

УДК 535.5

## ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ

В. А. Швец

*Учреждение Российской академии наук  
Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 13  
E-mail: shvets@isp.nsc.ru*

Рассмотрены особенности отражения поляризованного света от поверхности, которая движется относительно наблюдателя со скоростью, сравнимой со скоростью света. Коэффициенты отражения и эллипсометрические параметры движущегося образца изменяются вследствие преобразования угла падения и длины волны света и зависят от ориентации вектора скорости относительно нормали поверхности и направления волнового вектора падающей волны. Представлены частные случаи взаимной ориентации этих векторов. Показано, что если вектор скорости лежит в плоскости образца и перпендикулярен плоскости падения света, то изотропная отражающая поверхность проявляет анизотропные свойства. Сделана оценка предельной минимальной скорости, при которой можно обнаружить эффект анизотропии.

*Ключевые слова:* эллипсометрия, абберация света, эффект Доплера, коэффициенты отражения.

**Введение.** С момента возникновения метода эллипсометрии предполагалось, что исследуемый объект неподвижен относительно измерительной аппаратуры (эллипсометра). Такое предположение вполне оправдано, поскольку в подавляющем большинстве эллипсометрических приложений образец, действительно, неподвижен относительно эллипсометра [1]. Но даже в тех редких случаях, когда образец движется в процессе измерений [2], это движение не оказывает в принципиальном плане какого-либо влияния на результаты, так как при скоростях, которые достижимы в лабораторных условиях, проявление релятивистских эффектов пренебрежимо мало. Тем не менее представляют интерес эллипсометрические измерения образца, движущегося со скоростью, сравнимой со скоростью света. Оставляя без внимания вопрос о практической значимости такой постановки, отметим, что под термином «эллипсометрия» понимается не только метод исследования, но и раздел оптики, изучающий взаимодействие поляризованного света с отражающей системой [3]. Цель данной работы — восполнить существующий пробел в теории эллипсометрии.

**Постановка задачи. Преобразование углов падения и отражения света и длины волны.** Прежде всего, возникает вопрос: как изменятся (и изменятся ли вообще) эллипсометрические параметры образца, если придать ему некоторую скорость? Напомним, что эллипсометрические параметры  $\Psi, \Delta$  определяются соотношением [3, 4]

$$\rho \equiv \operatorname{tg} \Psi e^{i\Delta} = R_p/R_s, \quad (1)$$

где  $R_p, R_s$  — комплексные коэффициенты отражения света для волн, поляризованных в плоскости падения ( $p$ ) и перпендикулярно к ней ( $s$ ), учитывающие изменения амплитуды и фазы волны при отражении.

Рассмотрим оптически изотропную отражающую поверхность (образец). Пусть её коэффициенты отражения известны как функции угла падения  $\varphi$  и длины волны света  $\lambda$ :  $R_{p,s} = R_{p,s}(\varphi, \lambda)$ . При этом эллипсометрические параметры, определяемые соотношением (1), — также известные функции  $\varphi$  и  $\lambda$ . Предположим, что отражающая поверхность

движется относительно эллипсометра со скоростью  $V$ , достаточно большой, чтобы можно было учитывать релятивистские эффекты. Какими окажутся значения эллипсометрических параметров для света, падающего на образец под углом  $\varphi_i$ ? Будем полагать, что свет падает из среды с показателем преломления  $n_0 = 1$ . Таким образом, оптические свойства внешней среды не зависят от системы отсчёта. Обозначим через  $\Theta$  систему отсчёта, в которой неподвижен эллипсометр, а через  $O$  — систему отсчёта, в которой неподвижен образец. Параметры отражённого света в системе  $\Theta$  будут полностью определяться заданием в ней трёх векторов: вектора скорости образца  $\mathbf{V}$ , волнового вектора падающего на образец света  $\mathbf{k}_i$  и единичного вектора нормали движущейся поверхности  $\boldsymbol{\nu}$ . При этом, не теряя общности, можно считать, что вектор  $\mathbf{V}$  направлен вдоль координатной оси  $OX$ .

Найдём формулы для углов падения и отражения при переходе из одной системы отсчёта в другую. При переходе в систему  $O$  волновой вектор  $\mathbf{k}_i$  и частота  $\omega_i$  падающего на образец света преобразуются по правилу четырёхмерных векторов [5]:

$$k'_{ix} = \gamma \left( k_{ix} - \beta \frac{\omega_i}{c} \right), \quad (2a)$$

$$k'_{iy} = k_{iy}, \quad (2б)$$

$$k'_{iz} = k_{iz}, \quad (2в)$$

$$\omega'_i = \gamma (\omega_i - k_{ix} V). \quad (2г)$$

Здесь и далее величины со штрихами соответствуют системе  $O$ ;  $\beta = V/c$ ;  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ . Угол падения света в системе  $O$  выразим через  $\mathbf{k}'$  и  $\boldsymbol{\nu}'$ . Для этого найдём компоненты единичного вектора нормали поверхности в системе  $O$ . Учитывая лоренцево сокращение вдоль оси  $X$  и условие нормировки единичного вектора, получаем для прямого преобразования из системы  $\Theta$  в систему  $O$  следующие выражения:

$$\nu'_x = \frac{\nu_x}{\gamma \sqrt{1 - \nu_x^2 \beta^2}}, \quad (3a)$$

$$\nu'_y = \frac{\nu_y}{\sqrt{1 - \nu_x^2 \beta^2}}, \quad (3б)$$

$$\nu'_z = \frac{\nu_z}{\sqrt{1 - \nu_x^2 \beta^2}}. \quad (3в)$$

Формулы обратного преобразования при переходе из системы  $O$  в систему  $\Theta$  имеют вид

$$\nu_x = \frac{\gamma \nu'_x}{\sqrt{\gamma^2 \nu'^2_x + \nu'^2_y + \nu'^2_z}}, \quad (4a)$$

$$\nu_y = \frac{\nu'_y}{\sqrt{\gamma^2 \nu'^2_x + \nu'^2_y + \nu'^2_z}}, \quad (4б)$$

$$\nu_z = \frac{\nu'_z}{\sqrt{\gamma^2 \nu_x'^2 + \nu_y'^2 + \nu_z'^2}}. \quad (4B)$$

Теперь можно выразить угол падения света на образец в системе  $O$  через скалярное произведение векторов  $\mathbf{k}'_i$  и  $\boldsymbol{\nu}'$ :

$$\cos \varphi'_i = -\frac{(\mathbf{k}'_i \cdot \boldsymbol{\nu}')}{|\mathbf{k}'_i|} = \frac{\cos \varphi_i + \beta \nu_x}{\gamma \left(1 - \frac{k_{ix} V}{\omega_i}\right) \sqrt{1 - \beta^2 \nu_x^2}}. \quad (5)$$

Здесь учтено, что  $|\mathbf{k}'_i| = \omega'/c$ . В системе  $O$ , где образец неподвижен, угол отражения равен углу падения ( $\varphi'_r = \varphi'_i$ ) и волновой вектор отражённой волны  $\mathbf{k}'_r = \mathbf{k}'_i - 2\boldsymbol{\nu}'(\boldsymbol{\nu}' \cdot \mathbf{k}'_i)$ . Выполняя обратные преобразования из  $O$  в  $\mathcal{E}$ , находим волновой вектор отражённой волны и угол отражения в системе эллипсометра:

$$\mathbf{k}_r = \mathbf{k}_i - 2\boldsymbol{\nu} \frac{(\mathbf{k}_i \cdot \boldsymbol{\nu}) - (\omega_i/c)\beta \nu_x}{1 - \beta^2 \nu_x^2}, \quad (6)$$

$$\cos \varphi_r = \frac{(\boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{k}_r)}{|\mathbf{k}_r|} = \frac{\cos \varphi_i (1 + \beta^2 \nu_x^2) + 2\beta \nu_x}{2\beta \nu_x \cos \varphi_i + 1 + \beta^2 \nu_x^2}. \quad (7)$$

Если  $\nu_x = 0$  (образец движется параллельно своей плоскости), то получаем  $\varphi_r = \varphi_i$ , в остальных случаях угол отражения не равен углу падения за исключением тривиального  $\varphi_i = 0$ . Из (6) следует также, что отражённый луч всегда лежит в плоскости падения, которая по определению перпендикулярна векторам  $\mathbf{k}_i$  и  $\boldsymbol{\nu}$ . В этом легко убедиться, рассматривая векторные произведения  $\mathbf{k}_r \times \boldsymbol{\nu}$  и  $\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\nu}$  и отмечая, что  $(\mathbf{k}_r - \mathbf{k}_i) \times \boldsymbol{\nu} = 0$ . Данный результат принципиально важен для дальнейшего анализа, так как позволяет и в релятивистском случае применять принятое в эллипсометрии разложение волны на  $p$ - и  $s$ -компоненты.

Отметим ещё одну интересную математическую особенность. Если в системе  $\mathcal{E}$  свет падает по нормали к образцу ( $\varphi_i = 0$ ), то угол отражения  $\varphi_r$  тоже равен нулю и отражённый свет возвращается в ту же точку, откуда был испущен. Для неподвижного образца это соответствует вырожденному случаю, когда  $p$ - и  $s$ -компоненты неразличимы и эллипсометрические параметры теряют смысл. Если же скорость образца отлична от нуля, то в системе  $O$  угол падения, определяемый выражением (5), уже не равен нулю, поэтому коэффициент отражения будет зависеть от ориентации поляризации падающей волны относительно вектора скорости и эллипсометрические измерения становятся возможны. Для частного случая, когда плоскость образца совпадает с вектором его скорости, угол  $\cos \varphi'_i = 45^\circ$  достигается при  $V = c/\sqrt{2}$ .

Длина волны света, отражённого от движущегося образца, также изменится за счёт эффекта Доплера. Воспользовавшись формулами преобразования (2), находим длину волны света в системе  $O$  (очевидно, она одинакова для падающей и отражённой волн):

$$\lambda' = \frac{2\pi c}{\omega'} = \frac{\lambda_i}{\gamma \left(1 - k_x \frac{\beta \lambda_i}{2\pi}\right)}. \quad (8)$$

В системе  $\mathcal{E}$  длина волны отражённого света

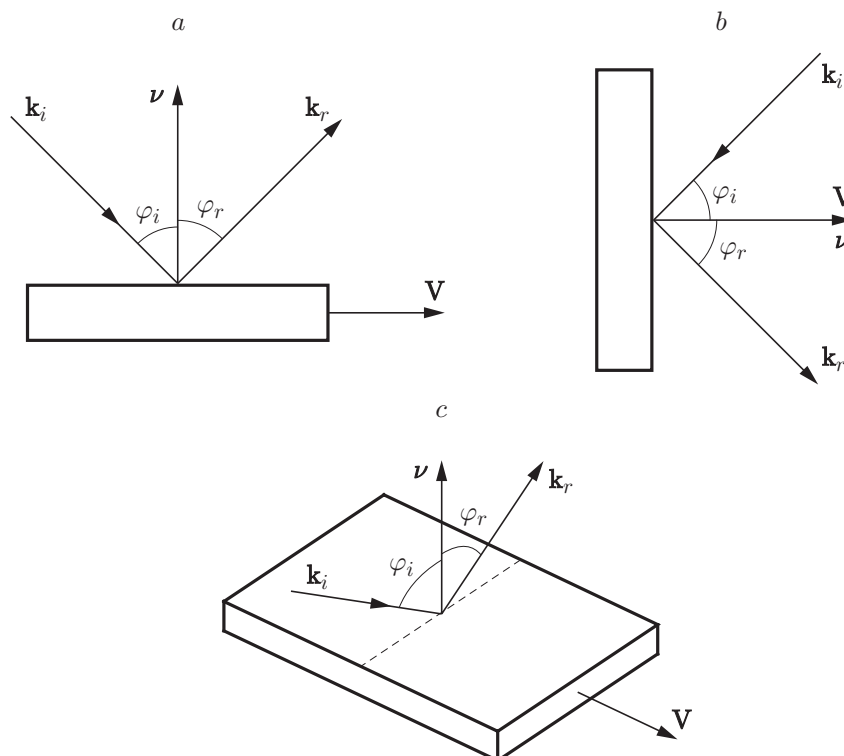
$$\lambda_r = \frac{\lambda_i}{1 + 2\beta \nu_x \frac{\cos \varphi_i + \beta \nu_x}{1 - \beta^2 \nu_x^2}}. \quad (9)$$

Заметим, что при движении образца в направлении своей плоскости ( $\nu_x = 0$ ) длина волны при отражении не меняется.

**Преобразование коэффициентов отражения и эллипсометрических параметров.** Рассчитаем коэффициенты отражения от движущегося образца. Пусть  $\mathbf{E}_i$  — вектор электрического поля падающей волны в системе  $\Theta$ . Вектор отражённой волны  $\mathbf{E}_r$  найдём следующим образом. Сначала перейдём в систему  $O$  и определим вектор падающей волны  $\mathbf{E}'_i$ , воспользовавшись формулами преобразования электрических и магнитных полей [6]. Затем рассчитаем вектор отражённой волны  $\mathbf{E}'_r$ , выразив его через  $\mathbf{E}'_i$  и коэффициент отражения образца. Наконец, проводя обратное преобразование в систему  $\Theta$ , можем вычислить искомый вектор  $\mathbf{E}_r$ . В действительности процедура расчёта будет несколько сложнее, так как нас интересует преобразование отдельно каждой  $p$ - и  $s$ -компоненты электрического поля падающей волны:  $E_{ip}$ ,  $E_{is}$ . Но при переходе из системы  $\Theta$  в  $O$  исходная  $p$ - или  $s$ -волна вовсе не обязательно перейдёт в волну той же поляризации. Иными словами, волна, поляризованная в плоскости падения в системе  $\Theta$ , при переходе в систему  $O$  может иметь как  $p$ -, так и  $s$ -компоненту. В общем случае произвольной ориентации векторов  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{k}_i$  и  $\nu$  расчётные формулы оказываются достаточно громоздкими.

Рассмотрим поэтому частные случаи взаимной ориентации этих векторов. Можно выделить три принципиальных направления вектора скорости  $\mathbf{V}$  относительно плоскости падения света и плоскости образца, которые схематически изображены на рисунке: вектор скорости лежит в плоскости падения и в плоскости образца ( $a$ ); вектор скорости перпендикулярен плоскости образца ( $b$ ); вектор скорости лежит в плоскости образца и перпендикулярен плоскости падения ( $c$ ).

*Случай a.* Выберем направление оси  $Z$  так, чтобы все векторы лежали в плоскости  $XZ$ . Тогда волновой вектор отражённой волны  $\mathbf{k}'_r$  также будет лежать в этой плоскости в силу



доказанного выше утверждения о совпадении плоскости падения и плоскости отражения. Чтобы разложить вектор электрического поля падающей волны на  $p$ - и  $s$ -компоненты, найдём единичные векторы для соответствующих направлений. Можно записать

$$\mathbf{e}_s = \frac{[\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\nu}]}{|[\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\nu}]|} = \frac{c}{\omega \sin \varphi} [\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\nu}], \quad (10)$$

$$\mathbf{e}_p = \frac{[\mathbf{e}_s, \mathbf{k}_i]}{|[\mathbf{e}_s, \mathbf{k}_i]|} = \frac{\boldsymbol{\nu}}{\sin \varphi} + \frac{c \cos \varphi}{\omega \sin \varphi} \mathbf{k}_i. \quad (11)$$

Аналогичные выражения справедливы для  $\mathbf{e}'_p$  и  $\mathbf{e}'_s$  в системе  $O$ . Заметим, что в системе  $O$ , так же как и в системе  $\Theta$ , для выбранной ориентации векторов выполняются  $k'_{iy} = 0$  и  $\nu'_x = \nu'_y = 0$ . Поэтому разложение волны на  $p$ - и  $s$ -составляющие сохраняется при переходе из одной системы в другую, т. е.  $p(s)$ -волна в системе  $\Theta$  остаётся  $p(s)$ -волной при переходе в систему  $O$ .

Рассмотрим падающую  $s$ -волну в системе  $\Theta$ :

$$\mathbf{E}_{is} = E_0(0, -1, 0), \quad (12)$$

$$\mathbf{B}_{is} = \frac{1}{\omega} [\mathbf{k} \times \mathbf{E}] = \frac{E_0}{c} (-\cos \varphi, 0, -\sin \varphi). \quad (13)$$

Здесь в круглых скобках записаны компоненты соответствующих векторов. При переходе в систему  $O$  для компонент полей справедливы следующие формулы преобразования [6]:

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x; \\ E'_y &= \gamma(E_y - VB_z); \\ E'_z &= \gamma(E_z + VB_y), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} B'_x &= B_x; \\ B'_y &= \gamma(B_y + V\beta E_z); \\ B'_z &= \gamma(B_z - V\beta E_y). \end{aligned} \quad (15)$$

Воспользовавшись этими формулами, получаем в системе  $O$  для падающей волны

$$\mathbf{E}'_{is} = \gamma E_0(0, \beta \sin \varphi - 1, 0), \quad (16a)$$

$$\mathbf{B}'_{is} = \frac{E_0}{c} (-\cos \varphi, 0, \gamma(\beta - \sin \varphi)) \quad (16b)$$

и для отражённой волны

$$\mathbf{E}'_{rs} = R_s(\varphi'_i, \lambda') \gamma E_0(0, \beta \sin \varphi - 1, 0), \quad (17a)$$

$$\mathbf{B}'_{rs} = R_s(\varphi'_i, \lambda') \frac{E_0}{c} (\cos \varphi, 0, \gamma(\beta - \sin \varphi)). \quad (17b)$$

Заметим, что при переходе в подвижную систему отсчёта тип поляризации не изменился. Проводя обратное преобразование из  $O$  в  $\mathcal{O}$  (для этого в формулах (15), (16) нужно сделать замену  $V \rightarrow -V$ ), будем иметь  $E_{rs} = R_s(\varphi'_i, \lambda')E_{is}$ . Расчёт для  $p$ -поляризации даёт аналогичный результат:  $E_{rp} = R_p(\varphi'_i, \lambda')E_{ip}$ . Таким образом, для рассматриваемого случая комплексные коэффициенты отражения, а также эллипсометрические параметры движущегося объекта будут такими же, как для неподвижного, но взятыми при значениях угла падения  $\varphi'$  и длины волны  $\lambda'$  в системе  $O$  (формулы (5), (8) при  $\nu_x = \nu_y = 0$ ,  $k_x = (\omega/c) \sin \varphi$ ). Неизменность фазового скачка при отражении, который определяется как  $\arg(R_{p,s})$ , следует из того, что фаза волны есть скалярное произведение двух четырёхмерных векторов  $(\omega/c, \mathbf{k})$  и  $(tc, \mathbf{r})$  и, следовательно, является инвариантом по отношению к системам отсчёта, так же как и фазовый скачок. Что касается модуля коэффициента отражения, то его неизменность при переходе из  $O$  в  $\mathcal{O}$  — это следствие для частного случая рассматриваемой геометрии.

*Случай b.* Выберем оси  $Y$  и  $Z$  так, чтобы плоскость падения совпадала с плоскостью  $XZ$ . Как и в предыдущем случае, при переходе из одной системы отсчёта в другую тип поляризации не меняется. Однако модуль коэффициента отражения за счёт эффекта Доплера будет другим. Последовательные преобразования полей, аналогичные проведённым выше, дают следующие результаты для коэффициентов отражения движущегося образца:

$$R_{p,s}(\varphi, \lambda) = R_{p,s}(\varphi', \lambda')\gamma(1 + 2\beta \cos \varphi + \beta^2), \quad (18)$$

где  $\varphi'$ ,  $\lambda'$  определяются соотношениями (5), (8) при  $\nu_x = 1$  и  $k_x = -(\omega/c) \cos \varphi$ . Из (18) видно, что эллипсометрические параметры движущегося образца равны эллипсометрическим параметрам неподвижного, взятым при угле падения  $\varphi'$  и длине волны  $\lambda'$  в системе образца.

*Случай c.* Направим ось  $Z$  так, чтобы она была параллельна вектору нормали поверхности:  $\nu_x = \nu_y = 0$ ,  $\nu_z = 1$ . При этом плоскость падения совпадает с плоскостью  $YZ$ . Рассмотрим отражение  $s$ -волны. Векторы электрического поля и магнитной индукции падающей волны соответственно запишем как

$$\mathbf{E}_i = E_0(1, 0, 0), \quad (19a)$$

$$\mathbf{B}_i = -\frac{E_0}{c}(0, \cos \varphi, \sin \varphi). \quad (19b)$$

В системе  $O$  выражения для полей будут иметь вид

$$\mathbf{E}'_i = E_0(1, \gamma\beta \sin \varphi, -\gamma\beta \cos \varphi), \quad (20a)$$

$$\mathbf{B}'_i = -\gamma\frac{E_0}{c}(0, \cos \varphi, \sin \varphi). \quad (20b)$$

Единичные векторы  $\mathbf{e}_p$  и  $\mathbf{e}_s$  для  $p$ - и  $s$ -направлений получим, подставляя в формулы (10), (11) выражения для  $k'_i$  и  $\cos \varphi'$  и учитывая, что  $\boldsymbol{\nu}' = (0, 0, 1)$ :

$$\mathbf{e}'_s = \frac{(\sin \varphi, \beta\gamma, 0)}{\gamma\sqrt{\sin^2 \varphi + \beta^2 \cos^2 \varphi}}, \quad (21a)$$

$$\mathbf{e}'_p = \frac{(-\beta \cos \varphi / \gamma, \sin \varphi \cdot \cos \varphi / \gamma^2, \sin^2 \varphi + \beta^2 \cos^2 \varphi)}{\sqrt{\sin^2 \varphi + \beta^2 \cos^2 \varphi}}. \quad (216)$$

В системе  $O$   $s$ -направление уже не совпадает с осью  $X'$ , как это было в системе  $\Theta$ . Но самое существенное, что падающая в системе  $\Theta$   $s$ -волна перестаёт быть чисто  $s$ -волной, в системе  $O$  у неё появляется  $p$ -компонента. В этом легко убедиться, раскладывая  $\mathbf{E}'_i$  на базисные направления  $\mathbf{e}'_p$  и  $\mathbf{e}'_s$ :

$$E'_{ip} = -\frac{E_0 \gamma \beta \cos \varphi}{\sqrt{\sin^2 \varphi + \beta^2 \cos^2 \varphi}}, \quad (22a)$$

$$E'_{is} = -\frac{E_0 \gamma \sin \varphi}{\sqrt{\sin^2 \varphi + \beta^2 \cos^2 \varphi}}. \quad (226)$$

Чтобы найти отражённую волну в системе  $\Theta$ , нужно найти сначала поля  $\mathbf{E}'_r$ ,  $\mathbf{B}'_r$  отражённой волны в системе  $O$ , а затем перейти в систему  $\Theta$ , выполнив преобразования обратного перехода. Для отражённой волны в системе  $O$  имеем

$$\mathbf{E}'_r = R_p E'_{ip} \mathbf{e}''_p + R_s E'_{is} \mathbf{e}''_s,$$

где  $\mathbf{e}''_p = (-e_{px}, -e_{py}, e_{pz})$ ;  $\mathbf{e}''_s = \mathbf{e}'_s$  — единичные векторы  $p$ - и  $s$ -направлений отражённой волны в системе  $O$ . Поле  $\mathbf{B}'_r$  выражается через  $\mathbf{E}'_r$  с помощью соотношения (13). Опуская детали расчёта, приведём результат для вектора электрического поля в системе  $\Theta$ :

$$\mathbf{E}_r = \frac{E_0(-\beta^2 \cos^2 \varphi R'_p + \sin^2 \varphi R'_s, \beta \sin \varphi \cdot \cos^2 \varphi (R'_p + R'_s), \beta \sin^2 \varphi \cdot \cos \varphi (R'_p + R'_s))}{\sin^2 \varphi + \beta^2 \cos^2 \varphi}. \quad (23)$$

Разложив вектор  $\mathbf{E}_r$  на  $p$ - и  $s$ -компоненты, будем иметь окончательные выражения для коэффициентов отражения (элементов второй строки матрицы Джонса):

$$R_{ss} = \frac{\sin^2 \varphi R'_s - \beta^2 \cos^2 \varphi R'_p}{\sin^2 \varphi + \beta^2 \cos^2 \varphi}, \quad (24a)$$

$$R_{sp} = \frac{\beta \sin \varphi \cos \varphi (R'_p + R'_s)}{\sin^2 \varphi + \beta^2 \cos^2 \varphi}. \quad (246)$$

Аналогичные преобразования для  $p$ -волны дают  $R_{ps} = R_{sp}$ , а коэффициент отражения  $R_{pp}$  получается из (24a) взаимной заменой индексов  $p \leftrightarrow s$ . Подчеркнём, что коэффициенты отражения  $R'_p$ ,  $R'_s$ , фигурирующие в (23), (24), относятся к системе отсчёта образца и берутся при значениях угла падения и длины волны в системе  $O$ . Как видим, в данном случае движущаяся поверхность представляет собой оптически анизотропную систему с осью анизотропии, направленной вдоль вектора скорости.

Из формул (24) делением  $R_{pp}$  и  $R_{sp}$  на  $R_{ss}$  получаем выражения для матрицы эллипсометрических параметров — нормированной матрицы Джонса [2]:

$$\rho_{pp} = \frac{\rho' \operatorname{tg}^2 \varphi - \beta^2}{\operatorname{tg}^2 \varphi - \rho' \beta^2}, \quad (25)$$

$$\rho_{ps} = \rho_{sp} = \frac{\beta \operatorname{tg} \varphi (\rho' + 1)}{\operatorname{tg}^2 \varphi - \rho' \beta^2}, \quad (26)$$

где  $\rho'$  — значение комплексного эллипсометрического параметра образца в системе  $O$ , взятое при соответствующих угле падения и длине волны света.

Диагональный элемент  $\rho_{pp}$  (25) зависит от скорости квадратично, в то время как в разложении недиагональных элементов по  $\beta$  присутствует линейный член. Поэтому эффект анизотропии может проявляться при сравнительно малых скоростях ( $\beta \ll 1$ ). В этом случае для рассматриваемой геометрии  $\cos \varphi'_i = (\cos \varphi_i)/\gamma \approx \cos \varphi_i$  и  $\lambda_r = \lambda_i$ , т. е. в правой части (26) можно вместо  $\rho'$  брать эллипсометрический параметр  $\rho$  при значениях угла падения и длины волны, соответствующих системе  $\mathcal{E}$ . Обращает на себя внимание тот факт, что в выражениях для  $\rho_{pp}$  и  $\rho_{ps}$  возникает математическая особенность при  $\operatorname{tg}^2 \varphi - \rho' \beta^2 \rightarrow 0$ . Это возможно, если  $\rho'$  — вещественная величина и  $\rho' > 0$ , т. е. значение  $\Delta = 0$ . Если при этом параметр  $\Psi$  близок к  $90^\circ$  (таким значениям  $\Psi$  и  $\Delta$  соответствует, например, структура плёнка  $\text{SiO}_2$  толщиной  $\sim 130$  нм на Si при угле падения  $71^\circ$ ), то отмеченная особенность будет проявляться при  $\beta \ll 1$ .

Оценим минимальные скорости, при которых можно экспериментально наблюдать проявление релятивистской анизотропии. Полагая  $\beta \ll \operatorname{tg} \varphi / \sqrt{\rho}$ , из (26) имеем

$$\rho_{ps} = \rho_{sp} \approx \frac{\beta(\rho + 1)}{\operatorname{tg} \varphi}, \quad (27)$$

откуда видно, что при  $\operatorname{tg} \varphi \rightarrow 0$  недиагональные элементы могут достигать измеряемых значений при относительно малых скоростях. Считая  $|\rho| \sim 1$ , получаем из (27)  $\beta \approx |\rho_{ps}| \operatorname{tg} \varphi$ . Минимально возможное значение угла  $\varphi$  ограничивается расходимостью пучка света и для лазерного источника составляет величину порядка угловой минуты ( $3 \cdot 10^{-4}$  рад). Минимальное значение  $|\rho_{ps}|$ , обнаружимое эллипсометрической аппаратурой, также имеет величину порядка  $3 \cdot 10^{-4}$  рад. Поэтому минимальная скорость, при которой можно зарегистрировать эффект анизотропии, составляет порядка 30 м/с, что вполне достижимо в лабораторных условиях. Отметим, что для этой оценки мы брали типичные значения угловой расходимости и обнаружительной способности. При оптимизации экспериментальных условий найденная граница для скорости может быть уменьшена ещё на один или два порядка.

**Заключение.** В предлагаемой работе рассмотрено проявление релятивистских эффектов в эллипсометрии движущихся объектов. Получены формулы пересчёта углов падения и отражения света в виде, удобном для эллипсометрических задач. Показано, что плоскости падения и отражения света, определяемые соответствующими волновыми векторами и вектором нормали отражающей поверхности, совпадают между собой в любой системе отсчёта. Поэтому общепринятые определения для эллипсометрических параметров можно распространить и на случай движущихся тел.

Рассчитаны коэффициенты отражения поляризованного света для различных взаимных ориентаций волнового вектора падающей волны, вектора нормали и вектора скорости. В случае, когда скорость направлена перпендикулярно плоскости падения, изотропный образец в лабораторной системе проявляет анизотропные отражающие свойства. Для этой геометрии найдены элементы нормированной матрицы Джонса. Проведённые оценки показывают, что рассматриваемый эффект может экспериментально проявляться при скоростях порядка 30 м/с.



---

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. **Швец В. А., Рыхлицкий С. В.** Метод эллипсометрии в науке и технике // Автометрия. 1997. № 1. С. 5–21.
2. **Johs B., Herzinger C., Dinan J. H. et al.** Real-time monitoring and control of epitaxial semiconductor growth in a production environment by in situ spectroscopic ellipsometry // Thin Solid Films. 1998. **313–314**. P. 490–495.
3. **Основы эллипсометрии** /Под ред. А. В. Ржанова. Новосибирск: Наука, 1979. 420 с.
4. **Аззам Р., Башара Н.** Эллипсометрия и поляризованный свет. М.: Мир, 1981. 583 с.
5. **Сивухин Д. В.** Общий курс физики. Оптика. М.: Наука, 1985. 751 с.
6. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.

*Поступила в редакцию 24 января 2011 г.*

---