

УДК 621.396

## КВАЗИОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МНОГОЭЛЕМЕНТНЫМИ АНТЕННЫМИ РЕШЕТКАМИ

П. Н. Башлы, Ю. А. Кузнецов, С. Г. Гладушенко

*Ростовский военный институт ракетных войск,  
344038, г. Ростов-на-Дону, просп. М. Нагибина, 24/50  
E-mail: bpn973@mail.ru*

Предложен квазиоптимальный метод управления антенной решеткой информационной системы, основанный на оптимизации ее интегральных параметров при управлении комплексными амплитудами токов в части излучателей решетки. Выполнены численные расчеты, подтвердившие справедливость аналитических оценок. Дана оценка способа выбора расположения нерегулируемых элементов в составе антенной решетки, при котором минимизируется снижение энергетических показателей антенной решетки с квазиоптимальным управлением.

*Ключевые слова:* помехоустойчивость, отношение сигнал/помеха + шум, антенная решетка, оптимизация.

**Введение.** В настоящее время использование антенных решеток (АР) в современных радиоэлектронных системах (РЭС) в качестве антенн потенциально позволяет расширить их функциональные возможности, поскольку АР допускают гибкое управление формой диаграммы направленности (ДН) в зависимости от характера решаемых задач. Управление формой ДН в АР достигается изменением амплитудно-фазового распределения в каждом излучателе решетки.

Известные способы управления АР основаны на решении задачи синтеза (нахождении требуемого амплитудно-фазового распределения) с использованием классических критериев [1–3], таких как отношение сигнал/помеха + шум (ОСПШ), коэффициент направленного действия (КНД) или коэффициент концентрации и др. Классические методы синтеза являются эффективными и оправданными применительно к малоэлементным АР, когда требуется одновременное управление амплитудно-фазовым распределением во всех элементах решетки, тогда как применительно к многоэлементным АР управление всеми элементами решетки не требуется, а его реализация связана со значительными вычислительными затратами, которые не позволяют АР гибко реагировать на изменяющиеся условия функционирования, например на появление помеховых сигналов.

В [4] описан метод квазиоптимального управления АР, предполагающий сокращение числа управляемых элементов в составе решетки при решении задачи синтеза, в связи с чем существенно сокращаются и вычислительные затраты. Недостатком такого способа является отсутствие критерия выбора расположения регулируемых элементов в составе решетки для квазиоптимального управления, поскольку от выбора этих элементов существенно зависит качество управления АР.

Целью представленной работы является выбор и обоснование критерия определения расположения регулируемых элементов антенной решетки при квазиоптимальном синтезе.

**Квазиоптимальное управление АР.** Предложенный в [4] метод квазиоптимального синтеза основан на произвольном объединении части элементов решетки ( $M$ -элементов) в группу с общим комплексным током  $I^0$ , который далее определяется совместно с комплексными токами оставшейся части  $N - M$  элементов АР в результате решения задачи

синтеза. При этом отношение эрмитовых форм, к которому приводится выбранный функционал (например, ОСПШ), преобразуется к виду

$$\chi(J^\Delta) = \frac{J^{\Delta*} \mathbf{A}^\Delta J^\Delta}{J^{\Delta*} \mathbf{B}^\Delta J^\Delta} = \frac{J^{\Delta*} \mathbf{Y}^* \mathbf{A} \mathbf{Y} J^\Delta}{J^{\Delta*} \mathbf{Y}^* \mathbf{B} \mathbf{Y} J^\Delta}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{A} = f^{0*} f^0$  — эрмитова матрица порядка  $N$ ;  $f^0 = (f_1(u_0), f_2(u_0), \dots, f_N(u_0))$  — вектор-строка со значениями парциальных диаграмм системы  $f_n(u)$  в направлении  $u = u_0$ ;  $\mathbf{B}$  — эрмитова положительно-определенная матрица порядка  $N$ ; «\*» — символ комплексного сопряжения скалярной величины и эрмитова сопряжения матрицы;

$$\mathbf{A}^\Delta = f^{\Delta*} f^\Delta, \quad f^\Delta = (f_1(u), \dots, f_{N-M}(u), \Phi^\Sigma(u)); \quad J^\Delta = (J_1, \dots, J_{N-M}, I^0)^T; \quad (2)$$

$$b_{sp}^\Delta = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_2} f_s^\Delta(u)^* f_p^\Delta(u) W(u) du, \quad s, p = 1, 2, \dots, N - M + 1; \quad (3)$$

$$\Phi^\Sigma(u) = \sum_m f_m(u) \exp(-j\varphi_m), \quad m = N - M + 1, \dots, N; \quad (4)$$

$W(u)$  — функция распределения шумов и помех;  $\mathbf{Y}$  — прямоугольная матрица преобразований размера  $N \times N - M + 1$ ;

$$\varphi_n = \frac{2\pi}{\lambda} y_0 \left( n - \frac{N+1}{2} \right) \sin u_0$$

(здесь  $\lambda$  — длина волны,  $y_0$  — шаг решетки,  $u_0$  — заданное направление приема сигнала,  $u \in \Omega_2$ , где  $\Omega_2$  — область излучения антенны).

Решением задачи синтеза, как показано в [4], при условии, что матрица  $\mathbf{A}^\Delta$  первого ранга, является вектор комплексных амплитуд токов, определяемый выражением

$$J^\Delta = \mathbf{B}^{\Delta^{-1}} f^{\Delta*}.$$

**Критерий выбора регулируемых элементов при квазиоптимальном синтезе.** Рассмотренная в [4] задача квазиоптимального синтеза эквивалентна задаче максимизации заданного функционала, представленного в виде отношения эрмитовых форм:

$$\chi(J) = J^* \mathbf{A} J / J^* \mathbf{B} J, \quad (5)$$

с ограничениями вида

$$J_{N-M+1} = J_{N-M+2}; \quad J_{N-M+2} = J_{N-M+3}; \quad \dots; \quad J_{N-1} = J_N, \quad (6)$$

т. е.  $M$  токам, объединенным в группу, соответствует  $M - 1$  ограничение. Тогда новый вектор токов  $X$  связан с исходным вектором-столбцом токов  $J = (J_1, J_2, \dots, J_N)^T$  порядка  $N$  матрицей преобразований  $\mathbf{P}$ :

$$X = \mathbf{P} J, \quad (7)$$

т. е.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_1 \\ \vdots \\ J_{N-M+1} \\ J_{N-M+2} \\ J_{N-M+3} \\ \vdots \\ J_{N-1} \\ J_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [X^\Delta] \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Решив систему (7) и подставив решение в (5), получим преобразованный вид функционала с учетом  $M - 1$  линейных ограничений (6):

$$\chi(X) = \frac{X^* \mathbf{P}^{-1*} \mathbf{A} \mathbf{P}^{-1} X}{X^* \mathbf{P}^{-1*} \mathbf{B} \mathbf{P}^{-1} X}. \quad (9)$$

По условию задачи  $M - 1$  проекций нового вектора  $X$  равны нулю, поэтому для дальнейшего решения задачи синтеза из (9) исключаются  $M - 1$  элементов вектора  $X$  и  $M - 1$  строк и столбцов матриц  $\mathbf{P}^{-1*} \mathbf{A} \mathbf{P}^{-1}$  и  $\mathbf{P}^{-1*} \mathbf{B} \mathbf{P}^{-1}$  соответственно. Тогда решением задачи синтеза будет вектор  $X^\Delta$ , полученный из вектора  $X$  путем исключения  $M - 1$  элементов и удовлетворяющий равенству

$$[\mathbf{P}^{-1*} \mathbf{B} \mathbf{P}^{-1}]^{-1} [\mathbf{P}^{-1*} \mathbf{A} \mathbf{P}^{-1}] X_{\max}^\Delta = \lambda_{\max}^\Delta X_{\max}^\Delta, \quad (10)$$

где  $\lambda_{\max}^\Delta$  — максимальное собственное число пучка форм, определяемого отношением (9). В (10)  $[\cdot]$  указывает на исключение  $M - 1$  строк и  $M - 1$  столбцов из соответствующих матриц.

Задача определения максимума отношения (5) с ограничениями вида (6) используется в теории матриц [5, 6] для вариационного описания собственных чисел пучка форм (в [5] используется термин «связь»), образуемого отношением (5).

В нашем случае требуется определить такой вектор комплексных амплитуд токов, который максимизирует (5) при ограничениях (6). Поскольку этот вектор соответствует максимальному собственному числу исследуемого пучка форм при учете ограничений (6), то возникает задача вариационного описания собственных чисел пучка форм, образуемого отношением (9) для различных матриц преобразований  $\mathbf{P}$ .

Допустим, что задано ограничение  $J_{N-1} = J_N$  (соответствует последней строке матрицы преобразований  $\mathbf{P}$ ), которое приводим к виду

$$y_{N-1} J_{N-1} - y_N J_N = 0,$$

где  $y_{N-1} = -y_N = 1$ .

В матричной форме этому ограничению соответствует запись

$$(y, J) = 0. \quad (11)$$

Здесь  $y$  — вектор порядка  $N$ , образованный элементами  $N$ -й строки матрицы преобразований  $\mathbf{P}$ .

Так, в соответствии с теоремой Куранта — Фишера [5], если отношению Релея (5) соответствует  $N$  собственных чисел, упорядоченных по возрастанию  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n \leq$

$\leq \dots \leq \lambda_{N-1} \leq \lambda_N$ , то при наложении одного ограничения вида (11) независимо от ограничивающего вектора  $y$  максимум  $\chi(J)$  будет находиться в пределах

$$\lambda_{N-1} \leq \max_{J=J_{\text{опт}}} (\chi(J)) \leq \lambda_N, \quad (12)$$

причем нижняя граница  $\lambda_{N-1} \leq \max_{J=y} (\chi(J))$  имеет место при  $y = J$ , а верхняя  $\max_{J \perp y} (\chi(J)) = \lambda_N$  — при  $(y, J) = 0$ , т. е. при ортогональности ограничивающего вектора  $y$  и вектора комплексных амплитуд токов  $J$ .

Принимая во внимание, что ограничивающий вектор  $y$  в (11) всегда имеет два отличающихся от нуля значения (равные единице, но противоположные по знаку), можно отметить, что верхняя граница в (12) при наложении одного ограничения будет иметь место только в случае выполнения равенства  $J_{N-1} = J_N$ , а нижняя граница — при  $J_{N-1} = -J_N$ .

Таким образом, учитывая, что при квазиоптимальном управлении выбор нерегулируемых элементов решетки, объединяемых в группу, произвольный, а комплексные токи  $J$ , соответствующие оптимальному решению, известны, объединять в группу нерегулируемых необходимо те элементы, комплексные амплитуды токов которых минимально отличаются друг от друга, т. е. имеющие минимальную дисперсию токов.

**Результаты моделирования.** При проведении численного эксперимента использована антенная решетка ненаправленных элементов со следующими параметрами: количество элементов  $N = 29$ , количество нерегулируемых элементов  $M = 15$ ,  $y_0 = 0,5\lambda$  при  $u_0 = 0$ , а также функции помех

$$T(u) = \begin{cases} 10^7 & \text{при } 10,25 \leq u \leq 12,55, \\ 1 & \text{при других } u. \end{cases} \quad (13)$$

В табл. 1 приведено 13 вариантов распределения нерегулируемых элементов («1» — нерегулируемый элемент, «0» — регулируемый элемент).

Исследуемые параметры АР ( $D$  — коэффициент направленного действия,  $q$  — отношение сигнал/помеха + шум,  $K$  — коэффициент использования мощности,  $\Delta(J)$  — дисперсия объединяемых комплексных амплитуд токов) представлены в табл. 2. Как следует из таблицы, разброс значений  $D$  и  $q$  при различных вариантах квазиоптимального синтеза достигает 2,6 дБ, что существенно для задач синтеза помехоустойчивых информационных систем.

Вместе с тем прослеживается устойчивая зависимость значений  $D$  и  $q$  от дисперсии объединяемых при квазиоптимальном синтезе комплексных амплитуд токов. Так, максимум КНД и ОСПШ (вариант 2) имеет место при минимуме  $\Delta(J)$ , и наоборот: при максимальной дисперсии токов (вариант 3) значения КНД и ОСПШ минимальные.

При численном эксперименте также оценивался коэффициент использования мощности (КИМ), который отражает степень неравномерности реализуемого амплитудного распределения (при равномерном распределении  $K = 1$ ; чем больше  $K$ , тем меньше потерь при реализации оптимального амплитудного распределения). Как следует из табл. 2, наиболее эффективным вариантам квазиоптимального синтеза (варианты 1, 2, 5 и 7) соответствует наибольший КИМ ( $K > 0,7$ ).

Полученные результаты в полной мере соответствуют теоретическим оценкам (12), поэтому могут быть использованы при решении задачи квазиоптимального синтеза.

На рис. 1 приведены значения дисперсии комплексных амплитуд токов  $\Delta(J)$  (штриховая кривая) и ОСПШ (сплошная кривая) для всех 13 вариантов квазиоптимального синтеза, которые подтверждают характер влияния  $\Delta(J)$  на  $q$ .

Рассмотрим, как отражаются различные варианты объединения элементов при квазиоптимальном синтезе на форме ДН антенной решетки.

Таблица 1

## Варианты распределения нерегулируемых элементов в составе АР

№ п/п	Номер варианта												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
2	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0
4	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
5	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
7	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0
8	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0
9	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
10	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
11	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
12	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
13	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
14	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1
15	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1
16	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1
17	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
18	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1
19	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
20	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
21	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
22	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
23	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
24	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
25	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
26	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
27	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
28	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
29	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0

На рис. 2 показаны ДН антенной решетки, соответствующие равномерному амплитудному и линейному фазовому распределению (пунктирная кривая), а также синтезированные предложенным методом квазиоптимального синтеза по вариантам 2 (сплошная кривая) и 3 (штриховая кривая). Как следует из рисунка, преимущество квазиоптимального синтеза АР по варианту 2 обусловлено более глубоким провалом в направлении помехового сигнала, меньшим уровнем боковых лепестков и более узким главным максимумом ДН решетки.

Таблица 2

## Параметры АР при квазиоптимальном управлении

Параметры АР	Номер варианта												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$D$ , дБ	19,09	19,13	16,70	17,48	19,04	18,52	18,95	18,53	18,41	18,41	18,57	18,52	18,70
$q$ , дБ	19,08	19,12	16,52	17,39	19,03	18,45	18,94	18,45	18,37	18,25	18,42	18,47	18,58
$K$	0,838	0,701	0,415	0,400	0,733	0,645	0,757	0,552	0,632	0,566	0,569	0,620	0,603
$\Delta(J)$	0,145	0,117	1,130	0,678	0,272	0,578	0,341	0,608	0,535	0,682	0,624	0,580	0,335

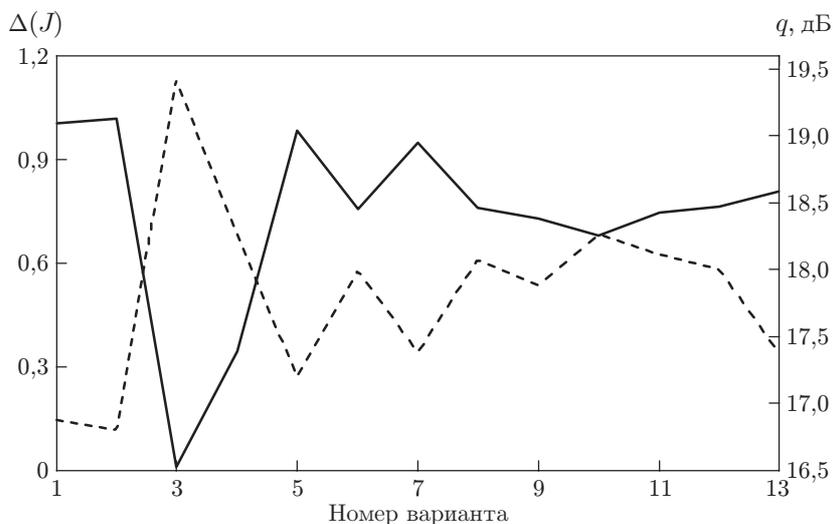


Рис. 1. Значения  $\Delta(J)$  и  $q$  при различных вариантах квазиоптимального синтеза

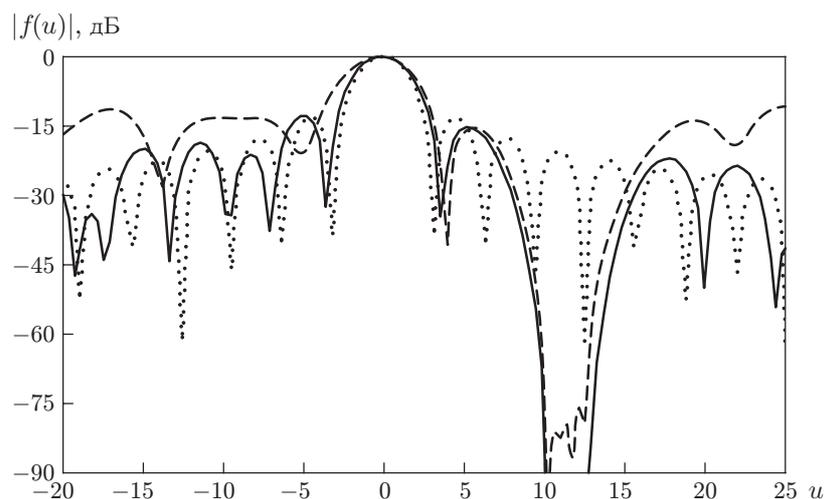


Рис. 2. Диаграммы направленности АР при различных вариантах квазиоптимального синтеза

**Заключение.** Рассмотренный в данной работе способ квазиоптимального синтеза обладает важным преимуществом перед известными способами синтеза, заключающимся в существенном сокращении вычислительных затрат при незначительных ухудшениях параметров антенной решетки. Возникающую неопределенность с выбором нерегулируемых элементов в работе предложено решать с использованием теоремы Куранта — Фишера. Численные эксперименты подтвердили аналитические предположения об оптимальности вариантов с минимальной дисперсией комплексных амплитуд токов в нерегулируемых элементах. Такой способ выбора нерегулируемых элементов позволяет в значительной степени повысить помехоустойчивость информационной системы, а также исключает выбор заведомо неоптимальных вариантов решения задачи квазиоптимального синтеза.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Проблемы** антенной техники /Под ред. Л. Д. Бахраха, Д. И. Воскресенского. М.: Радио и связь, 1989. 368 с.

2. **Зелкин Е. Г., Соколов В. Г.** Методы синтеза антенн. М.: Сов. радио, 1980. 348 с.
3. **Cheng D. K.** Optimization techniques for antenna arrays // Proc. IEEE. 1971. **59**, N 12. P. 1664–1674.
4. **Башлы П. Н.** Квазиоптимальное управление антенной решеткой в задаче повышения помехоустойчивости информационно-измерительной системы // Автометрия. 2008. **44**, № 4. С. 52–59.
5. **Ланкастер П.** Теория матриц: Пер. с англ. М.: Наука, 1982. 272 с.
6. **Гантмахер Ф. Р.** Теория матриц. М.: Наука, 1988. 548 с.

*Поступила в редакцию 10 марта 2009 г.*

---