

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.391

ОЦЕНКА ВЕКТОРА СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА
ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ ИНТЕНСИВНОСТЯХ
ЕГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И ФОНА*

А. П. Трифонов, Р. В. Куцов, С. О. Баранов

*Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Воронежский государственный университет»,
394006, г. Воронеж, Университетская площадь, 1
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru*

Выполнен синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма измерения вектора скорости движения объекта по его изображению с неизвестной интенсивностью при наличии аппликативного фона, интенсивность которого может быть априори неизвестна.

Ключевые слова: аппликативная модель, движущийся объект, оценка, вектор скорости, неизвестные интенсивности, максимально правдоподобный алгоритм, аномальные ошибки.

Введение. Необходимость измерения параметров движения объектов по их изображениям возникает в процессе обработки результатов дистанционного наблюдения [1–5]. Высокая разрешающая способность современных систем дистанционного наблюдения требует учёта эффекта затенения пространственно протяжённым объектом (ППО) части подстилающей поверхности [2, 3, 6–11].

В работах [1–3] рассмотрена задача оценки скорости перемещения изображения ППО, направление движения которого предполагалось априори известным. Однако в реальных условиях направление движения может быть априори неизвестно, в результате чего оценке подлежит вектор скорости движения объекта. Решению этой задачи посвящены работы [4, 8, 9]. Представленный в [4] алгоритм измерения вектора скорости предполагает использование лишь контурных признаков изображения объекта, в связи с чем остаётся открытым вопрос об оптимальности этого алгоритма, а выполнить теоретический анализ эффективности его функционирования не удаётся. В [8, 9] предполагалось, что изображение объекта и фон априори известны, тогда как обычные условия формирования и передачи изображений могут приводить к априорной неопределённости относительно интенсивностей изображения объекта и фона [3, 10, 12]. В связи с этим представляется актуальной задача исследования влияния на характеристики оценки вектора скорости движения объекта априорного незнания интенсивностей его изображения и фона.

Целью данной работы является синтез и анализ максимально правдоподобного (МП) алгоритма оценки вектора скорости перемещения ППО по его изображению с неизвестной интенсивностью при наличии фона с неизвестной интенсивностью.

Постановка задачи. Пусть в двумерной области Ω в интервале времени $[0, T]$ доступна наблюдению реализация гауссовского случайного поля $\Xi(\mathbf{r}, t)$, где $\mathbf{r} = (x, y)$ — радиус-вектор точки на плоскости, принадлежащей Ω , а t — время. Положим [2, 3, 7–11],

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 07-01-00042).

что поле $\Xi(\mathbf{r}, t)$ содержит изображение $s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$ движущегося объекта из заданного положения в неизвестном направлении со скоростью \mathbf{V}_0 , неподвижный фон $\nu(\mathbf{r})$ и аддитивный гауссовский пространственно-временной белый шум $n(\mathbf{r}, t)$ с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$\langle n(\mathbf{r}_1, t_1)n(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = N_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2) / 2,$$

где N_0 — односторонняя спектральная плотность белого шума.

В соответствии с аппликативной моделью [2, 3, 6–11], учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, считаем, что изображение объекта занимает часть Ω_s области Ω , а фон — оставшуюся часть области наблюдения. Тогда в интервале времени $[0, T]$ наблюдению доступна реализация изображения в картинной плоскости:

$$\Xi(\mathbf{r}, t) = a_0 s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) + b_0 \nu_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)] + n(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

где $a_0 = \max s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$, $b_0 = \max \nu(\mathbf{r})$ — истинные значения априори неизвестных интенсивностей изображения объекта и фона; $s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) = s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) / a_0$, $\nu_1(\mathbf{r}) = \nu(\mathbf{r}) / b_0$, так что $\max s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) = 1$, $\max \nu_1(\mathbf{r}) = 1$; $I_s(\mathbf{r}) = 1$ при $\mathbf{r} \in \Omega_s$ и $I_s(\mathbf{r}) = 0$ при $\mathbf{r} \notin \Omega_s$ — индикатор, описывающий форму изображения объекта. Полагаем [8, 9], что объект движется из заданного положения с априори неизвестным вектором скорости $\mathbf{V}_0 = V_{0x} \mathbf{i}_x + V_{0y} \mathbf{i}_y$, где \mathbf{i}_x и \mathbf{i}_y — орты осей X и Y прямоугольной системы координат, а V_{0x} и V_{0y} — компоненты вектора \mathbf{V}_0 , которые представляют собой проекции этого вектора на оси X и Y прямоугольной системы координат. Будем считать, что компоненты вектора скорости V_{0x} и V_{0y} принимают значения из априорных интервалов $W_x = [-V_{x \max} / 2, V_{x \max} / 2]$ и $W_y = [-V_{y \max} / 2, V_{y \max} / 2]$ соответственно. Пусть W — двумерная область, в пределах которой $V_{0x} \in W_x$, $V_{0y} \in W_y$; $\mathbf{V} = V_x \mathbf{i}_x + V_y \mathbf{i}_y$ — вектор с компонентами V_x и V_y .

На основе наблюдаемых данных необходимо оценить вектор скорости движения изображения объекта.

Оценка вектора скорости движения изображения объекта при неизвестных интенсивностях его изображения и фона. Алгоритм МП-оценки компонент вектора скорости состоит в отыскании положения абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП) [3, 10, 11]. В целях повышения точности оценки компонент вектора скорости при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона целесообразно одновременно проводить оценку неизвестных интенсивностей [10, 11, 13]. Заменяя априори неизвестные интенсивности изображения объекта и фона их МП-оценками, получаем выражение для логарифма ФОП [10, 11]:

$$\begin{aligned} L_m(V_x, V_y) = & \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} \Xi(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt} + \\ & + \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} \Xi(\mathbf{r}, t) \nu_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} \nu_1^2(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt} - \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} \Xi(\mathbf{r}, t) \nu_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} \nu_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt}. \end{aligned} \quad (2)$$

Логарифм ФОП (2) является функцией двух переменных, поэтому вначале производится совместная оценка компонент вектора скорости в соответствии с правилом

$$(\hat{V}_x, \hat{V}_y) = \underset{(V_x, V_y) \in W}{\operatorname{arg\,sup}} L_m(V_x, V_y), \quad (3)$$

на основе которой формируется оценка вектора скорости

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{V}_x \mathbf{i}_x + \hat{V}_y \mathbf{i}_y. \quad (4)$$

Согласно (4) смещение и рассеяние оценки вектора скорости имеют вид

$$b_m(\hat{\mathbf{V}}) = \langle \hat{\mathbf{V}} - \mathbf{V}_0 \rangle = b_m(\hat{V}_x) \mathbf{i}_x + b_m(\hat{V}_y) \mathbf{i}_y; \quad (5)$$

$$B_m(\hat{\mathbf{V}}) = \langle |\hat{\mathbf{V}} - \mathbf{V}_0|^2 \rangle = B_m(\hat{V}_x) + B_m(\hat{V}_y),$$

где

$$b_m(\hat{V}_x) = \langle \hat{V}_x - V_0 \rangle; \quad B_m(\hat{V}_x) = \langle (\hat{V}_x - V_0)^2 \rangle, \quad (6)$$

$$b_m(\hat{V}_y) = \langle \hat{V}_y - V_0 \rangle; \quad B_m(\hat{V}_y) = \langle (\hat{V}_y - V_0)^2 \rangle \quad (7)$$

— смещения и рассеяния оценок компонент \hat{V}_x и \hat{V}_y соответственно. В (6) усреднение выполняется по значениям \hat{V}_x и V_0x , в (7) — по \hat{V}_y и V_0y .

Положим далее, что изображение объекта и фон являются равномерными, т. е. $s_1(\mathbf{r}) = 1$, $\nu_1(\mathbf{r}) = 1$. Подставляя в (2) реализацию наблюдаемых данных (1), логарифм ФОП можно представить в виде

$$L_m(V_x, V_y) = \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)} \left[z \left(S(V_x, V_0x; V_y, V_0y) - \frac{1}{\kappa} \right) + N(V_x, V_y) - \frac{\xi}{\sqrt{\kappa}} \right]^2, \quad (8)$$

где

$$S(V_x, V_0x; V_y, V_0y) = \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x - V_x t, y - V_y t) I_s(x - V_0x t, y - V_0y t) dx dy dt; \quad (9)$$

$$z^2 = 2G_s T (a_0 - b_0)^2 / N_0 \quad (10)$$

— отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе приёмника максимального правдоподобия при известных интенсивностях изображения объекта и фона [9]; $N(V_x, V_y)$ — реализация гауссовского случайного поля с нулевым средним значением и корреляционной функцией $\langle N(V_{1x}, V_{1y}) N(V_{2x}, V_{2y}) \rangle = S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y})$; ξ — гауссовская случайная величина с нулевым средним значением и единичной дисперсией, причём коэффициент корреляции между случайным полем $N(V_x, V_y)$ и случайной величиной ξ равен $R_{N\xi} = \langle N(V_x, V_y) \xi \rangle = 1/\sqrt{\kappa}$; G_s — площадь изображения объекта; $\kappa = G_{\Omega}/G_s$ — отношение площади области наблюдения Ω к площади объекта ($\kappa > 1$). Отметим, что $\max S(V_x, V_0x; V_y, V_0y) = S(V_0x, V_0x; V_0y, V_0y) = 1$.

Рассмотрим случай обнаружения прямоугольного объекта размером $l_x \times l_y$, стороны которого параллельны соответствующим координатным осям. В этом случае функция (9) имеет вид

$$S(V_x, V_0x; V_y, V_0y) = S(\tau_x, \tau_y) = \Theta(1 - \Theta\tau_x - \Theta\tau_y + 4\Theta^2\tau_x\tau_y/3), \quad (11)$$

где $\tau_x = |V_x - V_0x|T/2l_x$; $\tau_y = |V_y - V_0y|T/2l_y$; $\Theta = \min\{1, 1/2\tau_x, 1/2\tau_y\}$, а $z^2 = 2l_x l_y T (a_0 - b_0)^2 / N_0$.

При $\Delta V = |\mathbf{V} - \mathbf{V}_0| = \sqrt{(V_x - V_{0x})^2 + (V_y - V_{0y})^2} \rightarrow 0$ функция (11) допускает асимптотическое представление

$$S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = 1 - \delta_x |V_x - V_{0x}| - \delta_y |V_y - V_{0y}| + o(\Delta V), \quad (12)$$

где $\delta_x = T/2l_x$; $\delta_y = T/2l_y$. Отметим [9], что $S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = O(\Delta V^{-1})$ при $\Delta V \rightarrow \infty$.

Согласно (12) функция (11) не имеет второй производной при $\Delta V = 0$. Так как (11) является корреляционной функцией для $N(V_x, V_y)$, реализации $N(V_x, V_y)$ недифференцируемы, хотя и непрерывны с вероятностью единица [13].

Представим (8) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [11, 13, 14]:

$$L_m(V_x, V_y) = \hat{S}(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) + \hat{N}(V_x, V_y) + 1/2. \quad (13)$$

Здесь

$$\hat{S}(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = \langle L_m(V_x, V_y) \rangle - 1/2 = \frac{z^2 \kappa}{2(\kappa - 1)} \left[S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) - \frac{1}{\kappa} \right]^2 \quad (14)$$

— сигнальная функция, а негауссовская шумовая функция

$$\hat{N}(V_x, V_y) = L_m(V_x, V_y) - \langle L_m(V_x, V_y) \rangle$$

центрирована и обладает корреляционной функцией

$$\begin{aligned} \hat{K}(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) &= \langle \hat{N}(V_{1x}, V_{1y}) \hat{N}(V_{2x}, V_{2y}) \rangle = \\ &= \frac{\kappa^2}{(\kappa - 1)^2} \left\{ z^2 \left[S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) - \frac{1}{\kappa} \right] \left[S(V_{1x}, V_{0x}; V_{1y}, V_{0y}) - \frac{1}{\kappa} \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[S(V_{2x}, V_{0x}; V_{2y}, V_{0y}) - \frac{1}{\kappa} \right] + \frac{1}{2} \left[S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) - \frac{1}{\kappa} \right]^2 \right\}. \quad (15) \end{aligned}$$

Сигнальная функция (14) достигает максимума при $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0$, следовательно, выходное ОСШ [13] имеет вид [11]

$$\tilde{z}^2 = \hat{S}^2(V_{0x}, V_{0x}; V_{0y}, V_{0y}) / \hat{K}(V_{0x}, V_{0x}; V_{0y}, V_{0y}) = z^4 \kappa^2 / 2[\kappa - 1 + 2z^2 \kappa](\kappa - 1). \quad (16)$$

Как следует из (16), ОСШ \tilde{z}^2 связано монотонной зависимостью с ОСШ (10). Отметим, что при $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0$ логарифм ФОП (13) обладает плотностью вероятности

$$w_m(L) = \exp(-L - z^2(\kappa - 1)/2\kappa) \operatorname{ch}(z\sqrt{2L(\kappa - 1)/\kappa}) / \sqrt{\pi L} \quad \text{при } L > 0,$$

$$w_m(L) = 0 \quad \text{при } L \leq 0.$$

Положим, что выходное ОСШ \tilde{z}^2 достаточно велико, так что оценки компонент вектора скорости являются надёжными, т. е. лежат в малой окрестности точки (V_{0x}, V_{0y}) . Обозначим $\Delta = \max(|V_{1x} - V_{0x}|, |V_{2x} - V_{0x}|, |V_{1y} - V_{0y}|, |V_{2y} - V_{0y}|, |V_{1x} - V_{2x}|, |V_{1y} - V_{2y}|)$. Устремляя $\Delta \rightarrow 0$ и учитывая (12), получаем, что в малой окрестности точки (V_{0x}, V_{0y}) для функций (14), (15) справедливы асимптотические разложения [11]

$$\hat{S}(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = z^2(\kappa - 1)[S_x(V_x - V_{0x}) + S_y(V_y - V_{0y})]/4\kappa + o(\Delta V), \quad (17)$$

$$\hat{K}(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) = K_x(V_{1x}, V_{2x}) + K_y(V_{1y}, V_{2y}) + o(\Delta), \quad (18)$$

где

$$S_x(V_x - V_{0x}) = \max \left[1 - \frac{2\kappa\delta_x}{\kappa - 1} |V_x - V_{0x}|; 0 \right]; \quad (19)$$

$$S_y(V_y - V_{0y}) = \max \left[1 - \frac{2\kappa\delta_y}{\kappa - 1} |V_y - V_{0y}|; 0 \right];$$

$$K_x(V_{1x}, V_{2x}) = \left(z^2 \frac{\kappa - 1}{2\kappa} + \frac{1}{4} \right) \begin{cases} 1 - \frac{4\delta_x\kappa}{\kappa - 1} |V_{1x} - V_{2x}| - \frac{4z^2\delta_x}{z^2(\kappa - 1)/\kappa + 1/2} \times \\ \times \min(|V_{1x} - V_{0x}|, |V_{2x} - V_{0x}|), (V_{1x} - V_{0x})(V_{2x} - V_{0x}) \geq 0, \\ 1 - \frac{4\delta_x\kappa}{\kappa - 1} |V_{1x} - V_{2x}|, (V_{1x} - V_{0x})(V_{2x} - V_{0x}) < 0; \end{cases} \quad (20)$$

$$K_y(V_{1y}, V_{2y}) = \left(z^2 \frac{\kappa - 1}{2\kappa} + \frac{1}{4} \right) \begin{cases} 1 - \frac{4\delta_y\kappa}{\kappa - 1} |V_{1y} - V_{2y}| - \frac{4z^2\delta_y}{z^2(\kappa - 1)/\kappa + 1/2} \times \\ \times \min(|V_{1y} - V_{0y}|, |V_{2y} - V_{0y}|), (V_{1y} - V_{0y})(V_{2y} - V_{0y}) \geq 0, \\ 1 - \frac{4\delta_y\kappa}{\kappa - 1} |V_{1y} - V_{2y}|, (V_{1y} - V_{0y})(V_{2y} - V_{0y}) < 0. \end{cases} \quad (21)$$

Определим размер элемента разрешения по компонентам вектора скорости как ширину соответствующего сечения сигнальной функции на половинном уровне при замене её треугольной аппроксимацией: $\Delta_x = (1 - 1/\kappa)/\delta_x$, $\Delta_y = (1 - 1/\kappa)/\delta_y$. Разобьём далее априорную область возможных значений скорости W на сигнальную W_S и шумовую W_N подобласти. К первой отнесём те значения (V_x, V_y) , для которых $|V_x - V_{0x}| \leq \Delta_x/2$, $|V_y - V_{0y}| \leq \Delta_y/2$. Все остальные значения отнесём к шумовой подобласти. В сигнальной подобласти оценки (3), (4) являются надёжными, а в шумовой имеют место аномальные ошибки [13, 14], обусловленные шумовыми выбросами логарифма ФОП. Аномальные ошибки возможны при умеренных значениях ОСШ, если площадь априорной области W существенно больше площади сигнальной подобласти W_S .

Найдём вначале характеристики надёжной оценки вектора скорости. Обозначим через $\Lambda_x(V_x)$, $\Lambda_y(V_y)$ статистически независимые случайные процессы с математическими

ожиданиями $z^2(\kappa - 1)S_x(V_x - V_{0x})/4\kappa$, $z^2(\kappa - 1)S_y(V_y - V_{0y})/4\kappa$ и корреляционными функциями $K_x(V_{1x}, V_{2x})$, $K_y(V_{1y}, V_{2y})$ соответственно. При этом случайные величины $\Lambda_x(V_{0x})$ и $\Lambda_y(V_{0y})$ обладают плотностью вероятности

$$w_0(\Lambda) = (z^2(\kappa - 1)/4\kappa\Lambda)^{3/8} \exp(-\Lambda - z^2(\kappa - 1)/4\kappa) I_{-3/4}(z\sqrt{\Lambda(1 - 1/\kappa)}) \quad \text{при } \Lambda > 0,$$

$$w_0(\Lambda) = 0 \quad \text{при } \Lambda \leq 0.$$

Здесь $I_\mu(\cdot)$ — функция Бесселя мнимого аргумента порядка μ [15].

Из (17)–(21) следует, что статистические характеристики случайных полей $L_m(V_x, V_y)$ (8) и $\Lambda_x(V_x) + \Lambda_y(V_y)$ асимптотически совпадают в малой окрестности точки (V_{0x}, V_{0y}) , поэтому при достаточно больших ОСШ характеристики надёжных МП-оценок компонент вектора скорости \hat{V}_x и \hat{V}_y приближённо совпадают с полученными в [3] характеристиками положений абсолютных максимумов случайных процессов $\Lambda_x(V_x)$ и $\Lambda_y(V_y)$. Используя результаты [3], получаем, что надёжные оценки компонент вектора скорости являются несмещёнными, а их рассеяния определяются выражениями

$$B_{0m}(\hat{V}_x) = \frac{13}{2z^4\delta_x^2} \left(1 + \frac{\kappa}{z^2(\kappa - 1)}\right)^2; \quad B_{0m}(\hat{V}_y) = \frac{13}{2z^4\delta_y^2} \left(1 + \frac{\kappa}{z^2(\kappa - 1)}\right)^2. \quad (22)$$

Определим теперь вероятность надёжной оценки [13, 14]

$$P_{0m} = P[(\hat{V}_x, \hat{V}_y) \in W_S].$$

Поскольку оценки компонент вектора скорости определяются по положению максимума выходного сигнала МП-приёмника, последнее выражение можно переписать как

$$P_{0m} = P[M_N < M_S],$$

где

$$M_S = \sup_{(V_x, V_y) \in W_S} L_m(V_x, V_y), \quad M_N = \sup_{(V_x, V_y) \in W_N} L_m(V_x, V_y)$$

— величины абсолютных максимумов логарифма ФОП (13) в сигнальной и шумовой подобластях. При $V_{x\max} \gg \Delta_x$, $V_{y\max} \gg \Delta_y$ случайные величины M_S и M_N приближённо статистически независимы, поэтому вероятность надёжной оценки [3, 13, 14]

$$P_{0m} = \int F_N(x) dF_S(x),$$

где $F_N(x)$ и $F_S(x)$ — функции распределения величин абсолютных максимумов поля (13) в подобластях W_N и W_S соответственно. Точные выражения для $F_N(x)$ и $F_S(x)$ неизвестны, однако в [11] для этих функций получены асимптотические выражения. Используя эти выражения, аналогично [9] находим приближённое выражение для вероятности надёжной оценки вектора скорости при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона:

$$P_{0m} = \int_1^\infty F_{0m}^2(\sqrt{2x}) \int_0^x w(x-y)w(y)dydx. \quad (23)$$

Здесь

$$F_{0m}(u) = \exp \left\{ -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\kappa}{\kappa-1} \left[m_y \exp \left(-\frac{1}{2} \right) + m_x (u\sqrt{2} - 1) \exp \left(-(u - 1/\sqrt{2})^2 \right) \right] \right\} +$$

$$+ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{m_y \kappa}{\kappa-1} \int_1^{u\sqrt{2}-1} (x^2 - 1) \exp \left\{ -\frac{x^2}{2} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\kappa}{\kappa-1} \left[m_y x \exp(-x^2/2) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + m_x (u\sqrt{2} - x) \exp \left(-(u - x/\sqrt{2})^2 \right) \right] \right\} dx;$$

$$w(y) = \frac{2^{1/4} z^{11/4} (1 - 1/\kappa)^{11/8}}{z^2 (1 - 1/\kappa) + 1} \exp \left(-\frac{z^2}{4} \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) \right) \int_0^y \left[1 - \exp \left(\frac{z^2 (1 - 1/\kappa) (\theta - y)}{z^2 (1 - 1/\kappa) + 1} \right) \right] \times$$

$$\times \exp \left(\frac{z^2 (1 - 1/\kappa) (\theta - y)}{z^2 (1 - 1/\kappa) + 1} \right) \frac{\exp(-\theta)}{\theta^{3/8}} I_{-3/4} \left(z \sqrt{\theta \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right)} \right) d\theta;$$

$m_x = TV_{x \max}/2l_x$ и $m_y = TV_{y \max}/2l_y$ — приведённые длины априорных интервалов возможных значений компонент вектора скорости, определяющие число их разрешимых значений [13, 16]. При этом число независимых отсчётов поля (8) в области W составляет $m = m_x m_y$. Отметим, что, поскольку объект не покидает область наблюдения за время T , справедливо неравенство $\kappa \geq \max(2m_x + 1, 2m_y + 1)$ [3].

Из (23) следует, что вероятность надёжной оценки P_{0m} в рассматриваемом приближении не зависит от истинных значений компонент вектора скорости. При равномерном априорном распределении значений компонент вектора скорости в области W получаем, что их оценки являются безусловно несмещёнными при наличии аномальных ошибок [13], т. е. $b_m(\hat{V}_x) = 0$, $b_m(\hat{V}_y) = 0$, а рассеяния оценок определяются выражениями

$$B_m(\hat{V}_x) = P_{0m} B_{0m}(\hat{V}_x) + (1 - P_{0m}) V_{x \max}^2 / 6;$$

$$B_m(\hat{V}_y) = P_{0m} B_{0m}(\hat{V}_y) + (1 - P_{0m}) V_{y \max}^2 / 6.$$
(24)

Здесь $B_{0m}(\hat{V}_x)$, $B_{0m}(\hat{V}_y)$ — рассеяния надёжных оценок компонент вектора скорости (22). Из (5) следует, что оценка вектора скорости является безусловно несмещённой, т. е. $b_m(\hat{\mathbf{V}}) = 0$. Подставляя (22), (23) в (24) и используя результат (5), получим безусловное рассеяние оценки вектора скорости с учётом аномальных ошибок

$$B_m(\hat{\mathbf{V}}) = B_{\max} \left[\frac{39 P_{0m}}{z^4 m_x^2} \frac{1 + l_y^2 / l_x^2}{1 + V_{y \max}^2 / V_{x \max}^2} \left(1 + \frac{\kappa}{z^2 (\kappa - 1)} \right)^2 + 1 - P_{0m} \right],$$
(25)

где $B_{\max} = (V_{x \max}^2 + V_{y \max}^2) / 6$. Формула (25) является асимптотически точной при $z \rightarrow \infty$ и $m_x, m_y \rightarrow \infty$.

Отметим, что рассеяние $B_{ma}(\hat{\mathbf{V}})$ оценки вектора скорости движения изображения объекта с неизвестной интенсивностью при априори известной интенсивности фона может быть найдено как предел выражения (25) при $\kappa \rightarrow \infty$ [3, 10, 11]:

$$B_{ma}(\hat{\mathbf{V}}) = B_{\max} \left[\frac{39P_0ma}{z^4m_x^2} \frac{1 + l_y^2/l_x^2}{1 + V_{y\max}^2/V_{x\max}^2} \left(1 + \frac{1}{z^2}\right)^2 + 1 - P_0ma \right],$$

где вероятность надёжной оценки

$$P_0ma = \int_1^{\infty} F_0^2(\sqrt{2x}) \int_0^x w_a(x-y)w_a(y)dydx,$$

а

$$F_0(u) = \exp \left\{ -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[m_y \exp \left(-\frac{1}{2} \right) + m_x(u\sqrt{2} - 1) \exp \left(-(u - 1/\sqrt{2})^2 \right) \right] \right\} + \sqrt{\frac{2}{\pi}} m_y \times$$

$$\times \int_1^{u\sqrt{2}-1} (x^2 - 1) \exp \left\{ -\frac{x^2}{2} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[m_y x \exp \left(-\frac{x^2}{2} \right) + m_x(u\sqrt{2} - x) \exp \left(-(u - x/\sqrt{2})^2 \right) \right] \right\} dx; \quad (26)$$

$$w_a(y) = \frac{2^{1/4}z^{11/4}}{z^2 + 1} \exp \left(-\frac{z^2}{4} \right) \int_0^y \left[1 - \exp \left(\frac{z^2(\theta - y)}{z^2 + 1} \right) \right] \times$$

$$\times \exp \left(\frac{z^2(\theta - y)}{z^2 + 1} \right) \frac{\exp(-\theta)}{\theta^{3/8}} I_{-3/4}(z\sqrt{\theta}) d\theta.$$

Для сравнения приведём характеристики оценки вектора скорости движения однородного изображения прямоугольного объекта в случае априори известных интенсивностей изображения объекта и фона [9]:

$$b(\hat{\mathbf{V}}) = \langle \hat{\mathbf{V}} - \mathbf{V}_0 \rangle = 0;$$

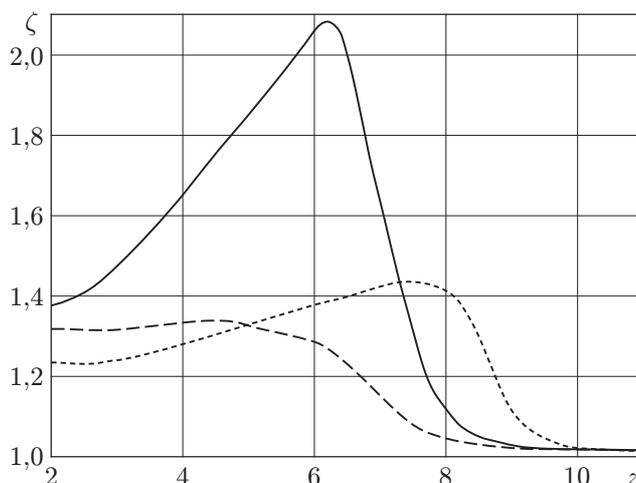
$$B(\hat{\mathbf{V}}) = \langle |\hat{\mathbf{V}} - \mathbf{V}_0|^2 \rangle = B_{\max} \left[\frac{39P_0}{z^4m_x^2} \frac{1 + l_y^2/l_x^2}{1 + V_{y\max}^2/V_{x\max}^2} + 1 - P_0 \right], \quad (27)$$

где вероятность надёжной оценки

$$P_0 = \sqrt{2} \int_{\sqrt{2}}^{\infty} F_0(u) \int_{-\infty}^{\infty} \omega(u\sqrt{2} - x)\omega(x)dxdu,$$

$$\omega(x) = z\sqrt{2}[\exp(3z^2/4 - xz/\sqrt{2})\Phi(x - \sqrt{2}z) - \exp(2z^2 - \sqrt{2}xz)\Phi(x - 3z/\sqrt{2})],$$

а функция $F_0(u)$ определена в (26).



На рисунке показаны зависимости отношений рассеяний оценок скорости квадратного объекта $\zeta = B_m(\hat{\mathbf{V}})/B(\hat{\mathbf{V}})$ при априори неизвестных и априори известных интенсивностях его изображения и фона, рассчитанные по формулам (25), (27), от ОСШ z (10). Сплошная кривая соответствует $m_x = m_y = 5$, $\kappa = 11$; штриховая — $m_x = m_y = 5$, $\kappa = 41$; пунктирная — $m_x = m_y = 20$, $\kappa = 41$. Как следует из анализа кривых, с увеличением площади области наблюдения по сравнению с площадью объекта, т. е. с ростом κ , проигрыш в точности оценки вектора скорости уменьшается, поскольку при этом оценка интенсивности фона становится асимптотически точной. Этот проигрыш существен в области умеренных значений ОСШ, когда заметную роль играют аномальные ошибки, а с увеличением ОСШ проигрыш убывает и становится весьма малым. Сравнение штриховой и пунктирной кривых показывает, что чем больше приведённая площадь m априорной области возможных значений компонент вектора скорости, тем при бóльших значениях ОСШ перестаёт проявляться влияние незнания интенсивностей изображения объекта и фона на точность оценки вектора скорости. Так, при $m_x = m_y = 5$ и $\kappa = 11$ проигрыш в точности оценки вектора скорости может превышать 2, а при $\kappa = 41$ — не превышает 1,4, причём влияние незнания интенсивностей изображения объекта и фона на точность оценки становится незначительным, если $z > 8,5 \dots 9,0$, а при $m_x = m_y = 20$ — если $z > 9,5 \dots 10$.

Заключение. Таким образом, применение максимально правдоподобного алгоритма для преодоления априорной неопределённости относительно интенсивностей изображения объекта и фона обеспечивает относительно небольшой проигрыш в точности оценки вектора скорости по сравнению со случаем, когда эти интенсивности априори известны. Этот проигрыш практически отсутствует при больших значениях отношения сигнал/шум, когда оценка вектора скорости становится надёжной и влиянием аномальных ошибок можно пренебречь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Туринов В. И.** К вопросу об измерении скорости удаленных объектов по изменениям положения и размеров оптического изображения // Радиотехника и электроника. 1996. № 5. С. 548–551.
2. **Куцов Р. В., Трифонов А. П.** Обнаружение и оценка скорости движения неоднородного пространственно протяженного объекта по изображению // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2008. № 2. С. 115–125.

3. **Трифонов А. П., Куцов Р. В.** Оценка скорости движения изображения объекта при наличии фона // Автометрия. 2007. **43**, № 6. С. 17–27.
4. **Гнеушев А. Н.** Система для оценки скорости транспортных средств по контурным признакам в режиме реального времени // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2005. № 1. С. 133–143.
5. **Странгуль О. Н., Тарасенко В. П.** Корреляционно-экстремальные системы навигации и локации подвижных объектов // АиТ. 2001. № 7. С. 201–210.
6. **Бычков А. А., Понькин В. А.** Обнаружение изображений пространственно протяженных затеняющих фон объектов // Автометрия. 1992. № 4. С. 33–39.
7. **Ковалев Г. С., Понькин В. А., Лаптев И. В., Ефремов В. В.** Потенциальные возможности обнаружения и маскирования движущихся объектов на неравномерных фонах // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2003. № 4. С. 24–29.
8. **Трифонов А. П., Куцов Р. В.** Характеристики оценки вектора скорости движения пространственно протяженного объекта на неравномерном фоне // Радиотехника. 2008. № 5. С. 111–115.
9. **Куцов Р. В., Трифонов А. П.** Обнаружение и оценка вектора скорости движения неоднородного пространственно протяженного объекта по изображению. Ч. II // АиТ. 2009. № 8. С. 96–109.
10. **Трифонов А. П., Куцов Р. В.** Обнаружение движущегося пространственно протяженного объекта на фоне с неизвестной интенсивностью // Автометрия. 2005. **41**, № 1. С. 3–18.
11. **Трифонов А. П., Куцов Р. В.** Обнаружение движущегося объекта при отсутствии априорной информации о векторе скорости и интенсивностях изображения и фона // Автометрия. 2009. **45**, № 1. С. 34–45.
12. **Красильников Н. Н.** Теория передачи и восприятия изображений. М.: Радио и связь, 1986. 248 с.
13. **Трифонов А. П., Шинаков Ю. С.** Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986. 268 с.
14. **Куликов Е. И., Трифонов А. П.** Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.
15. **Градштейн И. С., Рыжик И. М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1962. 1108 с.
16. **Акимов П. С., Бакут П. А., Богданович В. А. и др.** Теория обнаружения сигналов / Под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984. 440 с.

Поступила в редакцию 23 сентября 2009 г.
