

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ И ПРОМЫШЛЕННОСТИ

УДК 681.5

ПРОБЛЕМА СИНТЕЗА РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ СИСТЕМ АВТОМАТИКИ: СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ*

А. С. Востриков

*Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Новосибирский государственный технический университет»,
630092, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: vostrikov@nstu.ru*

Рассматриваются состояние и возможности развития исследований по центральной проблеме теории и практики автоматического управления — задаче синтеза регуляторов для систем с нелинейными объектами. Выделяется решающий фактор эффективности регуляторов для нелинейных объектов — использование глубокой обратной связи по производным выходной переменной, что обеспечивает локализацию возмущений в «быстрых подпроцессах» (на фоне основных) и позволяет формировать нужные динамические свойства.

Ключевые слова: производные выходной переменной, локализация возмущений, метод разделения движений, малые параметры, большие коэффициенты.

Введение. Появившиеся в результате первой промышленной революции в Европе регуляторы (1765 г. — регулятор уровня И. И. Ползунова, 1784 г. — регулятор скорости вращения паровой машины Д. Уатта) были предназначены для стабилизации работы технических устройств, на которые действуют факторы окружающей среды. Использование отрицательной обратной связи по отклонению, введённой в XIX веке интуитивно и без соответствующих расчётов, не всегда давало нужный эффект. Часто вместо предполагаемого улучшения работы применение регуляторов с отрицательной обратной связью приводило к неожиданным техническим явлениям: неустойчивости, генерации новых движений. Для изучения этих явлений потребовались методы, которые смогли их объяснить и позволили установить общие закономерности работы регуляторов. Основы этого были изложены в появившихся в конце XIX века первых работах «о регуляторах» английского физика Д. К. Максвелла [1] и русского механика И. А. Вышнеградского [2, 3]. Так началась теория автоматического регулирования.

Активное развитие новой теории началось с появлением электротехнических систем, в частности электромашинных и радиоавтоматики. До сих пор классическим примером систем автоматического управления является система регулирования скорости электрической машины. Впоследствии оказалось, что методы теории автоматического управления позволяют объяснить работу объектов различной физической природы в механике, энергетике, радио- и электротехнике, т. е. везде, где можно усмотреть обратную связь. Все методы объединяет одна общая задача: обеспечение необходимой точности и удовлетворительного качества переходных процессов. Таким образом, теория автоматического управления по существу представляет собой теорию процессов в системах с отрицательной обратной связью.

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 09-08-00611-а).

К настоящему времени теория автоматического управления — сложившаяся научная дисциплина со своим аналитическим аппаратом, в развитие которого большой вклад внесли русские учёные-математики, специалисты по качественной теории дифференциальных уравнений, например А. М. Ляпунов (1892 г.), чья работа [4] породила огромное количество дополнительных исследований.

Как и любая теория, она имеет дело не с реальными инженерными конструкциями, а с их моделями, которые выражаются, как правило, математическим языком, т. е. имеют вид определённых уравнений. Следовательно, все выводы и рекомендации теории автоматического управления справедливы только при полном соответствии моделей и реальных устройств, но, к сожалению, этого никогда не бывает на практике.

Результатом неполноты модели является различие в поведении теоретической и реальной систем, что обычно обнаруживается при наладке последней. Таким образом, этап настройки есть неизбежный шаг к получению работоспособной системы автоматического управления. Иногда при большом несоответствии математической модели свойствам реального технического устройства инженеру-проектировщику приходится снова уточнять модель и пересчитывать результат конструирования.

Центральной в теории автоматического регулирования с самого начала её развития была, есть и будет задача синтеза, т. е. проектирования регулятора (управляющего устройства), который придаёт системе нужные статические и динамические свойства.

Предметом рассмотрения в данном обзоре является задача выбора регулятора в контуре автоматического регулирования, функциональная схема которого представлена на рис. 1 (Р — регулятор, О — объект автоматического регулирования, D_x — датчик переменных состояния объекта, D_y — датчик выходных переменных, M — возмущение).

Назначение системы заключается в приведении выходных переменных y к заданным значениям v :

$$\lim y(t) = v, \quad t \rightarrow \infty,$$

что обеспечивается генерацией нужных значений управляющего воздействия u регулятором в функции рассогласования по выходным переменным и, может быть, состоянием объекта.

Уже в пионерских работах Дж. К. Максвелла, И. А. Вышнеградского и других учёных, заложивших основы теории автоматического регулирования, наряду с решением задачи оценки устойчивости давались рекомендации по выбору параметров, обеспечивающих нужные свойства переходных процессов. С тех пор почти в каждом методе анализа динамических свойств систем содержались рекомендации по подбору алгоритмов управления или их параметров. Для линейных систем наиболее разработанными и практичными оказались частотный метод синтеза корректирующих цепей и модальный (в частном случае корневой) метод. Для стабилизации нелинейных объектов нужны были общие модели

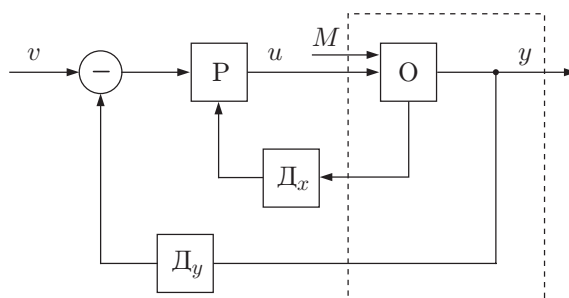


Рис. 1

и подходы, которые и возникли на основе аппарата дифференциальных уравнений и их интерпретации в пространстве состояний. Многочисленные способы коррекции динамики нелинейных систем приведены, например, в монографиях [5, 6]. Эти способы породили, по мнению автора представленной работы, два регулярных метода управления для нелинейных нестационарных объектов: метод больших коэффициентов [7, 8] и метод скользящих режимов [8, 9]. В качестве метода анализа процессов в таких системах оказался удобным метод разделения движений [10]. Для нестационарных систем уже много лет развивается идея адаптации параметров регулятора к переменным параметрам объектов [11, 12]. Применение такого способа уместно при медленных изменениях значений параметров объектов по сравнению с темпом процессов в системе.

Все эти методы предлагают инженерам-конструкторам систематические процедуры расчёта регуляторов (корректирующих цепей), но в практике создания систем автоматики наибольшее применение получили типовые ПИД-регуляторы, для реализации которых промышленность выпускает специальное оборудование [13, 14].

Цель данного обзора — выделить и проанализировать достоинства и рациональную область использования этих решений.

1. Предельные соотношения. Рассмотрим теперь основные соотношения задачи синтеза для системы, схема которой приведена на рис. 1. Полагаем, что будет использоваться обратная связь только по выходной величине. При этом для простоты имеем в виду линейную одноканальную систему, хотя все технические выводы сохраняются и для многоканальных нелинейных систем.

Для исследования свойств линейных систем будем пользоваться символической записью дифференциальных уравнений (в функции оператора $p = dy/dt$) и частотными характеристиками (замена $p \rightarrow jw$). Считая, что возмущение $M(t)$ и помеха измерения $h(t)$ «входят» в уравнения движения аддитивно, часть схемы (см. рис. 1, область выделена пунктиром) можно представить как на рис. 2 (\tilde{y} — измеренное значение выходной переменной).

Если объект линейный, то уравнения системы имеют вид

$$y = M(t) + w(p)u; \quad \tilde{y} = h(t) + y, \quad (1)$$

где $w(p)$ — передаточная функция объекта.

Замечание 1. Обращаем внимание, что для организации обратной связи инженер-конструктор всегда использует не выходную переменную, а её измеренное значение. Из этого следует, что лучшего качества, чем качество датчика и канала передачи его сигнала, от системы регулирования добиться нельзя. В такой ситуации можно применять фильтрацию сигнала, если есть отличительные свойства между сигналом и помехой.

Здесь и далее полагаем, что оператор объекта обратим и, следовательно, существует обратная передаточная функция объекта $w^{-1}(p)$. Если регулятор системы выполняет свою задачу точно (идеально), то значения выходной переменной тождественно равны заданным, т. е. $\tilde{y}(t) = y(t) + h(t) = v(t)$. Из этого равенства с учётом уравнения (1) получим

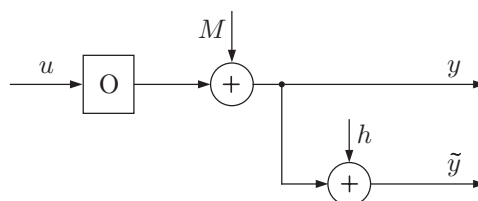


Рис. 2

соотношение для значений точного управляющего воздействия:

$$u = w^{-1}(p)(v + h + M). \quad (2)$$

Как видим, точный (и достаточно близкий к нему) регулятор вынужден вырабатывать управление, компенсирующее действия помехи h и возмущения M . Значения этого «вклада» в управление вычисляются следующим образом:

$$u_h = w^{-1}(p)h; \quad u_m = w^{-1}(p)M. \quad (3)$$

Обычно обратный оператор объекта имеет «форсирующий характер», поэтому значения u_h могут быть недопустимо большими. С другой стороны, изменение возмущения M во времени должно быть также «плавным», поскольку реальный регулятор не сможет выработать как угодно большие значения управляющих воздействий. Таким образом, ещё не выбрав метод синтеза регулятора, необходимо учесть полученные предельные соотношения, определить ресурс управления для подавления возмущения $M(t)$, датчик и, если требуется, фильтр с допустимым влиянием помехи. Отметим, что если реальные значения $u_h(t)$ превышают уже выбранный ресурс управления, то действие помехи приведёт к уменьшению реального коэффициента передачи сигнала управления, а следовательно, снизится качество работы системы (ухудшится подавление возмущения). Всё вышеописанное позволяет сделать важный вывод.

Вывод 1. Предельное влияние помехи и возмущения на значения управляющего воздействия определяется при расчёте системы с помощью формул (3) и не зависит от метода синтеза и типа регулятора.

Рассмотрим условия, при которых эталонная (желаемая) динамика системы может быть реализована для заданного объекта (1) при имеющемся ресурсе значений управляющего воздействия. Примем технологические требования к поведению выходной переменной в виде

$$y = w_*(p)v, \quad (4)$$

где $w_*(p)$ — эталонная передаточная функция. Поскольку модель линейна, то её коэффициенты определяются эталонными корнями полиномов числителя и знаменателя, которые, в свою очередь, легко задать на основе обычных технологических требований по быстрдействию, демпфированию и статике [15]. Здесь уместно обратить внимание на эти три «стандартных» параметра, по которым в подавляющем большинстве случаев оценивается качество работы системы регулирования. Именно это обстоятельство объясняет во многом популярность ПИД-регуляторов, в которых нужно рассчитать и настроить тоже три коэффициента.

Из соотношений (1) и (4) следует, что точное управление задаётся формулой

$$u = w^{-1}(p)(w_*(p)v - M). \quad (5)$$

Рассмотрим, к чему может привести игнорирование соотношения (5). Пусть передаточная функция объекта имеет обычный вид:

$$w(p) = B(p)A^{-1}(p), \quad \deg B(p) = m, \quad \deg A(p) = n, \quad m \leq n.$$

Эталонные требования упростим: $w_*(p) = C^{-1}(p)$, где $C(p)$ — характеристический полином эталонной системы.

Если теперь предположить работу системы в режиме отработки входных ступенчатых воздействий, то из соотношения (5) следует ресурсное ограничение

$$\deg C(p) \geq n - m. \quad (6)$$

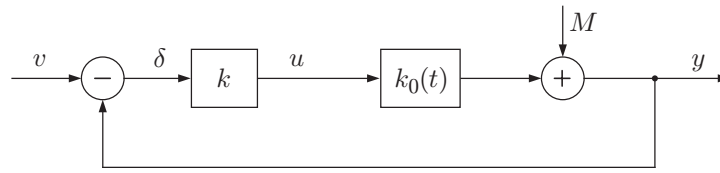


Рис. 3

В реальных условиях изменение входа может быть не скачкообразным, однако отдельные координаты состояния под влиянием возмущений среды могут изменяться скачком, и такие состояния управление должно обрабатывать в соответствии с заданным полиномом-эталонном. В связи с этим следует

Вывод 2. Условием реализуемости заданных требований к динамике системы является соотношение (6).

Замечание 2. Под «динамикой» подразумеваются переходные процессы в системах автоматического управления, а под «динамическим» — инерционный объект, для которого предметом исследования являются переходные процессы.

2. Отрицательная обратная связь. С первых работ по теории автоматического регулирования основным предметом исследования является эффект использования отрицательной обратной связи по выходной переменной. Именно такая связь позволяет парировать влияние возмущений на объект, ради чего и проектируется система автоматического регулирования. Поэтому данную дисциплину часто называют теорией систем с обратной связью [16, 17]. При этом имеется в виду отрицательная обратная связь по выходной переменной.

Рассмотрим основные соотношения и эффекты, к которым приводит использование такой связи. Схема простой безынерционной системы приведена на рис. 3 ($k_0(t)$ — переменный во времени коэффициент передачи объекта регулирования, k — коэффициент усиления регулятора, δ — ошибка регулирования).

Выражение для выходной переменной имеет вид

$$y = \frac{k(t)k}{1 + k(t)k} v + \frac{1}{1 + k(t)k} M.$$

При достаточно больших значениях k получим сколь угодно малое значение ошибки: $v - y = \delta \rightarrow 0$. Как видим, пропорциональный регулятор полностью решает задачу стабилизации нестационарного объекта при действии возмущений.

Рассмотрим систему с безынерционным нелинейным нестационарным объектом, схема которой представлена на рис. 4.

Полагаем, что характеристика объекта строго монотонна: $\partial f / \partial u > 0, \forall(u, t)$. Можно показать [18], что справедливо следующее

Утверждение 1. Если $k \rightarrow \infty$, то $\delta \rightarrow 0$ и, следовательно, $y \rightarrow v$.

Такое свойство обеспечит выполнение цели функционирования системы.

В итоге можно сделать очевидный, но важный вывод.

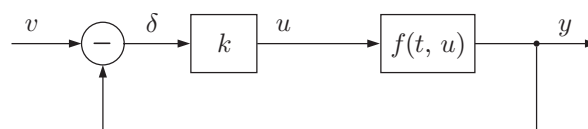


Рис. 4

Вывод 3. Пропорциональный регулятор (П-регулятор) полностью решает задачу стабилизации нелинейного нестационарного безынерционного объекта.

Замечание 3. В литературе по применению ПИД-регуляторов обычно предполагаются линейные модели поведения объектов. В данном обзоре специально выделяется вопрос о применимости линейных регуляторов в задачах стабилизации нелинейных объектов.

В рассмотренных примерах использовались достаточно большие значения коэффициентов усиления регулятора. Надо отметить, что этот способ применяется чаще всего. Реальные значения коэффициентов регулятора, как правило, гораздо больше значений других параметров системы.

Применим теперь для решения той же задачи принцип регулирования по интегралу от ошибки. Для этого в схеме на рис. 4 в качестве регулятора будем использовать интегрирующее звено $u = kp^{-1}\delta$.

Поскольку объект нелинейный, для анализа удобнее перейти к дифференциальным уравнениям и выбрать в качестве координаты состояния величину управления u . Уравнение для этой величины имеет вид

$$\dot{u} = k(v - f(t, u)).$$

Так как функция f монотонная, то система устойчива и точкой равновесия для неё будет искомое значение управляющего воздействия из уравнения

$$v - f(t, u) = \delta = 0.$$

В отличие от П-регулятора здесь коэффициент усиления может быть любым. Если $v = \text{const}$ и $\partial f/\partial t = 0$, то значения k можно выбирать как угодно малыми без ущерба для задачи стабилизации. Однако в режиме отработки ступенчатого входа или в режиме слежения, или при нестационарном объекте значения k должны быть достаточно большими для обеспечения ошибки, не более допустимой. Как видно, для этого регулятора можно сделать

Вывод 4. Интегральный регулятор (И-регулятор) полностью решает задачу стабилизации нелинейного нестационарного безынерционного объекта.

Замечание 4. Эффект применения отрицательной обратной связи по выходной переменной очевиден, и именно это свойство сделало содержание теории автоматического регулирования интересным и очень важным для науки и техники.

3. ПД-регулятор. Рассмотрим задачу стабилизации инерционного нелинейного нестационарного объекта первого порядка, уравнение которого имеет вид

$$\dot{y} = f(t, y) + b(t, y)u. \quad (7)$$

Здесь функции f и b непрерывные и дифференцируемые, имеют ограниченные производные, их значения находятся в рабочем диапазоне, функция $b(t, y) > 0$. Далее будем использовать символы f и b как для обозначения вида этих функций, так и для их значений.

Выберем теперь ПД-регулятор для стабилизации объекта, управление при этом вырабатывается по закону

$$u = k(cp + 1)(v - y),$$

где k — общий множитель.

Уравнение системы принимает вид

$$\dot{y} = \frac{f}{1 + bkc} - \frac{bky}{1 + bkc} + \frac{bk(cp + 1)v}{1 + bkc}.$$

При $k \rightarrow \infty$ это соотношение вырождается в предельное уравнение, которое удобно записать в символической форме:

$$y = \frac{cp + 1}{cp + 1}v.$$

Как видим, в пределе получается линейная система при существенно нелинейном объекте. Свободные процессы соответствуют характеристическому уравнению $cp + 1 = 0$, которое задаётся параметром c регулятора. Глубина подчинения движения объекта этому эталонному уравнению определяется коэффициентом k . Процедура «настройки» регулятора очевидна. В режиме отработки входа и в режиме слежения ошибка регулирования как угодно близка к нулю. Начальные состояния отрабатываются в соответствии с характеристическим уравнением. В итоге можно сделать

Вывод 5. ПД-регулятор полностью решает задачу стабилизации нелинейного нестационарного объекта первого порядка.

Эффективность ПД-регулятора объясняется использованием обратной связи по старшей (здесь первой) производной от выходной переменной и достаточно большим коэффициентом усиления k [18]. В данном случае в реальной системе возникают быстрые подпроцессы на фоне основных. Свойства этих движений зависят от инерционности фильтра, применяемого для оценки производных, и той неучтённой (пренебрегаемой) части объекта, которую трудно или невозможно описать на языке математических моделей, используемых сейчас. Такая часть всегда есть и, как правило, она составляет основные трудности при настройке системы. Попробуем в этой системе выделить быстрые движения, учитывая только инерционность дифференцирующего фильтра. Пусть модель реального ПД-регулятора имеет вид

$$u = k \frac{(cp + 1)}{(\mu p + 1)}(v - y),$$

где параметр μ определяет инерционность простейшего фильтра и значения μ на порядок меньше инерционности объекта. Представим это уравнение в следующем виде:

$$(\mu p + 1)u + kcbu = k(cp + 1)v - k(x + cf(t, y)).$$

Данное уравнение вместе с (7) образует модель поведения предлагаемой системы. Следуя технике разделения движений в системах со старшей производной в управлении [18], выделим отсюда характеристическое уравнение контура быстрых движений

$$\mu p + 1 + kcb = 0.$$

Как видим, быстрые процессы фильтра «замкнуты» через объект (параметр b) и, следовательно, его неучтённая часть при построении модели объекта войдёт в контур быстрых движений. Таковы свойства реальных технических систем, и все методы расчёта систем автоматики должны обеспечивать «запас» качественных свойств по отношению к возможным «паразитным» инерционностям и ошибкам при оценке значений параметров.

Замечание 5. Разница между объектом и моделью будет всегда, и только при проектировании и настройке можно обеспечить работоспособность системы. Здесь уместно привести английское выражение, уже ставшее сакраментальным при рекламировании продукции: «Feel the difference!» (Почувствуй разницу!).

При измерении (оценке) значений производных почти всегда используется дифференцирующий фильтр с передаточной функцией вида

$$w(\mu p) = pD^{-1}(\mu p),$$

где полином $D(\mu p)$ отражает инерционность фильтра, обеспечивающую подавление высокочастотных помех. Здесь и далее будем полагать, что этот полином имеет форму

$$D(\mu p) = \mu^n p^n + d_n \mu^{n-1} p^{n-1} + \dots + d_2 \mu p + d_1, \quad d_1 = 1.$$

Степень оператора p соответствует порядку искомой производной (в нашем примере первому). Реальный ПД-регулятор реализует управление

$$u = k \frac{(cp + 1)}{D(\mu p)} (v - y),$$

с учётом которого уравнение системы для переменной u запишем как

$$D(\mu p)u + kcbu = k(cp + 1)v - k(x + cf(t, y)).$$

Видно, что характеристическое уравнение быстрых движений принимает вид

$$D(\mu p) + kcb = 0. \quad (8)$$

Если (8) имеет порядок выше второго, то для коррекции быстрых процессов понадобится дополнительное звено стабилизации. Понятно, что такой стабилизатор можно рассчитать методами линейной теории.

4. ПИД-регулятор. Проведём анализ самого «полного» из применяемых сейчас регуляторов. Алгоритм управления будет иметь вид

$$u = (k(cp + 1) + k_1 p^{-1})(v - y), \quad (9)$$

где намеренно выделена интегральная составляющая с коэффициентом k_1 , а для ПД-части оставлена форма ПД-регулятора. Уравнение объекта (7) с уравнением управления (9) принимает вид

$$\dot{y} = \frac{f}{1 + bkc} - \frac{bky}{1 + bkc} + \frac{bk(cp + 1)v}{1 + bkc} + \frac{bk_1 p^{-1}(v - y)}{1 + bkc}.$$

И здесь эффект «подавления» собственных свойств объекта (функции f и b) обеспечивается достаточно большими значениями коэффициента k . При $k \rightarrow \infty$ получим предельное уравнение для замкнутой системы в символической форме:

$$(cp^2 + p + k_1 k^{-1} c^{-1})x = (cp^2 + p + k_1 k^{-1} c^{-1})v,$$

которое является линейным, имеет второй порядок, качество переходных процессов задаётся выбором параметров c, k_1, k . Свободные процессы соответствуют характеристическому уравнению

$$c^2 p^2 + cp + k_1 k^{-1} = 0.$$

Для настройки динамики здесь достаточно двух коэффициентов, а третий можно использовать для выбора глубины подавления возмущений. Итак, справедливо сделать следующий вывод.

Вывод 6. ПИД-регулятор полностью решает задачу стабилизации нелинейных объектов первого порядка.

Замечание 6. К сожалению, обычное «включение» ПИД-регуляторов в канал ошибки предполагает режим отработки начальных условий и возмущений. При работе

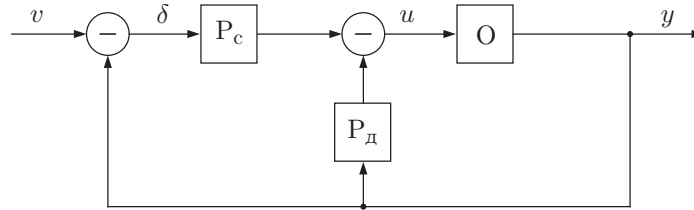


Рис. 5

в режимах слежения или реализации ступенчатых входов регулятор требует как угодно больших значений управляющих воздействий из-за дифференцирования входа, что технически, как правило, нереализуемо.

Рассмотрим быстрые подпроцессы, возникающие при использовании таких регуляторов. Как и в предыдущем случае, предполагаем, что оценивание форсирующей части алгоритма управления производится реальным фильтром, поэтому закон управления имеет вид

$$u = \left(k \frac{cp + 1}{D(\mu p)} + \frac{k_1}{p} \right) (v - y).$$

Это выражение удобно представить в следующей форме:

$$D(\mu p)u + kcbu = k(cp + 1)v - k(y + cf(t, y)) - k_1p^{-1}(v - y).$$

В данном случае легко усмотреть быстрые процессы, порождаемые малой инерционностью дифференцирующего фильтра. Введём «быстрое» время заменой $q = \mu p$ (μ — малый параметр) и $\mu \rightarrow 0$. При этом эффект влияния интегрального канала станет пренебрежимо малым и для быстрых движений будет получено уже известное характеристическое уравнение (8). Применяемая здесь техника разделения движений обоснована в [18], она полностью соответствует стандартной процедуре для систем дифференциальных уравнений [10] и использовалась в [19].

Замечание 7. Впервые разделение движений или соответствующих им корней характеристического уравнения было проведено, видимо, в [7], что и позволило предложить условия устойчивости линейных систем при как угодно больших коэффициентах усиления.

5. Двухконтурный ПИД-регулятор. Рассмотрим возможности ПИД-регулятора при другой структурной схеме включения, когда выполнение требований к статике и динамике разделяется по разным каналам регулятора. Будем использовать интегральный канал для удовлетворения требований к статике, а пропорциональный и дифференциальный каналы — к динамике. Такая схема применялась при разработке операторной методики синтеза линейных систем модальным методом [20]. Функциональная расчётная схема системы с двухконтурным регулятором приведена на рис. 5 (P_c — регулятор статике, P_d — регулятор динамики).

В этой схеме регулятор статике обеспечивает цель функционирования системы; ошибка регулирования в установившемся режиме должна быть не более допустимой. Для этого естественно применять интегральный регулятор. Далее примем, что его моделью является интегрирующее звено с передаточной функцией k_1p^{-1} . В качестве регулятора динамики будем использовать ПД-регулятор с передаточной функцией $k(cp + 1)$.

Как и в разд. 4, полагаем, что модель нелинейного объекта имеет вид (7). Полную модель системы запишем как

$$\dot{y} = f(t, y) + b(t, y)u, \quad u = k_1p^{-1}(v - x) - k(cp + 1)y. \tag{10}$$

Также покажем, что двухканальная реализация расширяет диапазон режимов работы системы. Если привести эту пару уравнений к одному, будем иметь

$$\dot{y} = \frac{f}{1 + bkc} - \frac{bky}{1 + bkc} + \frac{bk_1 p^{-1}(v - y)}{1 + bkc}.$$

В этом случае при $k \rightarrow \infty$ получим предельное уравнение

$$\dot{y} = -c^{-1}y + k_1 k^{-1} c^{-1} p^{-1}(v - y).$$

Это соотношение является линейным, и его удобно записать в форме

$$(cp^2 + p + k_1 k^{-1})x = k_1 k^{-1}v. \quad (11)$$

При расчёте регулятора необходимо обеспечить подавление влияния нелинейностей и возмущений (функции $f(t, y)$ и $b(t, y)$) с помощью коэффициента k , а также удовлетворить требованиям к динамике выбором параметров c и k_1 . Если иметь в виду стандартную форму характеристического уравнения второго порядка

$$T^2 p^2 + 2dTp + 1 = 0,$$

где T — оценка быстродействия, а d — оценка степени демпфирования, то для выбора трёх параметров имеем три соотношения:

$$\min bkc \gg 1, \quad kk_1^{-1} = 2dT, \quad ckk_1^{-1} = T^2.$$

Здесь величина $\min b$ есть нижняя граница значений функции $b(t, y)$.

Судя по уравнениям (10) и (11), предложенный регулятор может работать и в режиме реализации ступенчатых входов. Нетрудно убедиться, что при наличии дифференцирующего фильтра уравнения быстрых подпроцессов будут иметь тот же вид, что и (8).

6. ПИ2Д-регуляторы для объектов второго порядка. Применение ПИД-регуляторов полностью решает задачу управления объектами первого порядка. В силу практических удобств (три настроечных параметра соответствуют трём технологическим требованиям) такие регуляторы используются и для объектов выше первого порядка. Однако при этом вынужденно ослабляются требования к системе и в части динамических свойств, и в части подавления возмущений, тем более в парировании влияния нелинейностей. Конечно, в теории автоматического регулирования созданы методы коррекции для систем с объектами произвольного порядка, например частотные [21–23] и модальные [15–17], однако их применение предполагает произвольное (в модальных не большее чем порядок уравнения объекта плюс единица) количество искомым коэффициентов в обратной связи, что осложняет работу инженера-проектировщика. В то же время данные методы не позволяют парировать влияние нелинейностей на работу системы.

В связи с этим попытаемся развить идею двухконтурного регулятора для управления нелинейным объектом, уравнение которого имеет вид

$$\ddot{y} = f(t, y, \dot{y}) + b(t, y, \dot{y})u, \quad (12)$$

где функции f и b имеют уже заданные (см. разд. 3) свойства.

В работах [23–27] показана эффективность глубокой отрицательной обратной связи по старшей (относительной) производной выходной величины. При её применении влияние

нелинейностей и возмущений локализуется в контуре быстрых движений, что рассмотрено на вышеприведённых примерах объектов первого порядка. В соответствии с методом локализации [18] сформируем двухконтурный регулятор в виде

$$u = \frac{k_1}{p} (v - y) - kC(p)y, \quad (13)$$

где полином $C(p) = c_2p^2 + c_1p + 1$ имеет порядок, равный порядку объекта. Именно это обстоятельство объясняет цифру 2 в названии регулятора. Как видим, регулятор не предполагает дифференцирования входного сигнала и, следовательно, может применяться для режима обработки ступенчатых входов.

Подставив алгоритм управления в уравнение объекта (12), получим соотношение

$$\ddot{y} = \frac{f}{1 + bkc_2} - \frac{bky - bkc_1\dot{y}}{1 + bkc_2} + \frac{bk_1p^{-1}(v - y)}{1 + bkc_2}.$$

В этом случае при $k \rightarrow \infty$ будет иметь место предельное уравнение

$$\ddot{y} = -c_1c_2^{-1}\dot{y} - c_2^{-1}y + k_1k^{-1}c_2^{-1}p^{-1}(v - y).$$

В конечном счёте находится линейное уравнение третьего порядка, в котором нужно выбрать значения четырёх параметров по требованиям к статике и динамике замкнутой системы. Если представить его в форме выражения Вышнеградского:

$$T^3 \ddot{y} + AT^2 \dot{y} + BT\dot{y} + y = v,$$

то с использованием соответствующей диаграммы из [15] четыре нужные соотношения будут иметь следующий вид:

$$\min bkc_2 \gg 1, \quad kk_1^{-1}c_2 = T^3, \quad kk_1^{-1}c_1 = AT^2, \quad kk_1^{-1} = BT.$$

С учётом инерционности дифференцирующего фильтра алгоритм управления примет вид

$$u = \frac{k_1}{p}(v - y) - k \frac{C(p)}{D(\mu p)} y. \quad (14)$$

Выделив быстрые движения, как и раньше, получим для них характеристическое уравнение

$$D(\mu p) + kc_2b = 0.$$

Таким образом, сделаем следующий вывод.

Вывод 7. ПИ2Д-регулятор полностью решает задачу управления нелинейным объектом второго порядка.

Замечание 8. По мнению автора, предложенный регулятор существенно расширяет область применимости традиционных ПИД-регуляторов, поскольку он эффективен при нелинейных объектах управления и потому, что не так много объектов представляются уравнениями первого порядка, в то время как уравнениями второго порядка хорошо описывается динамика большинства промышленных объектов. Последнее утверждение следует рассматривать как обобщение опыта проектирования объектов автоматического управления, хотя в среде исследователей оно рассматривается как «правило академика А. Ю. Ишлинского».

7. ПД-регуляторы для объектов произвольного порядка. Рассмотрим возможность развития идеи ПИ2Д-регулятора для объектов, динамика которых хорошо (т. е. с требуемой точностью) моделируется уравнениями более высоких порядков.

Пусть модель поведения объекта имеет вид

$$y^{(n)} = f(t, Y) + b(t, Y)u, \quad Y = \{y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}\}. \quad (15)$$

Управление оставляем прежним (13), но степень полинома $C(p)$ должна быть равна порядку уравнения объекта:

$$\deg C(p) = n.$$

Выделив из полинома $C(p)$ старший член $c_n p^n$, будем иметь уравнение системы в виде

$$y^{(n)} = \frac{f}{1 + bkc_n} - \frac{bk(c_{n-1}p^{n-1} + \dots + c_1p + 1)y}{1 + bkc_n} + \frac{bk_1p^{-1}(v - y)}{1 + bkc_n}.$$

В пределе при $k \rightarrow \infty$ зададим линейное уравнение системы порядка $n + 1$:

$$k_1^{-1}kC(p)\dot{y} + y = v. \quad (16)$$

Учитывая инерционность дифференцирующего фильтра, получим характеристическое уравнение быстрых подпроцессов:

$$D(\mu p) + kc_nb = 0.$$

Вышерассмотренное позволяет утверждать следующее.

Вывод 8. Глубокая (с достаточно большим коэффициентом) отрицательная обратная связь по старшей производной выходной величины полностью решает задачу стабилизации нелинейных объектов произвольного порядка.

Начиная с ПД-регулятора, решающим фактором для подавления нелинейных свойств объекта и возмущений является использование связи по старшей производной выходной переменной. Этот эффект легко понять по структурной расчётной схеме (рис. 6), которая соответствует уравнениям системы.

Поясним обозначения на этой схеме: $C_*(p)$ есть усечённый (без старшего члена) полином $C(p)$; коэффициент c_n при старшей степени оператора p входит во внутренний контур,

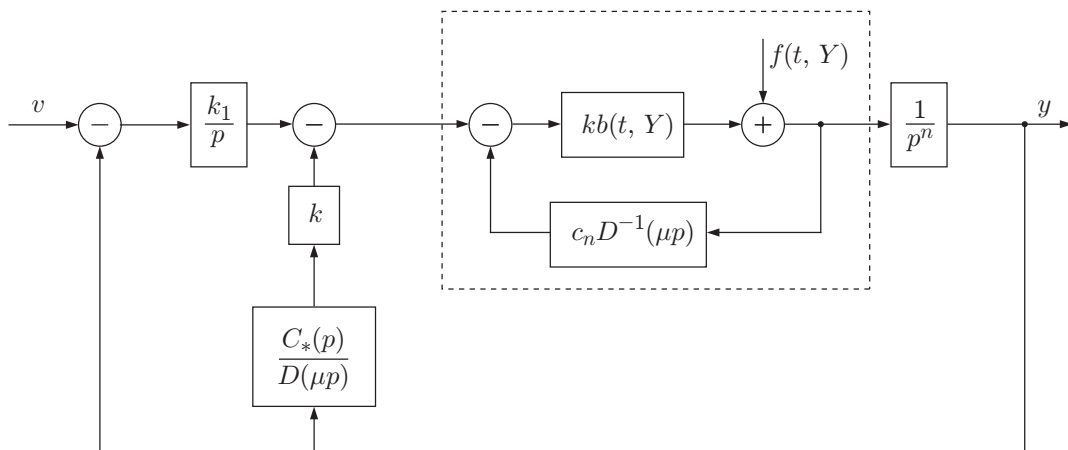


Рис. 6

выделенный пунктиром; функция $f(t, Y)$ представлена как возмущение для быстрых под-процессов; функция $b(t, Y)$ — теперь переменный параметр контура. Такое представление оправдывается методом разделения движений, который для систем со связью по старшей производной описан в работе [18]. В ней предложен способ «расщепления» фильтра на каналы для каждой или группы производных от выхода, что используется в данной работе.

Как видно из структурной схемы, эффект действия регулятора естественно объяснить организацией условного (как бы существующего) контура. Здесь влияние нелинейностей и возмущений локализуется и подавляется достаточно большими значениями коэффициента k . В этом и состоит принцип локализации, разработанный в [23–28], и этим объясняется название регулятора. Отметим, что на перспективы использования старшей производной как «индикатора» возмущений указывалось в работах [29–32].

Исследуемый контур далее также будем называть и контуром локализации, а способы расчёта таких систем — методом локализации [18].

Обобщим теперь применяемые соображения на более сложные одноканальные объекты по сравнению с объектами, поведение которых моделируется уравнением (14). Рассмотрим задачу управления объектами, уравнения которых имеют вид

$$\dot{x} = f(t, x) + b(t, x)u, \quad x \in R^n; \quad y = g(t, x), \quad (u, y) \in R^1, \quad (17)$$

где векторы-столбцы функций f и b поэлементно имеют ранее оговорённые свойства; сохраним обозначения данных функций и для новых аргументов; функция g непрерывна и дифференцируема, однозначна. Матрицы частных производных этих трёх функций имеют полный ранг всюду в области определения (в рабочей области пространства состояний).

Для указанных объектов старшей (или относительной) производной может быть производная порядка, меньшего чем n . Имеется в виду производная, значение которой в любой момент времени явно зависит от управления. Порядок может быть любым в диапазоне от 1 до n . В целях нахождения конкретного значения нужно анализировать производные от y . Производная, явно зависящая от u , и будет относительной (старшей).

Первая производная имеет вид

$$\dot{y} = f_1(t, x) + G_1 b(t, x) u, \quad f_1(t, x) = \partial g / \partial t + G_1 f,$$

где G_1 — вектор-строка частных производных функции g .

Если $G_1 b = 0$, то для второй производной имеем

$$\ddot{y} = f_2(t, x) + G_2 b(t, x) u,$$

здесь $f_2(t, x) = \partial f_1 / \partial t + G_2 f_1$, а G_2 — вектор-строка производных функции $f_1(t, x)$. По аналогии

$$f_i(t, x) = \partial f_{i-1} / \partial t + G_i f_{i-1}.$$

Продолжая дифференцирование, найдём, что некоторая производная $y^{(l)}$ явно зависит от значений u :

$$y^{(l)} = f_l(t, x) + G_l b u, \quad (G_l b) \neq 0. \quad (18)$$

Это уравнение даёт нужное соотношение значений управляющего воздействия и производной порядка l вдоль траекторий движения системы (16). Поскольку здесь обсуждается задача стабилизации выхода y , то далее пока не рассматривается поведение координат состояния x .

В алгоритме управления (13) значение l определяет порядок полинома $C(p)$. Уравнение (18) вместе с новым алгоритмом управления принимает вид

$$y^{(l)} = \frac{f_l}{1 + G_l b k c_l} - \frac{G_l b k (c_{l-1} p^{l-1} + \dots + c_1 p + 1) y}{1 + G_l b k c_l} + \frac{G_l b k_1 p^{-1} (v - y)}{1 + G_l b k c_l}.$$

При достаточно больших значениях k получим уравнение, как угодно близкое к линейному:

$$k_1^{-1} k C(p) \dot{y} + y = v.$$

Оно повторяет ранее полученное соотношение (16), но порядок уравнения есть $(l + 1)$. Если теперь учтём инерционность дифференцирующего фильтра, то характеристическое уравнение быстрых движений примет вид

$$D(\mu p) + k c_l G_l b = 0.$$

Технология создания регулятора для объектов типа (16) повторяет уже рассмотренные процедуры. Однако у этих объектов есть отличительное свойство по сравнению с объектами типа (15). Оно состоит в том, что вдоль заданного многообразия

$$y = g(t, x) = v = \text{const} \tag{19}$$

процессы по координатам состояния могут быть неустойчивыми. Уравнения для таких процессов можно получить следующим образом.

При достижении точки равновесия по выходной величине все её производные равны нулю и, следовательно, уравнение (18) вырождается в соотношение

$$0 = f_l(t, x) + G_l b u_0, \quad (G_l b) \neq 0,$$

в котором u_0 — значение управляющего воздействия в равновесном по выходу y режиме. Подставляя это значение в уравнение объекта (16), получим так называемую «вырожденную» систему:

$$\dot{x} = f(t, x) - b(t, x)(G_l b)^{-1} f_l(t, x), \quad y = g(t, x) = v = \text{const},$$

которая описывает динамику объекта на заданном многообразии. Одну из переменных можно исключить с помощью второго соотношения. Понятно, что система должна быть экспоненциально устойчивой. При практическом проектировании можно проверить наличие этого свойства, что для нелинейного нестационарного объекта далеко не всегда легко сделать, или убедиться в устойчивости системы на основании физико-технических характеристик объекта. В линейном случае ситуация много проще: нужно проверить корни полинома числителя передаточной функции, если все они левые, то объект собственно устойчив. В литературе такие объекты иногда называют минимально-фазовыми, что имеет смысл только для линейных объектов.

Отметим, что неминимально-фазовые объекты можно стабилизировать, но при этом имеют место существенные ограничения в допустимых значениях коэффициентов усиления регулятора.

8. О выборе эталонного уравнения. При применении рассмотренных процедур синтеза отдельным вопросом стоит задача выбора эталонного полинома $C(p)$. Его параметры определяют динамику свободных и вынужденных процессов. Поскольку необходимо обеспечить обычные технологические требования по быстродействию и демпфированию, то эталонное уравнение выбирается в классе линейных с помощью уже хорошо разработанного аппарата оценок процессов. При этом можно воспользоваться стандартными приёмами и таблицами [15–17, 21, 22]. Кроме того, если по заданным оценкам динамики (быстродействие, демпфирование) выбрать расположение n корней, то получается характеристическое уравнение порядка n :

$$\det\{pI - \Lambda^*t\} = p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_1 = 0,$$

где $\Lambda^* = \text{diag}\{\lambda_1^*, \dots, \lambda_n^*\}$ — совокупность желаемых корней.

Очевидно, что этому уравнению соответствует дифференциальное уравнение свободных движений

$$y^{(n)} + a_n y^{(n-1)} + \dots + a_1 y = 0.$$

Отметим, что на практике удобно выбирать эталонный полином без корневых оценок, так как существуют таблицы нормированных линейных уравнений [15–17], от которых перерасчётом масштабов просто перейти к искомому. В этом случае в классе линейных желаемых уравнений обычно можно удовлетворить требованиям к оценкам процессов. Однако если заданные процессы не могут служить решениями линейных уравнений, необходимо воспользоваться примерами уже решённых задач синтеза нелинейных систем [5, 6] или проанализированными типами дифференциальных уравнений [33]. При отсутствии готовых решений придётся обращаться к специальной задаче конструирования дифференциальных уравнений по заданным решениям [18, 34, 35].

Заключение. Таким образом, в данной работе анализировалась задача проектирования алгоритмов функционирования регуляторов для одноканальных непрерывных объектов, от самых простых до самых сложных. Несмотря на то что в арсенале теории регулирования имеются методы синтеза для широкого класса линейных и нелинейных объектов, в расчётной практике применение нашли типовые решения — типовые регуляторы.

К типовым относятся не только ПИД-регуляторы, которые применяются, как правило, для технологических объектов с относительно медленными процессами. Типовым решением можно считать и интегро-дифференцирующее звено, к которому приводит синтез частотным методом. Для коррекции свойств систем электропривода уже много лет используется «принцип подчинённого регулирования». Видимо, для каждого класса объектов можно разработать своё регулярное решение задачи синтеза, и если оно будет признано инженерами-практиками, то и станет типовым для этих объектов. В любом случае типовые регуляторы являются результатом многократного применения в проектировании какого-либо метода синтеза вместе со структурной реализацией алгоритмов коррекции.

Ряд приёмов, используемых в предлагаемой работе, может применяться и для синтеза многоканальных систем [18], но эти вопросы требуют отдельного обзора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Maxwell J. C. On governors // Proc. of the Royal Society of London. 1868. **16**, N 100. P. 270–283.
2. Вышнеградский И. А. О регуляторах прямого действия. С.-Пб., 1877.
3. Вышнеградский И. А. О регуляторах непрямого действия. С.-Пб., 1878.

4. **Ляпунов А. М.** Общая задача об устойчивости движения. Т. 2. М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1956. 473 с.
5. **Нелинейные системы автоматического управления** /Под ред. Е. П. Попова. М.: Машиностроение, 1970–1971. Кн. 1–6.
6. **Наумов Б. Н.** Теория нелинейных автоматических систем. Частотные методы. М.: Наука, 1972. 544 с.
7. **Мееров М. В.** Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. М.: Наука, 1967. 424 с.
8. **Емельянов С. В., Уткин В. И., Таран А. В. и др.** Теория систем с переменной структурой. М.: Наука, 1974.
9. **Уткин В. И.** Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1981. 367 с.
10. **Герашенко Е. И., Герашенко С. М.** Метод разделения движений и оптимизация нелинейных систем. М.: Наука, 1975. 296 с.
11. **Петров Б. Н., Рутковский В. Ю., Крутова И. Н., Земляков С. Д.** Принципы построения и проектирования самонастраивающихся систем управления. М.: Машиностроение, 1972. 259 с.
12. **Фрадков А. Л.** Адаптивная стабилизация минимально-фазовых объектов с векторным входом без измерения производных от выхода // Докл. РАН. 1994. **337**, № 5. С. 592–594.
13. **ПИД-регуляторы** // Сайт каталога продукции компании.
URL: <http://www.logo-prom.ru/catalog/pid-regulytoru.html>
14. **Shinskey F. G.** PID Control // The Measurement, Instrumentation, and Sensors Handbook /Ed. J. G. Webster. CRC Press, 1999.
15. **Востриков А. С., Французова Г. А.** Теория автоматического управления: Учеб. пособие. М.: Высш. шк., 2006. 365 с.
16. **Дорф Р., Бишоп Р.** Современные системы управления: Пер. с англ. М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. 832 с.
17. **Филлипс Ч., Харбор Р.** Системы управления с обратной связью: Пер. с англ. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. 616 с.
18. **Востриков А. С.** Синтез систем регулирования методом локализации. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. 252 с.
19. **Utkin V. I., Vostrikov A. S.** Control systems with decoupling motions. A link between science and applications of automatic control // Proc. of the VII Triennial World IFAC Congress, Helsinki, Finland: Pergamon Press, 1978. **2**. P. 967–973.
20. **Востриков А. С.** Операторная методика синтеза одноканальных систем модальным методом // Автоматическое управление объектами с переменными характеристиками: Межвуз. сб. науч. тр. Новосибирск: НЭТИ, 1991. С. 5–10.
21. **Траксел Дж.** Синтез систем автоматического регулирования: Пер. с англ. М.: Машгиз, 1959. 613 с.
22. **Горовиц А. М.** Синтез систем с обратной связью: Пер. с англ. М.: Сов. радио, 1970. 599 с.
23. **Востриков А. С.** Метод синтеза систем электропривода с заданными переходными процессами: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. /Урал. политехн. ин-т им. С. М. Кирова. Свердловск, 1968. 17 с.
24. **Востриков А. С.** Метод синтеза систем управления нестационарными объектами // Матер. 8-й Межрегион. науч.-техн. конф. по вопросам автоматизации производства. Томск: Том. гос. ун-т, 1974. Т. 1.

25. **Востриков А. С.** Управление нелинейными нестационарными динамическими объектами посредством вектора скорости // Адаптивные системы автоматического управления. 1976. № 4. С. 40–46.
26. **Востриков А. С., Уткин В. И., Французова Г. А.** Системы с производной вектора состояния в управлении // АиТ. 1982. № 3. С. 22–25.
27. **Востриков А. С.** Принцип локализации в задаче синтеза систем автоматического управления // Изв. вузов. Сер. Приборостроение. 1988. № 2. С. 42–49.
28. **Французова Г. А.** Синтез многосвязных систем с производными выходных переменных в законе управления: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. / Челябинский политехн. ин-т. Челябинск, 1982. 20 с.
29. **Бойчук Л. М.** Метод структурного анализа нелинейных систем автоматического управления. М.: Энергия, 1971.
30. **Поспелов Г. С.** О принципах построения некоторых видов самонастраивающихся систем автоматического управления // Самонастраивающиеся системы. М.: Наука, 1964. С. 87–92.
31. **Поспелов Г. С.** Реализация оптимальных программ в системах автоматического регулирования // Тр. Второго конгресса ИФАК. М.: Наука, 1965.
32. **Батенко А. П.** Управление конечным состоянием движущихся объектов. М.: Сов. радио, 1977. 256 с.
33. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Пер. с англ. М.: Наука, 1973.
34. **Еругин Н. П.** Построение всего множества систем дифференциальных уравнений, имеющих заданную интегральную кривую // ПММ. 1952. 10, вып. 16. С. 659–670.
35. **Мухарлямов Р. Г.** Управление программным движением механических систем и обратные задачи динамики // Вестн. РУДН. Сер. Прикладная математика и информатика. 2000. № 1. С. 17–27.

Поступила в редакцию 15 января 2010 г.
