

УДК 681.513.6

ФОРМИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В СИСТЕМАХ ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ*

О. Я. Шпилева

*Новосибирский государственный технический университет,
630092, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: oyas07@yandex.ru*

Рассмотрены свойства адаптивных систем управления, синтезированных методом вектора скорости. Показано, что системы отличаются разнотемповой динамикой процессов, так как содержат эталонную модель, «быстрый» адаптор и фильтр оценки производных. Выполнен анализ влияния параметров эталонной модели на свойства систем с сигнальной и сигнально-параметрической адаптацией. Определены наиболее значимые с точки зрения влияния на управление параметры системы и даны рекомендации по их выбору с учетом ограничений на управляющее воздействие.

Ключевые слова: адаптивные системы, неконтролируемые возмущения, эталонная модель, разнотемповые процессы.

Введение. В предлагаемой работе рассматриваются свойства систем прямого адаптивного управления, синтезированных методом вектора скорости [1]. Системы прямого адаптивного управления [2–4] содержат эталонные модели, параметры которых выбираются с учетом требований к динамическим характеристикам. Обсуждаются системы, в которых желаемые свойства задаются показателями качества переходных процессов. По показателям качества определяется допустимая область расположения корней характеристического уравнения. Существуют общие рекомендации по выбору мод [5]. И все же выбор корней характеристического уравнения эталонной модели является неоднозначным. Одним и тем же показателям качества можно поставить в соответствие несколько групп мод. Вопрос влияния параметров эталонной модели на управляющее воздействие мало изучен.

В данной работе исследуются системы с сигнальной и сигнально-параметрической настройками регуляторов. Анализируется влияние параметров адаптивного регулятора на величину управляющих воздействий в начальный момент работы системы. В системах управления, рассчитанных различными методами для одного и того же объекта и обладающих заданными показателями качества, асимптотические значения управляющих переменных совпадают. Однако отличия между управляющими переменными наблюдаются в переходном процессе, когда они достигают своих максимальных значений, при отработке начальных условий или внешних воздействий. Превышение управляющими воздействиями допустимого значения сигнала, поступающего на вход объекта, приводит к ухудшению качества переходного процесса. В [6] показано, что в адаптивных системах стабилизации с помощью введения формирующих фильтров, вырабатывающих входной сигнал определенного вида, можно уменьшить управляющее воздействие в переходном процессе.

Рассмотренные законы управления имеют разные составные части, определяемые настраиваемыми параметрами, которые, в свою очередь, можно интерпретировать как новые

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 08-08-00982).

управляющие воздействия относительно обобщенного настраиваемого объекта. Исследование начального этапа работы позволяет выявить наиболее значимые с точки зрения влияния на управление параметры и получить рекомендации по их выбору с учетом ресурса управления.

Описание систем. Пусть объект описывается линейным дифференциальным уравнением n -го порядка с переменными коэффициентами:

$$y^{(n)}(t) + \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i(t)y^{(i)}(t) = b(t)u(t) + m(t), \quad (1)$$

где y и u — выходная переменная и входная управляющая переменная соответственно; $b(t) \neq 0$ для $t_0 \leq t \leq t_f$ (t_0, t_f — начальный и конечный моменты времени). Неизвестные параметры $\alpha_i(t), b(t)$ и аддитивное возмущение $m(t)$ являются гладкими функциями и имеют ограниченные амплитуду и темп изменения. Если ввести вектор возмущений $\rho = (\alpha_i, b, m)^T$, то

$$\max_{t_0 \leq t \leq t_f} |\rho_j| < c_{1j}, \quad \max_{t_0 \leq t \leq t_f} |\dot{\rho}_j| < c_{2j}, \quad j = [0, n + 1], \quad (2)$$

где c_{lj} полагаются известными ($l = 1, 2, j = \overline{0, n + 1}$). Согласно последовательности расчета системы, приведенной в [1], уравнения адаптивного регулятора имеют вид

$$u(t) = k_b^{-1}(t) \left(F(y^{(i)}(t), r(t)) + \sum_{j=0}^{n-1} k_j(t)y^{(j)}(t) - k_m(t) \right), \quad (3)$$

$$\dot{k}_j(t) = \gamma_j l_j (y^{(n)}(t) - F(y^{(i)}(t), r(t))),$$

$$\dot{k}_b(t) = \gamma_b l_b (y^{(n)}(t) - F(y^{(i)}(t), r(t))), \quad (4)$$

$$\dot{k}_m(t) = \gamma_m l_b (y^{(n)}(t) - F(y^{(i)}(t), r(t))).$$

Здесь l_j и l_b — функции, вид которых определяется из условий устойчивости; $\gamma_j, \gamma_b, \gamma_m = \text{const}$ — коэффициенты передачи адаптора; $y_m^{(n)}(t) = F(y^{(i)}(t), r(t))$ — уравнение эталонной модели.

В работе [1] показано, что, используя разложение в ряд Тейлора гладких функций $\alpha_i(t), b(t)$:

$$\alpha_i(t) = \alpha_i(t_0) + \tilde{R}_{\alpha_i}(t), \quad b(t) = b(t_0) + \tilde{R}_b(t),$$

где

$$\tilde{R}_{\alpha_i}(t) = \alpha_i^{(1)}(t_0)(t - t_0) + \dots + \frac{\alpha_i^{(q)}(t_0)}{q!} (t - t_0)^q + \dots + R_{\alpha_i};$$

$$\tilde{R}_b(t) = b^{(1)}(t_0)(t - t_0) + \dots + \frac{b^{(q)}(t_0)}{q!} (t - t_0)^q + \dots + R_b,$$

уравнение (1) можно привести к виду

$$y^{(n)}(t) + \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i(t_0)y^{(i)}(t) = b(t_0)u(t) + M(t, y^{(i)}, u) \quad (5)$$

или

$$y^{(n)}(t) + \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i(t_0)y^{(i)}(t) + \tilde{\alpha}_0(t)y(t) = b_0u(t) + M(t, y^{(i)}, u), \quad (6)$$

где $\alpha_i(t_0), b_0$ — значения соответствующих коэффициентов, представляющие собой либо расчетные номинальные значения, либо априори известные верхние оценки параметров объекта и их производных c_{lj} (2); $b_0 = b(t_0)$. Вид выражений (5) и (6) зависит от включенных в $M(t, y^{(i)}, u)$ членов разложения $\alpha_i(t)$ и $b(t)$. Новые возмущения

$$M(t, y^{(i)}, u) = - \sum_{i=0}^{n-1} \tilde{R}_{\alpha_i}(t)y^{(i)}(t) + \tilde{R}_b(t)u + m(t)$$

для (5) и

$$M(t, y^{(i)}, u) = - \sum_{i=0}^{n-1} \tilde{R}_{\alpha_i}(t)y^{(i)}(t) - \tilde{R}_{\alpha_0}(t)y(t) + \tilde{R}_b(t)u + m(t)$$

для (6) имеют темп, который соизмерим с темпом выходных процессов объекта. Проводя синтез адаптивного регулятора по преобразованным моделям объектов с помощью метода вектора скорости и второго метода Ляпунова, получим уравнения, описывающие структуру адаптивного регулятора и адаптора

$$u(t) = b_0^{-1} \left(F(z^{(i)}(t), r(t)) + \sum_{i=0}^{n-1} a_{0i}z^{(i)}(t) - k_m(t) \right), \quad (7)$$

$$\dot{k}_m = \gamma_m (z^{(n)} - F) \quad \text{или} \quad \dot{k}_m = \gamma_m \operatorname{sgn} (l_m(z^{(n)} - F)) \quad (8)$$

для объекта с моделью (5) и

$$u(t) = b_0^{-1} \left(F(z^{(i)}(t), r(t)) + \sum_{i=0}^{n-1} a_{0i}z^{(i)}(t) + k_0(t)y(t) - k_m(t) \right), \quad (9)$$

$$\begin{cases} \dot{k}_0 = \gamma_0 l_0 (z^{(n)} - F), \\ \dot{k}_m = \gamma_m (z^{(n)} - F) \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \dot{k}_0 = \gamma_0 \operatorname{sgn} l_0 (z^{(n)} - F), \\ \dot{k}_m = \gamma_m \operatorname{sgn} (z^{(n)} - F) \end{cases} \quad (10)$$

для объекта с моделью (6). В (3), (4), (7)–(10) функция F описывает динамику эталонной модели, которая формируется по заданным показателям качества выходных процессов системы. Уравнения (5), (7) и (8) описывают систему с сигнальной адаптацией, а (6), (9) и (10) — с сигнально-параметрической адаптацией. Далее «релейными» будем называть алгоритмы адаптации с функцией sgn , а алгоритмы без знаковой функции — «гладкими».

Реализация приведенных законов управления и алгоритмов адаптации требует введения в систему дополнительного устройства, с помощью которого можно оценить требуемые производные выходной переменной. В работе использована малоинерционная система n -го порядка

$$\mu^n z^{(n)} + d_{n-1} \mu^{n-1} z^{(n-1)} + \dots + d_1 \mu z^{(1)} + z = y, \quad (11)$$

которая названа фильтром оценки производных (ФОП). Здесь $z^{(i)}$ — оценка i -й производной выходной переменной системы; $\mu < 0,1 \min\{\tilde{T}, \gamma^{-1}\}$, $\gamma = \min\{\gamma_0, \gamma_m\}$, $\tilde{T} = \min_i T_i$, T_i — i -я постоянная времени эталонной модели; коэффициенты d_j , $j = \overline{1, n-1}$, выбираются из условия устойчивости и допустимой колебательности процессов (11).

Постановка задачи. Рассмотрим формирование выходных сигналов адаптивных регуляторов (7) и (9) с различными видами настройки коэффициентов (8) и (10), анализируя особенности систем как с гладкими, так и с релейными алгоритмами адаптации. Задача состоит в определении $u(t)|_{t=h_i}$ ($h_i \rightarrow 0$, $i = 1, 2$, $h_1 < h_2$) при нулевых начальных условиях

$$y^{(i)}(0) = 0, \quad z^{(i)}(0) = 0, \quad i = \overline{0, n-1}; \quad k_0(0) = k_m(0) = 0 \quad (12)$$

и эталонном воздействии на вход системы $r(t) = 1(t)$ с целью сравнительного анализа свойств систем с сигнальной и сигнально-параметрической настройками. Относительно возмущения $M(t, y^{(i)}, u)$ полагаем, что $M(0) = M_0 \neq 0$, так как это наиболее общий случай.

Запишем уравнение ФОП относительно оценки старшей производной выходной переменной

$$z^{(n)} = \mu^{-n}(y - z) - \sum_{i=1}^{n-1} \mu^{i-n} d_i z^{(i)} \quad (13)$$

и уравнение эталонной модели

$$F = - \sum_{i=0}^{n-1} a_i^* z^{(i)} + b^* r. \quad (14)$$

В системе с сигнальной настройкой обозначим управляющее воздействие

$$u_s = b_0^{-1} \left(\sum_0^{n-1} (a_{0i} - a_i^*) z^{(i)} + b^* r - k_m \right), \quad (15)$$

а в системе с сигнально-параметрической настройкой —

$$u_{sp} = b_0^{-1} \left(\sum_0^{n-1} (a_{0i} - a_i^*) z^{(i)} + b^* r + k_0 y - k_m \right). \quad (16)$$

В законе управления (15) k_m формируется либо в соответствии с гладким алгоритмом адаптации

$$\dot{k}_m = \gamma_m (z^{(n)} - F), \quad (17)$$

либо с релейным алгоритмом

$$\dot{k}_m = \gamma_m \operatorname{sgn} (z^{(n)} - F). \quad (18)$$

В системе с сигнально-параметрической настройкой k_0 и k_m изменяются согласно алгоритмам

$$\dot{k}_m = \gamma_m (z^{(n)} - F) \quad \text{и} \quad \dot{k}_0 = \gamma_0 y (z^{(n)} - F) \quad (19)$$

или

$$\dot{k}_m = \gamma_m \operatorname{sgn}(z^{(n)} - F) \quad \text{и} \quad \dot{k}_0 = \gamma_0 \operatorname{sgn}(y(z^{(n)} - F)). \quad (20)$$

Перейдем от дифференциальных уравнений к разностным, при этом используем следующие обозначения: $t_{k+1} = t_k + \Delta t$, $\Delta t = \operatorname{const} > 0$, $x(t_k) = x_k$, где Δt — шаг дискретизации, t_k — k -й момент времени. Сначала запишем в векторно-матричной форме разностные уравнения модифицированной модели объекта 1-го вида (5):

$$y_{k+1} = \tilde{A}y_k + \tilde{B}u_k + \tilde{D}M_k,$$

где

$$y_k^T = [y_{1k} \quad y_{2k} \quad \dots \quad y_{nk}]; \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \Delta t & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{00}\Delta t & -a_{01}\Delta t & -a_{02}\Delta t & \dots & 1 - a_{0n-1}\Delta t \end{bmatrix};$$

$\tilde{B}^T = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad b_0\Delta t]$; $\tilde{D}^T = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad \Delta t]$; \tilde{B} , \tilde{D} — матрицы одного размера ($n \times 1$).

Далее запишем в векторно-матричной форме разностные уравнения модифицированной модели 2-го вида (6):

$$y_{k+1} = \tilde{A}_k y_k + \tilde{B}u_k + \tilde{D}M_k,$$

где

$$\tilde{A}_k = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \Delta t & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (-a_{00} - \alpha_{0k})\Delta t & -a_{01}\Delta t & -a_{02}\Delta t & \dots & 1 - a_{0n-1}\Delta t \end{bmatrix},$$

и фильтра оценки производных (13)

$$z_{k+1} = A_z z_k + B_z y_k,$$

где

$$A_z = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t/\mu & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \Delta t/\mu & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\Delta t/\mu & -\Delta t d_1/\mu & -\Delta t d_2/\mu & \dots & 1 - \Delta t d_n/\mu \end{bmatrix}; \quad B_z^T = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad \Delta t/\mu].$$

Адаптивному закону управления в системе с сигнальной настройкой (15) соответствует уравнение

$$u_{sk} = b_0^{-1} \left(\sum_{i=1}^n (a_{0i-1} - a_{i-1}^*) z_{ik} + b^* r_k - k_{mk} \right),$$

а в системе с сигнально-параметрической настройкой —

$$u_{\text{sp}k} = b_0^{-1} \left(\sum_{i=1}^n (a_{0i-1} - a_{i-1}^*) z_{ik} - k_{0k} y_{1k} + b^* r_k - k_{mk} \right).$$

Гладкие и релейные алгоритмы настройки (17)–(20) примут вид

$$k_{mk+1} = k_{mk} + \gamma_m \Delta t (z_{nk+1} - F_{nk+1} + F_{nk} - z_{nk}),$$

$$k_{mk+1} = k_{mk} + \gamma_m \Delta t \operatorname{sgn}(z_{nk+1} - F_{nk+1} + F_{nk} - z_{nk}),$$

$$k_{0k+1} = k_{0k} + \gamma_0 \Delta t y_{1k} (z_{nk+1} - F_{nk+1} + F_{nk} - z_{nk}),$$

$$k_{0k+1} = k_{0k} + \gamma_0 \Delta t \operatorname{sgn}(y_{1k} (z_{nk+1} - F_{nk+1} + F_{nk} - z_{nk})),$$

где

$$F_{nk+1} = F_{nk} + \left(- \sum_{i=1}^n a_{i-1}^* z_{ik} + b^* r_k \right) \Delta t.$$

Задача исследования состоит в определении наиболее значимых с точки зрения влияния на управляющие воздействия параметров систем и выборе их с учетом ресурса управления.

Анализ способов формирования управляющих воздействий. Рассмотрим систему управления объектом первого порядка с сигнальной настройкой в момент времени $t_1 = h_1$. Пусть $h_1 = +0$, $y_{h1} > 0$, $\Delta t = h_1$ и по условию $r_{h1} = 1$. Переменные системы определяем согласно начальным условиям (11): $y_{h1} = h_1 M_0 \neq 0$, так как по условию $M_0 \neq 0$;

$$F_{h1} = h_1 (b^* r_0 - a_0^* z_0) + z_0 = h_1 b^*;$$

$$z_{h1} = \mu^{-1} h_1 (y_0 - z_0) + z_0 = 0;$$

$$k_{mh1} = k_{m0} + \gamma_m h_1 (z_{h1} - z_0 - F_{h1} + F_0) = -\gamma_m h_1^2 b^*;$$

$$u_{sh1} = b_0^{-1} ((a_{00} - a_0^*) z_{h1} + b^* r_{h1} - k_{mh1}) = b_0^{-1} b^* (1 + \gamma_m h_1^2). \quad (21)$$

Поскольку $\gamma_m h_1^2 \ll 1$, то (21) запишем в виде $u_{sh1} = b_0^{-1} b^*$. Если используем релейный алгоритм адаптации, то имеем

$$k_{mh1} = k_{m0} + \gamma_m h_1 \operatorname{sgn}(z_{h1} - z_0 - F_{h1} + F_0) = -\gamma_m h_1,$$

$$u_{sh1} = b_0^{-1} ((a_{00} - a_0^*) z_{h1} + b^* r_{h1} - k_{mh1}) = b_0^{-1} (b^* + h_1 \gamma_m),$$

но так как составляющая $h_1 \gamma_m$ пренебрежимо мала по сравнению с $b_0^{-1} b^*$, то справедливо считать

$$u_{sh1} \approx b_0^{-1} b^*. \quad (22)$$

Перейдем к рассмотрению процессов в момент времени h_2 . Поскольку рассматриваемые системы являются устойчивыми и $h_i \rightarrow 0$, то справедливо предположить, что

$y(h_2) \ll 1$. В момент времени h_2 переменные состояния системы принимают следующие значения:

$$y_{h_2} = h_1(b^* + M_{h_1}) + (1 - h_1 a_{00})y_{h_1} \approx h_1(b^* + M_{h_1} + M_0);$$

$$z_{h_2} = \mu^{-1} h_1^2 M_0 = \mu^{-1} h_1 y_{h_1}; \quad F_{h_2} = 2h_1 b^*;$$

$$k_{m h_2} = k_{m h_1} + \gamma_m h_1 (z_{h_2} - z_{h_1} - F_{h_2} + F_{h_1}) = -2\gamma_m h_1^2 b^* + \gamma_m h_1^3 \mu^{-1} M_0$$

или в случае релейного алгоритма

$$k_{m h_2} = -\gamma_m h_1^2 b^* + \gamma_m h_1 \operatorname{sgn}(\mu^{-1} h_1 M_0 - b^*),$$

т. е.

$$k_{m h_2} = \begin{cases} -\gamma_m h_1 (b^* h_1 + 1), & \text{если } (\mu^{-1} h_1 M_0 - b^*) < 0, \\ -\gamma_m h_1 (b^* h_1 - 1), & \text{если } (\mu^{-1} h_1 M_0 - b^*) > 0. \end{cases}$$

Закон управления с гладким алгоритмом адаптации —

$$u_{s h_2} = b_0^{-1} b^* + b_0^{-1} h_1^2 (\mu^{-1} M_0 (a_{00} - a_0^* - \gamma_m h_1) + 2\gamma_m b^*). \quad (23)$$

В частном случае, когда возмущения медленные и малой амплитуды, такой что

$$\left| (a_{00} - a_0^* - \gamma_m h_1) \mu^{-1} M_0 \right| \ll 2\gamma_m b^*,$$

имеем

$$u_{s h_2} \approx b_0^{-1} b^*.$$

Если используем релейный алгоритм адаптации, то

$$u_{s h_2} = b_0^{-1} ((a_{00} - a_0^*) \mu^{-1} h_1^2 M_0 + b^* + \gamma_m h_1 - \gamma_m h_1 \operatorname{sgn}(\mu^{-1} h_1 M_0 - b^*))$$

или

$$u_{s h_2} \approx b_0^{-1} (b^* + \gamma_m h_1 - \gamma_m h_1 \operatorname{sgn}(\mu^{-1} h_1 M_0 - 2b^*)).$$

Из последнего выражения следует, что

$$u_{s h_2} \approx \begin{cases} b_0^{-1} b^* + 2b_0^{-1} \gamma_m h_1, & \text{если } \mu^{-1} h_1 M_0 - b^* < 0, \\ b_0^{-1} b^*, & \text{если } \mu^{-1} h_1 M_0 - b^* > 0. \end{cases} \quad (24)$$

Далее рассмотрим систему управления объектом первого порядка с сигнально-параметрической настройкой. В момент времени h_1 имеем значения искоемых переменных

$$k_{0 h_1} = k_{00} + \gamma_0 y_0 h_1 (z_{h_1} - z_0 - F_{h_1} + F_0) = 0, \quad k_{m h_1} = -\gamma_m h_1^2 b^*;$$

$$u_{sp h_1} = b_0^{-1} b^* (1 + \gamma_m h_1^2). \quad (25)$$

Если $1 > \gamma_m h_1^2$, то $u_{sp h_1} = b_0^{-1} b^*$, в случае $\gamma_m h_1^2 \approx 1$ имеем $u_{sp h_1} = 2b_0^{-1} b^*$. Использование релейного алгоритма адаптации приводит к следующим результатам:

$$\begin{aligned} k_m h_1 &= \pm \gamma_m h_1, \\ k_0 h_1 &= k_{00} + \gamma_0 h_1 \operatorname{sgn}(y_0(-h_1 b^*)). \end{aligned}$$

В последнем выражении $y_0 = 0$ по условию задачи. Считаем, что $\operatorname{sgn}(0(-h_1 b^*)) = -1$, тогда $k_0 h_1 = -\gamma_0 h_1$. Вычислим управляющее воздействие:

$$u_{sp h_1} = b_0^{-1}((a_{00} - a_0^*)z_{h_1} + b^* - k_0 h_1 y_{h_1} - k_m h_1) = b_0^{-1}(b^* + \gamma_0 h_1^2 M_0 + \gamma_m h_1).$$

Пренебрегая $\gamma_0 h_1^2 M_0$, получим

$$u_{sp h_1} \approx b_0^{-1}(b^* + \gamma_m h_1). \quad (26)$$

В момент h_2 для системы с гладкими алгоритмами настройки справедливы значения анализируемых переменных

$$\begin{aligned} k_m h_2 &= -2\gamma_m h_1^2 b^* + \gamma_m h_1^3 \mu^{-1} M_0, \\ k_0 h_2 &= \gamma_0 h_1^3 M_0 (\mu^{-1} h_1 M_0 - b^*). \end{aligned}$$

Учитывая $k_m h_2$ и $k_0 h_2$, получим

$$\begin{aligned} u_{sp h_2} &= b_0^{-1}((a_{00} - a_0^*)\mu^{-1} h_1^2 M_0 + b^* - \gamma_0 h_1^4 M_0 (b^* + M_{h_1} + M_0)(\mu^{-1} h_1 M_0 - b^*)) + \\ &+ b_0^{-1}(2\gamma_m b^* h_1^2 - \gamma_m \mu^{-1} M_0 h_1^3). \end{aligned}$$

Пренебрегая $\gamma_0 h_1^4 M_0 (b^* + M_{h_1} + M_0)(\mu^{-1} h_1 M_0 - b^*)$, имеем

$$u_{sp h_2} \approx b_0^{-1} b^* + b_0^{-1} h_1^2 (2\gamma_m b^* + \mu^{-1} M_0 (a_{00} - a_0^* - \gamma_m h_1)), \quad (27)$$

которое совпадает с (23).

В системе с релейным алгоритмом значения настраиваемых коэффициентов и управляющего воздействия зависят от знака разности $(\mu^{-1} M_0 h_1 - b^*)$:

$$\begin{aligned} k_m h_2 &= -\gamma_m h_1^2 b^* + \gamma_m h_1 \operatorname{sgn}(\mu^{-1} h_1 M_0 - b^*), \\ k_0 h_2 &= -\gamma_0 h_1 + \gamma_0 h_1 \operatorname{sgn}(h_1^2 M_0 (\mu^{-1} M_0 h_1 - b^*)), \end{aligned}$$

причем если $M_0 > 0$, то

$$k_0 h_2 = -\gamma_0 h_1 + \gamma_0 h_1 \operatorname{sgn}(\mu^{-1} M_0 h_1 - b^*),$$

или

$$k_0 h_2 = \begin{cases} -2\gamma_0 h_1, & \mu^{-1} M_0 h_1 - b^* < 0, \\ 0, & \mu^{-1} M_0 h_1 - b^* > 0; \end{cases}$$

$$u_{sp h_2} \approx b_0^{-1}((a_{00} - a_0^*)\mu^{-1} h_1^2 M_0 + b^* + \gamma_m h_1^2 b^* + \gamma_0 h_1^2 (b^* + M_0 + M_{h_1})) -$$

$$-b_0^{-1}h_1(\gamma_0h_1(b^* + M_0 + M_{h1}) + \gamma_m) \operatorname{sgn}(\mu^{-1}M_0h_1 - b^*).$$

Отбрасывая пренебрежимо малые члены, получим

$$u_{\text{sp}h2} \approx \begin{cases} b_0^{-1}b^* + b_0^{-1}((a_{00} - a_0^*)\mu^{-1}h_1^2M_0 + 2\gamma_0h_1^2(b^* + M_{h1} + M_0) + \gamma_mh_1), \\ \quad \text{если } \mu^{-1}M_0h_1 - b^* < 0, \\ b_0^{-1}b^* + b_0^{-1}((a_{00} - a_0^*)\mu^{-1}h_1^2M_0 + \gamma_mh_1^2b^* - \gamma_mh_1), \\ \quad \text{если } \mu^{-1}M_0h_1 - b^* > 0. \end{cases} \quad (28)$$

Из полученных выражений для настраиваемых коэффициентов и управляющих воздействий следует, что в системах управления объектом первого порядка при условии, что $M_0 \neq 0$, влияние внешнего возмущения на управляющее воздействие начинается с момента h_2 , кроме того, $u_{\text{sp}hi} \rightarrow u_{shi}$, $i = 1, 2$, но $u_{sh2} > u_{\text{sp}h2}$.

Полученные оценки (21), (22) и (25) для u_{sh1} и $u_{\text{sp}h1}$ ограничены, не зависят от μ и определяются в основном коэффициентами b_0 и b^* . Это позволяет связать b^* с величиной допустимого входного сигнала объекта управления (ресурсом управления u_r). Используя (22), запишем выражение $b_0^{-1}b^* \approx u_r$, которое разрешим относительно b^* :

$$b^* \approx b_0 u_r. \quad (29)$$

Поскольку $b^* = a_0^*$ при $e_{\text{st}} = 0$ или $b^* = a_0^*(1 - e_{\text{st}})$ при $e_{\text{st}} \neq 0$, то коэффициент b^* связан с постоянной времени эталонной модели (14): $(T^*)^n = 1/a_0^*$, где T^* — среднегеометрическая постоянная времени характеристического уравнения эталонной модели. Из приведенных выражений следует, что

$$T^* = (b_0 u_r)^{-1/n} \quad (30)$$

или с учетом e_{st}

$$T^* = \sqrt[n]{(1 - e_{\text{st}})(b_0 u_r)^{-1}}. \quad (31)$$

Выполненный анализ выявил зависимость между ресурсом управления и быстродействием эталонной модели (30), (31). Равенство (30) или (31) можно рекомендовать для выбора корней характеристического уравнения эталонной модели, которое описывает медленные процессы замкнутой системы.

Из выражений (21)–(28) следует, что малая постоянная времени ФОП (μ) не оказывает существенного влияния на формирование управляющего воздействия при $t = h_i$, $i = 1, 2$. Поэтому в начале переходного процесса отсутствуют «бесконечно» большие значения сигнала на выходе регулятора, порождаемые μ^{-1} , что свойственно системам с вектором скорости в законе управления [7, 8].

Пример. Сравним свойства адаптивных систем, синтезированных по различным видам моделей объектов управления, с помощью численного моделирования. Пусть модель одноканального линейного объекта второго порядка имеет вид

$$\ddot{y}(t) + \alpha_1(t)\dot{y}(t) + \alpha_0(t)y(t) = bu(t). \quad (32)$$

Здесь $b = 1$, $\alpha_0(t) = a_{00} + A_0 \sin(\omega_0 t)$, $\alpha_1(t) = a_{10} + A_1 \sin(\omega_1 t)$ и $a_{00} = a_{10} = 1$. Эталонный переходный процесс должен удовлетворять заданным значениям перерегулирования, времени переходного процесса и статической ошибке:

$$\sigma \% \leq 10 \%, \quad t_n \approx 3c, \quad e_{\text{ст}} \% \leq 1 \%. \quad (33)$$

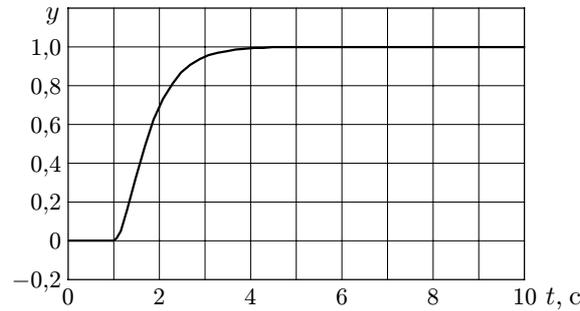


Рис. 1. График эталонной переходной характеристики ($\sigma \% = 0\%$, $t_n = 3\text{с}$, $e_{ст} \% = 1\%$)

Уравнение эталонной модели, соответствующее показателям качества (33), находим с учетом рекомендаций [1]. Эталонной моделью является аperiodическое звено второго порядка $\ddot{y} + 5\dot{y} + 6y = 6r$, где $r = 1(t - \tau)$ и $\tau = 1$, с постоянными времени $T_1 = 0,3$, $T_2 = 0,5$. Эталонный переходный процесс представлен на рис. 1. Уравнение фильтра оценки производных (11) в данном случае имеет вид $\ddot{z} + 42\dot{z} + 841z = 841y$. Адаптивный регулятор (3) и адаптор (4), рассчитанные по исходной модели объекта (32), задаются уравнениями

$$u = F + k_1\dot{z} + k_0z, \quad (34)$$

$$\dot{k}_0 = \gamma_0z(\ddot{z} - F), \quad \dot{k}_1 = \gamma_1\dot{z}(\ddot{z} - F).$$

Структуры адаптивного регулятора с сигнальной настройкой (7) и адаптора (8), рассчитанные по модифицированной модели объекта (5), формируются согласно уравнениям

$$u = F + \sum_{i=0}^1 a_{0i}z^{(i)} - k_m, \quad (35)$$

$$\dot{k}_m = \gamma_m(\ddot{z} - F).$$

Наконец, используя для расчета модифицированную модель объекта (6), получим адаптивный регулятор с сигнально-параметрической настройкой (9) и соответствующий адаптор (10) в виде

$$u = \sum_{i=0}^1 a_{0i}z^{(i)} + k_0y - k_m, \quad (36)$$

$$\dot{k}_0 = -\gamma_0z(\ddot{z} - F), \quad \dot{k}_m = \gamma_m(\ddot{z} - F).$$

В уравнениях (34) и (36) вместо z можно использовать y , если шум измерения выходной переменной пренебрежимо мал.

Заметим, что если объект управления описывается дифференциальными уравнениями второго порядка и аддитивное возмущение отсутствует, то адаптивная система, синтезированная по немодифицированной модели объекта (32), и система с сигнально-параметрической адаптацией имеют одинаковый порядок.

Графики процессов, наблюдаемых в системах стабилизации с алгоритмами (34)–(36), приведены на рис. 2–4 соответственно. Процессы получены при следующих параметрах

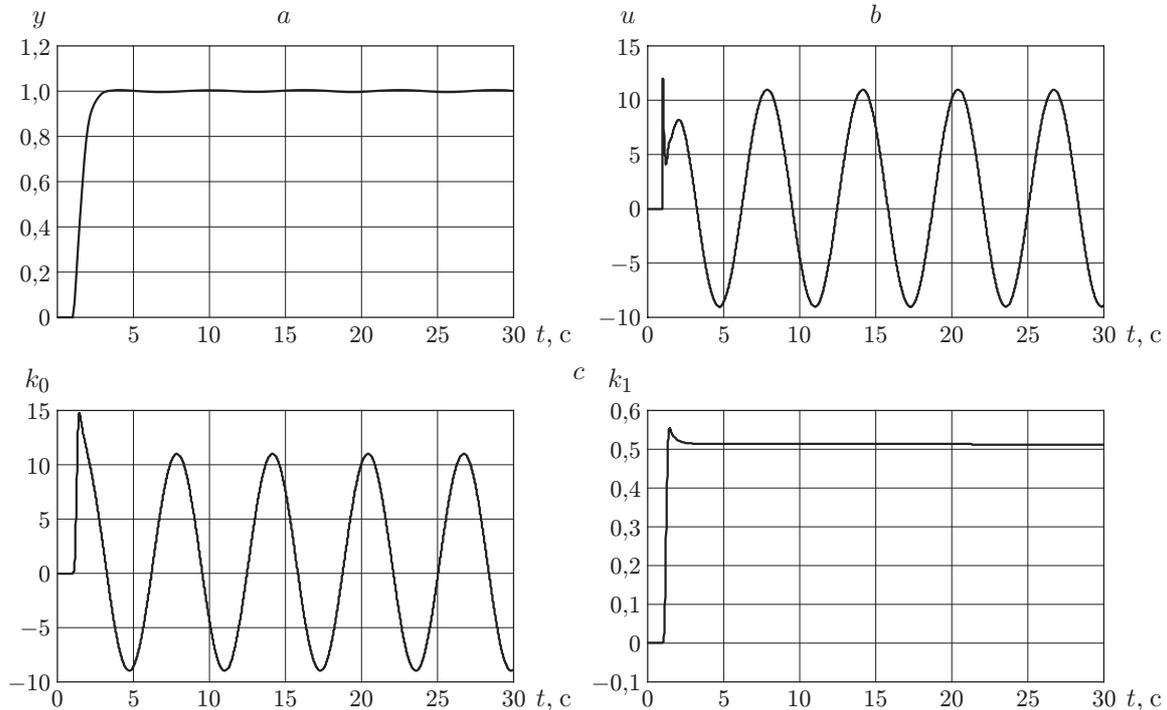


Рис. 2. Графики процессов в системе с параметрической настройкой: *a* — переходная характеристика с показателями качества $\sigma \% = 0 \%$, $t_n = 3c$, $e_{ст} \% = 0,5 \%$; *b* — вид управляющего воздействия; *c* — процессы на выходах адаптора

возмущений: $\omega_0 = \omega_1 = 1$, $A_1 = 1$, $A_0 = 10$ и коэффициентах передачи адапторов: $\gamma_0 = 170$, $\gamma_1 = 1$ (см. рис. 2), $\gamma_m = 170$ (см. рис. 3), $\gamma_0 = 60$, $\gamma_m = 60$ (см. рис. 4). Желаемое качество выходных процессов достигается во всех трех системах. Однако в системах коэффициенты передачи адапторов различны и, как следствие, различны максимальные значения управляющих воздействий в переходных процессах.

Наибольшее значение управляющего воздействия наблюдается в системе с сигнальной настройкой. В установившемся режиме работы вид управляющих воздействий одинаков. Отсюда можно заключить, что, изменяя структуру адаптивного регулятора и адаптора, необходимо учитывать ограничения по ресурсу управления.

Работоспособность синтезированных систем проверена при изменении амплитуды и

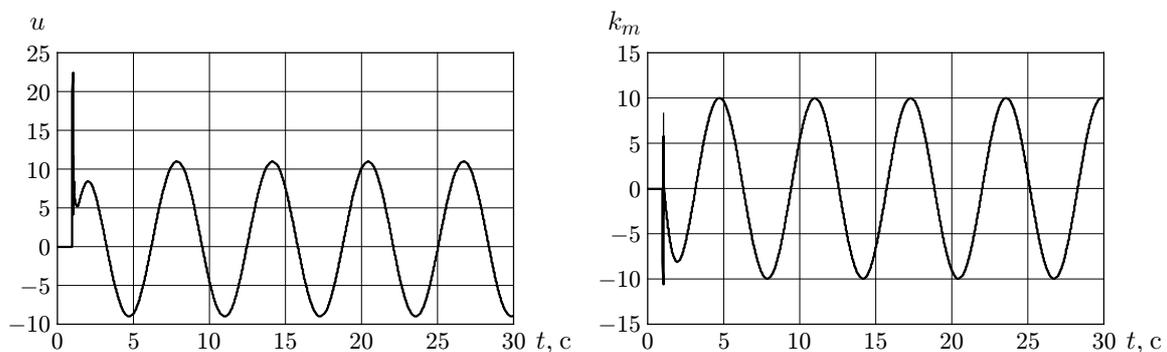


Рис. 3. Графики процессов на выходах регулятора (*u*) и адаптора (*km*) в системе с сигнальной настройкой

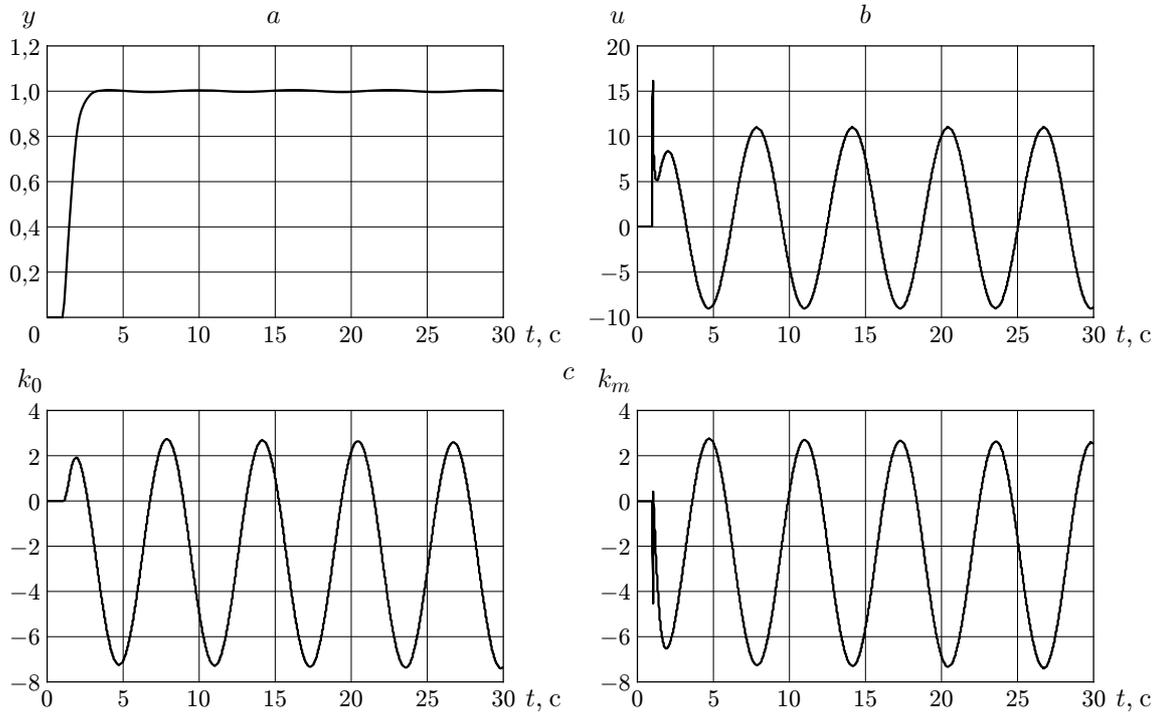


Рис. 4. Графики процессов в системе с сигнально-параметрической адаптацией: *a* — переходная характеристика с показателями качества $\sigma \% = 0 \%$, $t_n = 3c$, $e_{ст} \% = 0,6 \%$; *b* — вид управляющего воздействия; *c* — процессы на выходах адаптора

частоты параметрических возмущений в диапазонах $A_i = [0,01; 0,10; 1,0; 10]$ и $\omega_i = [0,01; 0,10; 1,0; 10]$, $i = 0, 1$. Коэффициенты передачи адапторов, рассчитанные с учетом скорости параметрических возмущений, обеспечили достижение заданных показателей качества (см. рис. 1) во всех системах. Исследования показали, что на динамику систем наибольшее влияние оказывает изменение $\alpha_0(t)$. Поэтому выполнен анализ влияния амплитуды и частоты $\alpha_0(t)$ на управляющее воздействие при $A_1 = 1$, $\omega_1 = 1$. Определены значения

$$u_{\max} = \max_{t_0 \leq t \leq t_f} |u(t)|$$

для всех видов систем. Амплитуда и частота $\alpha_0(t)$ задавались равными следующим значениям: $A_0 = [0,01; 0,10; 1,0; 10]$ и $\omega_0 = [0,01; 0,10; 1,0; 10]$. Полученные зависимости показаны на рис. 5. В случае изменения A_0 фиксировалась частота $\omega_0 = 1$, и наоборот: варьирование ω_0 выполнялось при $A_0 = 1$. Как и следовало ожидать, на u_{\max} больше влияет A_0 , чем ω_0 . Наибольшее влияние ω_0 на u_{\max} наблюдается, когда значения частот параметрических возмущений совпадают: $\omega_0 = \omega_1 = 1$.

Аналогичные результаты получены при исследовании адаптивной системы с объектом третьего порядка и приведены в [6]. При нулевых начальных условиях в системах полного и пониженного порядков удается обеспечить заданное качество по быстродействию и точности. В зависимости от темпа возмущений процессы на выходах регулятора и адаптора изменяются, но при этом качество выходных процессов удовлетворяет заданным показателям. В синтезированных системах желаемое качество процессов достигается с использованием различных видов адапторов. Это иллюстрирует выполнение поставленной цели функционирования без идентифицирующих свойств алгоритмов адаптации.

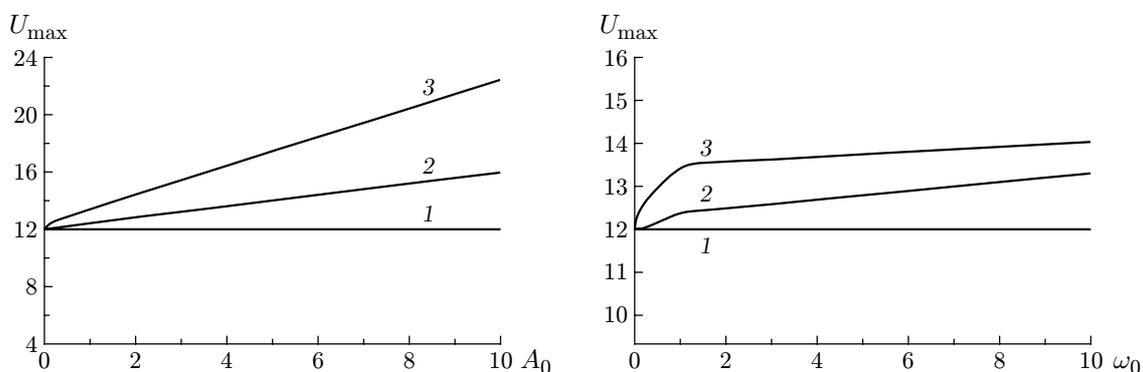


Рис. 5. Зависимости максимального значения управляющего воздействия от амплитуды и частоты параметрического возмущения $\alpha_0(t)$ (кривые 1 — система с параметрической настройкой, 2 — система с сигнально-параметрической настройкой, 3 — система с сигнальной настройкой)

Заключение. В предлагаемой работе выполнен анализ систем с различными видами настройки регуляторов, синтезированных методом вектора скорости. Структурные различия систем приводят к разным значениям коэффициентов передачи адапторов и разным максимальным значениям управляющего воздействия в переходном процессе. В системах с параметрической настройкой величина u_{\max} примерно в 1,5 раза меньше, чем в остальных системах. Поэтому в ряде случаев системы с параметрической настройкой могут оказаться предпочтительнее систем с сигнальной и сигнально-параметрической настройками. Определены наиболее значимые с точки зрения влияния на управляющее воздействие параметры системы и предложены рекомендации по их выбору с учетом ресурса управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шпилева О. Я. Об одном способе уменьшения порядка адаптивного регулятора // Автометрия. 2006. 42, № 2. С. 38–48.
2. Павлов В. Н., Соловьев И. Г. Системы прямого адаптивного регулирования. М.: Наука, 1989.
3. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах. М.: Наука, 1990.
4. Kaufman H., Bar-Kana I., Sobel K. Direct adaptive control algorithms. N. Y.: Springer-Verlag, 1994.
5. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. М.: Профессия, 2004.
6. Шпилева О. Я., Иваненко Е. В. Особенности использования нескольких эталонных моделей в адаптивной системе управления // Автометрия. 2008. 44, № 1. С. 59–69.
7. Востриков А. С. Синтез нелинейных систем методом локализации. Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. ун-та, 1990.
8. Сарычев С. П. Стабилизация динамических свойств электроэнергетических объектов на основе управления по вектору скорости: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск: НЭТИ, 1985. 18 с.

