

сти оцениваемого и истинного изображений и, как показали результаты вычислительных экспериментов с сериями исходных изображений, отличающихся взаимными сдвигами, обеспечивает значительное улучшение качества восстановленного изображения. Предполагается развитие этого подхода для применения при обработке серий изображений, отличающихся взаимными геометрическими преобразованиями.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Reddy B. S., Chatterji B. N.** An FFT-based technique for translation, rotation, and scale-invariant image registration // IEEE Trans. Image Processing. 1996. **5**, N 8. P. 1266–1271.
2. **Luengo Hendriks C. L., Van Vliet L. J.** Improving resolution to reduce aliasing in an undersampled image sequence // SPIE. 2000. **3965**. P. 214–222.
3. **Alam M. S., Vognar J. G., Hardie R. C., Yasuda B. J.** High-resolution infrared image reconstruction using multiple, randomly shifted, low-resolution, aliased frames // SPIE. 1997. **3063**. P. 102–112.
4. **Губанов А. В., Ефимов В. М., Киричук В. С. и др.** Методы оценивания взаимного смещения фрагментов цифровых изображений // Автометрия. 1988. № 3. С. 70–73.
5. **Иванов В. А., Киричук В. С., Косых В. П.** Оценка субпиксельного сдвига дискретных изображений // Автометрия. 2007. **43**, № 3. С. 15–29.
6. **Gillette J. C., Stadtmiller T. M., Hardie R. C.** Aliasing reduction in staring infrared imagers utilizing subpixel techniques // Opt. Eng. 1995. **34**, N 11. P. 3130–3137.
7. **Knutsson H., Westin C. F.** Normalized convolution: A technique for filtering incomplete and uncertain data // Proc. of 8th SCIA-93. Tromso, Norway. 1993. Vol. 2. P. 997–1006.
8. **Kim S. P., Bose N. K., Valenzuela H. M.** Recursive reconstruction of high resolution image from noisy undersampled multiframes // IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Processing. 1990. **38**, N 6. P. 1013–1027.
9. **Young S. S., Driggers R. G.** Super-resolution image reconstruction from a sequence of aliased imagery // Appl. Opt. 2006. **45**, N 21. P. 5073–5085.
10. **Андерсен Т.** Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976.

*Поступила в редакцию 3 июля 2008 г.*

---