

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 681.3

### ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ НЕГАУССОВСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ

Е. А. Самойлин

*Ростовский военный институт ракетных войск  
им. Главного маршала артиллерии М. И. Неделмина,  
344038, г. Ростов-на-Дону, просп. М. Нагибина, 24/50  
E-mail: sea@rsu.ru*

Предложен алгоритм оптимального в смысле критерия минимального среднего риска оценивания пространственного положения негауссовских импульсных помех на цифровых изображениях, основанный на сигнальном различии центра скользящей апертуры и остальных ее элементов. Получено выражение для значений границ допустимого сигнального интервала, обеспечивающее потенциально достижимую нулевую вероятность ошибки оценивания помех. Представленные результаты численных исследований эффективности синтезированного алгоритма свидетельствуют о его преимуществе перед известным неоптимальным.

*Ключевые слова:* импульсные помехи, оптимальное оценивание, пространственное положение, фильтрация изображений, средний риск.

**Введение.** В настоящее время получили широкое распространение и продолжают развиваться различные системы цифровой обработки и анализа изображений. Многие практические условия цифрового преобразования и передачи оптических изображений приводят к появлению в сигнале специфических помех и шумов, относящихся к классу импульсных [1]. Случай негауссовских импульсных помех (ИП), т. е. помех, распределение яркости которых не поддается нормальному закону, является наиболее сложным для синтеза алгоритмов фильтрации изображений. Для борьбы с подобным классом помех используется ранговая обработка [2, 3], основанная на определении порядковых статистик, равных, как правило, медиане скользящего окна [4]. Подобная обработка сохраняет изображения сигнальных перепадов и является робастной к наличию ИП в апертуре при условии, что число выбросов шума в пределах апертуры меньше половины ее размера [2]. Однако эта обработка является пространственно-инвариантной, и в случае, например, низкой интенсивности ИП или локализации шума лишь в определенной области изображения ранговой обработке подвергается вся плоскость изображения, в том числе и неискаженные ее участки, что приводит к дополнительным искажениям исходного сигнала [5]. Для устранения данного явления в работе [3] указано на необходимость двухэтапной процедуры фильтрации, заключающейся в обнаружении ИП на изображении и последующем восстановлении лишь испорченных пикселей. В [5] предложена подобная пространственно-избирательная фильтрация негауссовских ИП, позволяющая снизить искажения полезных сигналов по сравнению с пространственно-инвариантной обработкой. Рассмотренные в [5] два алгоритма обнаружения ИП не являются оптимальными, выбор порога различимости помех и полезных сигналов основан на экспериментальных исследованиях. Таким образом, повышение качества пространственно-избирательных процедур фильтрации негауссовских ИП, аналогичных [5], возможно на основе оптимизации, в частности, первого этапа обработки — обнаружения ИП. Поскольку оно происходит в текущей апертуре, а после обработки

имеется информация о пространственной локализации помех в пределах всей плоскости изображения, в этом контексте удобнее использовать термин «оценивание пространственного положения ИП».

Цель предлагаемой работы — синтез оптимальной процедуры оценивания пространственного положения негауссовских ИП на цифровых изображениях.

**Постановка задачи оценивания помех.** Используемая модель дискретизированного по строкам  $i$  и столбцам  $j$  изображения  $\lambda(i, j)$  имеет вид ступенчатой решетчатой функции

$$\lambda(i, j) = \Lambda(i\delta I, j\delta J), \quad (1)$$

где  $\Lambda(I, J)$  — непрерывное изображение, соответствующее  $\lambda(i, j)$ ;  $\delta I, \delta J$  — интервалы дискретизации для  $i$  и  $j$  соответственно,  $i \in 1, \dots, m, j \in 1, \dots, n$ .

Яркость элементов  $\lambda(i, j)$  квантована на интервале

$$\lambda(i, j) \in \Xi, \quad \Xi = \{\lambda_k, k = 0, (2^N - 1)\}, \quad (2)$$

где  $2^N$  — число уровней квантования элементов  $\lambda(i, j)$ , как правило,  $N = 8$  для полутонных изображений.

Изображение, искаженное помехами  $h(i, j)$ , в общем случае описывается выражением

$$x(i, j) = F[\lambda(i, j), h(i, j)], \quad (3)$$

где  $F[\lambda(i, j), h(i, j)]$  — закон, определяющий взаимодействие  $\lambda(i, j)$  и  $h(i, j)$ .

Положив  $x(i, j) = x_{i,j}$ ,  $\lambda(i, j) = \lambda_{i,j}$ ,  $h(i, j) = h_{i,j}$ , запишем выражение (3) для ИП [2]:

$$x_{i,j} = \begin{cases} \lambda_{i,j} & \text{с вероятностью } 1 - p, \\ h_{i,j} & \text{с вероятностью } p. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $p$  — вероятность появления помехи  $h_{i,j}$  в ячейке с координатой  $(i, j)$ , не зависящая ни от наличия ИП в других координатах, ни от исходного изображения, т. е.  $p = \text{const } \forall i \in 1, \dots, m, j \in 1, \dots, n$ . Помеховые элементы  $h_{i,j}$  представляют собой некоррелированные случайные величины с равномерным на интервале квантования (2) распределением  $f_h(k) = 1/(2^N - 1)$ . Появление  $\lambda_{i,j}$  и  $h_{i,j}$  образует полную группу несовместных событий для каждой отдельной координаты  $(i, j)$ .

Для оценивания положения ИП  $h_{i,j}$  на изображении  $x_{i,j}$  можно воспользоваться выражением [3], согласно которому пиксель принимается за помеху, если его уровень не принадлежит допустимому сигнальному интервалу:

$$\hat{h}_{i,j} = \begin{cases} 1, & x_{i,j} \notin [x_{\min}, x_{\max}], \\ 0, & x_{i,j} \in [x_{\min}, x_{\max}], \end{cases} \quad (5)$$

где  $x_{\min}, x_{\max}$  — минимальное и максимальное значения интервала яркости, устанавливаемые на основе распределения сигналов соседних пикселей, попавших в скользящее окно или апертуру.

Так как на этапе восстановления изображения необходимо иметь информацию лишь о пространственном положении ИП, задачу оценивания помех можно сформулировать в следующем виде. Необходимо синтезировать алгоритм получения оптимальных значений  $x_{\min}, x_{\max}$  (5), позволяющий сформировать бинарную оценку  $\hat{h}_{i,j} \in [0, 1]$  ИП на изображении  $x_{i,j}$  (3), наиболее близкую к ее истинным значениям:

$$\begin{bmatrix} x_{\min} \\ x_{\max} \end{bmatrix} = \underset{x_{\min}, x_{\max} \in [0, (2^N - 1)]}{\text{arg min}} \{ \|\hat{h}_{i,j} - \tilde{h}_{i,j}\| \}, \quad (6)$$

где  $\tilde{h}_{i,j}$  — истинное бинарное положение помех  $\tilde{h}_{i,j} = \begin{cases} 1, & x_{i,j} = h_{i,j}, \\ 0, & x_{i,j} = \lambda_{i,j}. \end{cases}$

**Синтез критерия оценивания импульсных помех.** Обозначим через  $f(k | x = \lambda)$  и  $f(k | x = h)$  законы распределения полезного сигнала  $\lambda_{i,j}$  и ИП  $h_{i,j}$  соответственно, описывающие зависимости абсолютного числа элементов ( $\lambda_{i,j}$  либо  $h_{i,j}$ ) на решетке (1) от уровня яркости  $k$ . Тогда условная вероятность ложного обнаружения (ЛО) по (5) помехового пикселя будет иметь вид

$$P_{\text{ЛО}} = \left[ \sum_{k=0}^{x_{\min}} f(k | x = \lambda) + \sum_{k=x_{\max}}^{2^N-1} f(k | x = \lambda) \right] / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda). \quad (7)$$

Условная вероятность принятия правильного решения (ПР) об отсутствии (отс.) помехи будет определяться по формуле

$$P_{\text{ПР отс}} = \sum_{k=x_{\min}}^{x_{\max}} f(k | x = \lambda) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda), \quad (8)$$

причем  $P_{\text{ЛО}} + P_{\text{ПР отс}} = 1$ .

Условные вероятности пропуска (проп.) и принятия правильного решения об обнаружении (обн.) помехи соответственно будут иметь вид

$$P_{\text{проп}} = \sum_{k=x_{\min}}^{x_{\max}} f(k | x = h) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h), \quad (9)$$

$$P_{\text{ПР обн}} = \left[ \sum_{k=0}^{x_{\min}} f(k | x = h) + \sum_{k=x_{\max}}^{2^N-1} f(k | x = h) \right] / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h), \quad (10)$$

причем  $P_{\text{проп}} + P_{\text{ПР обн}} = 1$ .

С учетом  $p$  и условных вероятностей (7)–(10) запишем выражения для безусловных вероятностей ошибочных и правильных решений при обнаружении ИП. Вероятность ложных тревог (ЛТ) запишем как

$$P_{\text{ЛТ}} = (1 - p)P_{\text{ЛО}} = (1 - p) \left[ \sum_{k=0}^{x_{\min}} f(k | x = \lambda) + \sum_{k=x_{\max}}^{2^N-1} f(k | x = \lambda) \right] / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda). \quad (11)$$

Вероятность принятия правильного решения об отсутствии (от.) помехи

$$P_{\text{ПР от}} = (1 - p)P_{\text{ПР отс}} = (1 - p) \sum_{k=x_{\min}}^{x_{\max}} f(k | x = \lambda) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda). \quad (12)$$

Вероятность пропуска (пр.) помехи будет определяться по формуле

$$P_{\text{пр}} = pP_{\text{проп}} = p \sum_{k=x_{\min}}^{x_{\max}} f(k | x = h) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h). \quad (13)$$

Вероятность принятия правильного решения о наличии (нал.) помехи представим в виде

$$P_{\text{ПР нал}} = pP_{\text{ПР обн}} = p \left[ \sum_{k=0}^{x_{\min}} f(k | x = h) + \sum_{k=x_{\max}}^{2^N-1} f(k | x = h) \right] / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h). \quad (14)$$

Очевидно, что  $P_{\text{ЛТ}} + P_{\text{ПР от}} + P_{\text{пр}} + P_{\text{ПР нал}} = 1$ .

Так как в задаче восстановления изображений стоимость  $P_{\text{ЛТ}}$  и  $P_{\text{пр}}$  различна (пропуск помехи влечет, как правило, большие потери), то можно воспользоваться критерием минимального среднего риска (байесовским критерием). С учетом (11) и (13) выражение для искомых границ интервала (5), минимизирующих средний риск, будет иметь вид

$$\begin{aligned} \left[ \begin{array}{c} x_{\min} \\ x_{\max} \end{array} \right] = & \arg \min_{x_{\min}, x_{\max} \in [0, (2^N-1)]} \left\{ \Pi_{\text{ЛТ}}(1-p) \left[ \sum_{k=0}^{x_{\min}} f(k | x = \lambda) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{k=x_{\max}}^{2^N-1} f(k | x = \lambda) \right] / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda) + \right. \\ & \left. + \Pi_{\text{пр}}p \sum_{k=x_{\min}}^{x_{\max}} f(k | x = h) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h) \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

где  $\Pi_{\text{ЛТ}}$ ,  $\Pi_{\text{пр}}$  — цены потерь, соответствующие ошибкам типа «ЛТ» и «пропуск помехи».

**Синтез оптимального алгоритма оценивания помех.** Как видно из (15), для минимизации левого слагаемого аргумента необходимо  $x_{\min} \rightarrow 0$ ,  $x_{\max} \rightarrow (2^N - 1)$ , а для минимизации правого, наоборот,  $(x_{\max} - x_{\min}) \rightarrow 0$ .

Получим выражение для значений порогов  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$ , обеспечивающих потенциально достижимое качество оценивания положения помех, т. е. предельно достижимый (стремящийся к нулю) средний риск  $\Pi_{\text{ЛТ}}P_{\text{ЛТ}} + \Pi_{\text{пр}}P_{\text{пр}}$  для оптимального в смысле критерия (15) алгоритма обработки. Для этого с учетом  $P_{\text{ЛТ}}, P_{\text{пр}} \geq 0$  приравняем аргумент (15) к нулю и получим предельный случай отсутствия ошибок:

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{ЛТ}}(1-p) \left[ \sum_{k=0}^{x_{\min}} f(k | x = \lambda) + \sum_{k=x_{\max}}^{2^N-1} f(k | x = \lambda) \right] / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda) + \\ + \Pi_{\text{пр}}p \sum_{k=x_{\min}}^{x_{\max}} f(k | x = h) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h) = 0. \quad (16) \end{aligned}$$

Поскольку распределение  $f(k | x = \lambda)$  в апертуре, скользящей по изображению, лежит в границах от минимального ( $x_{\min}^A$ ) до максимального ( $x_{\max}^A$ ) значения сигнала, а распределение помехи  $f(k | x = h)$  равномерное (формула (4)) на интервале  $0, \dots, (2^N - 1)$ , выражение (16) можно представить в виде

$$\Pi_{\text{ЛТ}}(1-p) \left( 1 - \frac{x_{\max} - x_{\min}}{x_{\max}^A - x_{\min}^A} \right) + \Pi_{\text{пр}}p \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2^N - 1} = 0. \quad (17)$$

Искомые оптимальные величины  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$  равноудалены на  $\Delta$  от некоторого среднего значения, определенного как среднее текущей апертуры  $\langle x^A \rangle$ . В соответствии с этим (17) запишем как

$$\Pi_{\text{ЛТ}}(1-p) \left( 1 - \frac{(\langle x^A \rangle + \Delta) - (\langle x^A \rangle - \Delta)}{x_{\max}^A - x_{\min}^A} \right) + \Pi_{\text{пр}} p \frac{(\langle x^A \rangle + \Delta) - (\langle x^A \rangle - \Delta)}{2^N - 1} = 0, \quad (18)$$

или

$$\Pi_{\text{ЛТ}}(1-p) \left( 1 - \frac{2\Delta}{x_{\max}^A - x_{\min}^A} \right) + \Pi_{\text{пр}} p \frac{2\Delta}{2^N - 1} = 0. \quad (19)$$

Определим из (19) параметр  $\Delta$ , обеспечивающий предельно достижимое качество (16) оценивания помех:

$$\Delta = \frac{1}{2} \frac{\Pi_{\text{ЛТ}}(1-p)}{\Pi_{\text{ЛТ}}(1-p)/(x_{\max}^A - x_{\min}^A) - \Pi_{\text{пр}} p / (2^N - 1)}. \quad (20)$$

На рис. 1 приведена зависимость значения  $\Delta$  (20) от величины вероятности  $p$  и разности  $x_{\max}^A - x_{\min}^A$  для случая  $\Pi_{\text{пр}} = 1,5$ ,  $\Pi_{\text{ЛТ}} = 0,5$ , а на рис. 2 — для случая  $\Pi_{\text{пр}} = 0,5$ ,  $\Pi_{\text{ЛТ}} = 1,5$  (кривые 1 —  $x_{\max}^A - x_{\min}^A = 12$ ; 2 — 25; 3 — 64; 4 — 127; 5 — 255). Так как максимум разности  $x_{\max}^A - x_{\min}^A$  не может быть больше 255 (при  $N = 8$  (2)), на рис. 1, 2 кривые ограничены сверху значением 127. Из рисунков видно, что с ростом  $p$  значение  $\Delta$  должно плавно расти, а достигнув максимума, резко уменьшиться до нуля. Причем этот рост прямо пропорционален разнице  $x_{\max}^A - x_{\min}^A$ .

В предлагаемом виде практическое использование полученного выражения (20) представляется проблематичным, так как на практике невозможно получить нулевые вероятности ошибок  $P_{\text{ЛТ}}$  и  $P_{\text{пр}}$ . Тем не менее выражение (20) может быть полезно тем, что позволяет связать два противоречивых требования по величине  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  для обеспечения потенциально достижимой нулевой вероятности ошибки  $P_{\text{ЛТ}} + P_{\text{пр}}$  при оценивании положения ИП.

С учетом того, что на практике  $P_{\text{ЛТ}}, P_{\text{пр}} > 0$ , рассмотрим процедуру оптимизации значения  $\Delta$ , минимизирующего средний риск  $\Pi_{\text{ЛТ}} P_{\text{ЛТ}} + \Pi_{\text{пр}} P_{\text{пр}}$  в соответствии с выражением (15). Пусть заданы максимально допустимые величины вероятностей  $P_{\text{ЛТ}}$  и  $P_{\text{пр}}$ ,

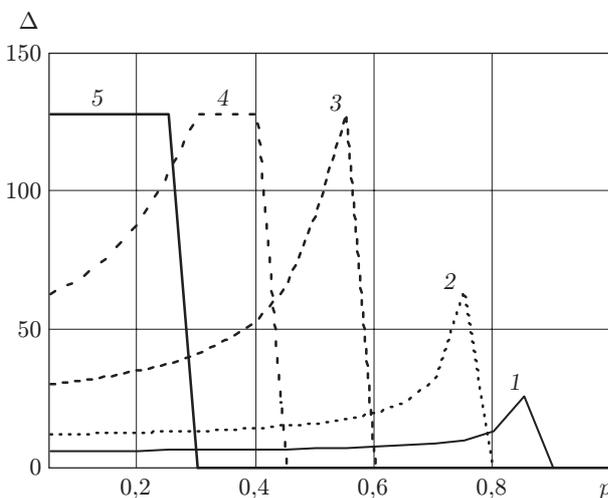


Рис. 1

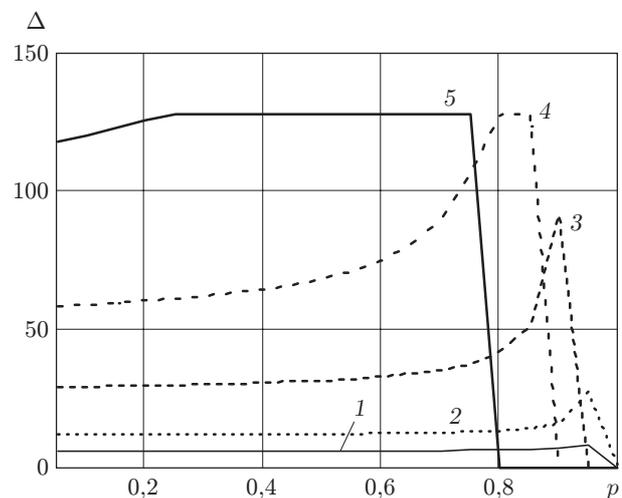


Рис. 2

тогда значение  $\Delta$  должно быть выбрано таким образом, чтобы обеспечить реальные величины  $P_{\text{ЛТ}}$  и  $P_{\text{пр}}$  не выше заданных. При этом с учетом преобразований (16)–(19) из критерия (15) можно записать следующую систему неравенств:

$$\begin{cases} P_{\text{ЛТ}} \geq \Pi_{\text{ЛТ}}(1-p) \left(1 - \frac{2\Delta_1}{x_{\text{max}}^A - x_{\text{min}}^A}\right), \\ P_{\text{пр}} \geq \Pi_{\text{пр}} p \frac{2\Delta_2}{2^N - 1}, \end{cases} \quad (21)$$

где  $\Delta_1$  — значение, устанавливаемое для минимизации  $P_{\text{ЛТ}}$ ;  $\Delta_2$  — значение, минимизирующее  $P_{\text{пр}}$ .

Из выражения (21) также очевидно противоречие, заключающееся в том, что для снижения  $P_{\text{ЛТ}}$  необходимо  $\Delta_1 \rightarrow (2^N - 1)/2$ , а для уменьшения  $P_{\text{пр}}$ , наоборот,  $\Delta_2 \rightarrow 0$ . Найдем из системы (21) оптимальные значения параметров  $\Delta$ :

$$\begin{cases} \Delta_1 \geq \frac{1}{2}(x_{\text{max}}^A - x_{\text{min}}^A) \left(1 - \frac{P_{\text{ЛТ}}}{\Pi_{\text{ЛТ}}(1-p)}\right), \\ \Delta_2 \leq \frac{P_{\text{пр}}(2^N - 1)}{2\Pi_{\text{пр}}p}. \end{cases} \quad (22)$$

Зависимости параметров  $\Delta_1$  от  $p$  и  $P_{\text{ЛТ}}$ , а также  $\Delta_2$  от  $p$  и  $P_{\text{пр}}$  (22) можно совместно представить в виде функций двух переменных ( $p$  и  $P_{\text{ЛТ}} = P_{\text{пр}}$ ). При этом согласно выражению (22) множество оптимальных значений  $\Delta$ , удовлетворяющих заданным  $P_{\text{ЛТ}}$  и  $P_{\text{пр}}$ , должно находиться ниже верхней поверхности  $\Delta_2$  либо быть равно ей и выше нижней  $\Delta_1$  либо быть равно ей. Это требование выполняется в большей части плоскости аргументов  $p \in [0, 1]$ ,  $P_{\text{ЛТ}}, P_{\text{пр}} \in [0, 1]$ , кроме области возможного пересечения поверхностей, где решений нет ( $\Delta_1 > \Delta_2$ ). Область возможного пересечения поверхностей может иметь место при  $P_{\text{ЛТ}}, P_{\text{пр}} \rightarrow 0$  и приблизительной равновероятности наличия и отсутствия ИП ( $p \approx 0,5$ ). В этом случае противоречие по величине  $\Delta$  неразрешимо.

Так как стоимость ошибок  $P_{\text{ЛТ}}$ ,  $P_{\text{пр}}$  определяется  $\Pi_{\text{ЛТ}}$ ,  $\Pi_{\text{пр}}$ , оптимальное значение  $\Delta$  должно быть равноудалено от верхней и нижней указанных поверхностей. Выполнив усреднение последних, можно найти поверхность оптимальных интервалов  $\Delta = (\Delta_1 + \Delta_2)/2$ .

Таким образом, оптимальное удаление значений  $x_{\text{min}}$ ,  $x_{\text{max}}$  от среднего по апертуре  $\langle x^A \rangle$  составит

$$\begin{cases} x_{\text{min}} = \langle x^A \rangle - \Delta, \\ x_{\text{max}} = \langle x^A \rangle + \Delta. \end{cases} \quad (23)$$

На рис. 3 представлены некоторые наиболее характерные зависимости усредненной поверхности  $\Delta$  от вероятности  $p$  при пяти значениях  $P_{\text{пр}}$ ,  $P_{\text{ЛТ}}$  для случая  $\Pi_{\text{пр}} = 1,5$ ,  $\Pi_{\text{ЛТ}} = 0,5$  (кривая 1 —  $P_{\text{пр}}, P_{\text{ЛТ}} = 0,10$ ; 2 — 0,25; 3 — 0,50; 4 — 0,75; 5 — 0,95). Как видно из рисунка, при  $P_{\text{пр}}, P_{\text{ЛТ}} = 0,1$  зависимость имеет разрыв, показывающий отсутствие решения ( $\Delta_1 > \Delta_2$ ). При других значениях  $P_{\text{пр}}, P_{\text{ЛТ}}$  наблюдается убывающий характер зависимостей  $\Delta$  от  $p$ . Сопоставляя данные зависимости с аналогичными для значения  $\Delta$ , обеспечивающего предельно достижимый нулевой средний риск (20) (т. е. рис. 3 и рис. 1, 2), можно отметить, что за исключением экстремума (через максимум на рис. 1 и 2) оба характера зависимостей  $\Delta$  от  $p$  являются идентичными.

Таким образом, синтезированный по критерию (15) алгоритм оценивания положения негауссовских ИП выглядит следующим образом:

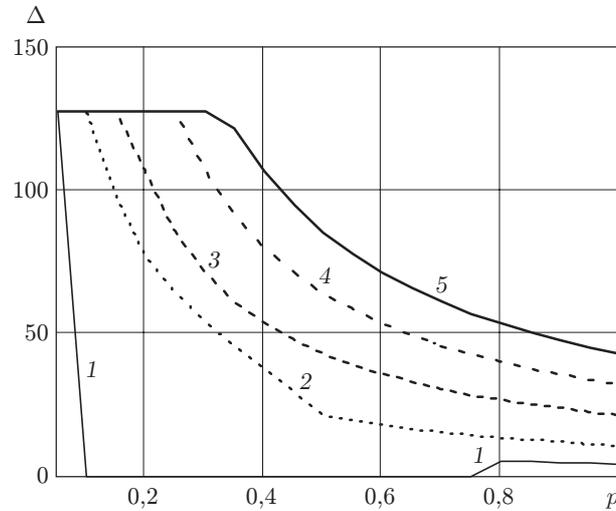


Рис. 3

Шаг 1. Для каждого положения апертуры на изображении  $x_{i,j}$  на основе заданных  $N$ ,  $p$ ,  $P_{\text{пр}}$ ,  $P_{\text{ЛТ}}$ ,  $\Pi_{\text{пр}}$ ,  $\Pi_{\text{ЛТ}}$ ,  $x_{\text{max}}^A$ ,  $x_{\text{min}}^A$  строится система неравенств (21).

Шаг 2. Из системы (21) определяются значения параметров  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  (22).

Шаг 3. Если  $\Delta_1 \leq \Delta_2$ , находится оптимальный по (15) параметр  $\Delta = (\Delta_1 + \Delta_2)/2$ , в противном случае получить оптимальное решение невозможно; аналогичным усреднением находится неоптимальный параметр.

Шаг 4. По формуле (23) определяются оптимальные границы интервала  $x_{\text{min}}$  и  $x_{\text{max}}$ .

Шаг 5. В соответствии с выражением (5) формируется оценка положения ИП.

Необходимо отметить, что данный алгоритм применяется к каждому новому положению перемещающейся на один элемент (последовательно по столбцам, затем на строку ниже, далее снова по столбцам и т. д.) апертуры. Очевидно, что оптимальные по (15) границы интервала (5) будут меняться при перемещении скользящего окна на один элемент, так как  $x_{\text{max}}^A$ ,  $x_{\text{min}}^A$  различны при каждом новом положении апертуры. Причем с ростом ее размеров  $x_{\text{max}}^A$  будет стремиться к  $2^N - 1$ , а  $x_{\text{min}}^A$  — к нулю, поэтому в алгоритме должны использоваться минимальные апертуры размером  $3 \times 3$  элемента.

На рис. 4 представлены результаты вычислительных экспериментов по исследованию эффективности предлагаемого оптимального в соответствии с (15) алгоритма оценивания положения ИП и его сопоставлению с известным, рассмотренным в [5]. При исследовании были использованы самые разнообразные полутоновые изображения с параметрами  $m \times n = 300 \times 300$ ,  $N = 8$ . Размер апертуры фильтров выбран  $3 \times 3$  элемента. Параметры предлагаемого алгоритма:  $P_{\text{пр}} = P_{\text{ЛТ}} = 0,25$ ,  $\Pi_{\text{пр}} = \Pi_{\text{ЛТ}} = 1$ . Перед обработкой изображения целенаправленно подвергались зашумлению ИП в соответствии с выражением (4). Исследование проводилось в диапазоне интенсивности ИП от  $p = 0$  до  $p = 1$  с шагом 0,05. После применения процедур оценивания положения ИП качество алгоритмов рассматривалось исходя из частоты ошибок обнаружения, аналогичных (6), но разделенных для ЛТ ( $H_{\text{ЛТ}}$ ) и пропусков ( $H_{\text{пр}}$ ) помехи:

$$H_{\text{ЛТ}} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \begin{cases} 1, & \hat{h}_{i,j} - \tilde{h}_{i,j} = 1, \\ 0, & \hat{h}_{i,j} - \tilde{h}_{i,j} \neq 1, \end{cases} \quad (24)$$

$$H_{\text{пр}} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \begin{cases} 1, & \tilde{h}_{i,j} - \hat{h}_{i,j} = 1, \\ 0, & \tilde{h}_{i,j} - \hat{h}_{i,j} \neq 1. \end{cases} \quad (25)$$

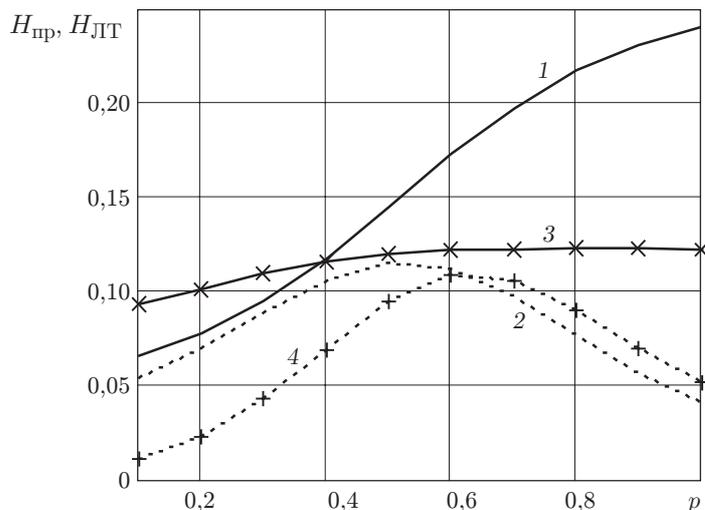


Рис. 4

Выражения (24) и (25) представляют собой отношение числа ошибок (типа «ЛТ» и «пропуск помехи») к общему числу элементов изображения и приближенно соответствуют вероятностям  $P_{ЛТ}$  и  $P_{пр}$ .

На рис. 4 приведены математические ожидания указанных ошибок для двух алгоритмов (кривая 1 —  $H_{пр}$ , 2 —  $H_{ЛТ}$  известного алгоритма; 3 —  $H_{пр}$ , 4 —  $H_{ЛТ}$  оптимального по (15) алгоритма). Дисперсии и доверительные интервалы представленных зависимостей можно приблизительно оценить по результатам, изложенным в работе [6]. Из рисунка видно, что предлагаемый оптимальный алгоритм в целом допускает меньше ошибок  $H_{пр}$ , чем известный [5]. Между тем при интенсивности ИП  $p < 0,4$  оптимальный алгоритм оказывается несколько хуже эвристического [5]. В отношении ошибок  $H_{ЛТ}$  предлагаемый алгоритм также в целом допускает их меньше, чем известный, однако при  $p > 0,6$  оказывается несколько хуже известного. Необходимо отметить, что ошибки типа  $H_{ЛТ}$  для обоих алгоритмов имеют экстремальную (через максимум) в области  $p \approx 0,5$  зависимость. Несколько большие ошибки оптимального алгоритма на указанных участках  $p$  можно объяснить достаточно жестким требованием к значениям заданных вероятностей ошибок  $P_{пр} = P_{ЛТ} = 0,25$ , для которых в силу  $\Delta_1 > \Delta_2$  оптимальное решение получить проблематично.

**Заключение.** Рассмотренные результаты численных исследований предлагаемого в данной работе алгоритма позволяют сделать вывод о том, что синтезированная процедура оптимального оценивания пространственного положения негауссовских ИП на цифровых изображениях обладает в целом меньшими ошибками обнаружения в апертуре по сравнению с известной неоптимальной процедурой выделения помех. При синтезе процедуры использованы критерий минимального среднего риска, дающий возможность управления ошибками первого и второго рода, а также аппроксимации плотностей распределения сигналов и помех, являющиеся довольно грубыми, но позволяющие решать рассмотренную задачу в условиях полной априорной неопределенности, что характерно для изображений реальных сцен.

Синтезированная процедура позволяет оптимизировать первый этап пространственно-избирательной фильтрации негауссовских ИП, за которым следует этап восстановления искаженных помехами элементов цифрового изображения.

Представленный алгоритм оценивания пространственного положения помех, а также

проведенные вычислительные эксперименты по исследованию его эффективности реализованы программно в среде Mathcad 14.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гонсалес Р., Вудс Р.** Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.
2. **Хуанг Т. С.** Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1984. 224 с.
3. **Ким В., Ярославский Л. П.** Ранговые алгоритмы обработки изображений // Адаптивные методы обработки изображений: Сб. науч. тр. /Под ред. В. И. Сифорова, Л. П. Ярославского. М.: Наука, 1988. С. 35.
4. **Воскобойников Ю. Е., Колкер А. Б.** Адаптивный алгоритм фильтрации и преобразование изображений в векторный формат // Автометрия. 2002. **38**, № 4. С. 3–11.
5. **Самойлин Е. А.** Нелинейные алгоритмы фильтрации импульсного шума на изображениях // Автометрия. 2005. **41**, № 5. С. 26–32.
6. **Самойлин Е. А.** Критерии оценивания качества фильтрации импульсных шумов на изображениях // Автометрия. 2006. **42**, № 4. С. 25–35.

*Поступила в редакцию 25 января 2008 г.*

---