

УДК 681.5

ПРИМЕНЕНИЕ РЕЛЕЙНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО ПОИСКА ЭКСТРЕМУМА В НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ

Г. А. Французова

*Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Новосибирский государственный технический университет»,
630092, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: frants@sintez.nstu.ru*

Представлен новый подход к решению задачи автоматического поиска экстремума для нелинейного одноканального объекта с неточно известными параметрами. Его отличительной особенностью является организация двухконтурной системы со скользящим режимом во внутреннем контуре, который включает в себя динамическую часть объекта. Применение в этом контуре специальной динамической подсистемы в качестве устройства оценки переменных состояния приводит к возникновению в нём автоколебаний. Их предложено использовать в качестве поисковых колебаний для оценки градиента статической функции качества аналогично методу синхронного детектирования. Автоматическое движение к экстремуму обеспечивает интегральный регулятор внешнего контура системы. Моделирование иллюстрирует особенности предложенного подхода.

Ключевые слова: управление, поиск экстремума, нелинейная система, скользящий режим, автоколебания.

Введение. При автоматизации технологических процессов в промышленности нередко возникает необходимость текущей оптимизации работы (настройки на экстремум) отдельных узлов и агрегатов. С этой целью проектируются специальные системы автоматического поиска экстремума, называемые также системами экстремального регулирования [1, 2]. Подобные системы синтезируют для технических объектов, модель которых можно представить в виде последовательного соединения двух составляющих: динамической части и статической функции качества, имеющей экстремум. Принципы экстремального регулирования используются, например, в различного типа топках и нагревательных печах, где температура факела зависит от воздушно-топливного соотношения [3].

Вероятно, первое упоминание об экстремальном регулировании содержится в работе [4], однако широкую известность оно приобретает в середине XX в. С тех пор наибольшее распространение получили различные автоматические системы с периодическим пробным сигналом и шаговые экстремальные системы [1–3, 5]. Подобные системы обычно применяются к относительно простым динамическим объектам, поведение которых с достаточной точностью соответствует линейной модели. В 1980-е гг. при решении ряда практических задач вновь возник интерес к экстремальным системам [6, 7]. В [8–10] были предложены структуры экстремальных систем с динамическим компенсатором и проведён анализ их устойчивости для линейных и нелинейных объектов.

В данной работе представлен оригинальный подход к построению систем автоматического поиска экстремума для класса нелинейных одноканальных динамических объектов с переменными параметрами. Принимая во внимание наличие двух различных составляющих объекта, предлагается организовать двухконтурное управление аналогично [11], но искусственно ускорить процессы во внутренней подсистеме по сравнению с внешним контуром. Релейный регулятор, помещённый во внутренний контур, позволяет организовать в нём скользящий режим, который используется для предварительной стабилизации

внутренних динамических процессов в отличие от регулятора, описанного в работах [12, 13], где он применяется в динамическом компенсаторе. Реле и специальное линейное динамическое устройство, используемые для оценки переменных состояния во внутреннем контуре, вызывают автоколебания, которые могут служить в качестве периодического поискового сигнала для оценки градиента выходной характеристики по аналогии с методом синхронного детектирования.

Постановка задачи. Будем рассматривать одноканальные нелинейные объекты регулирования, модель динамической части (ДЧ) которых представлена уравнениями

$$\dot{X} = f(t, X) + B(t, X)u; \quad y = x_1, \quad (1)$$

где $X \in R^n$ — вектор состояния; x_1 — первая компонента X ; $u \in R$ — управляющее воздействие, причём ресурс управления ограничен, $|u| \leq u_m$; $y \in R$ — выходная переменная ДЧ объекта. Модель (1) имеет каноническое представление, т. е.

$$f(\cdot) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \dots \\ f_n(t, X) \end{bmatrix}, \quad B(\cdot) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ b(t, X) \end{bmatrix}.$$

Функции $f_n(t, X)$ и $b(t, X)$ непрерывны и неточно известны кроме граничных значений $|f_n(\cdot)| \leq f_{n \max}$, $0 < b_{\min} \leq |b(\cdot)| \leq b_{\max}$.

Модель статической нелинейной экстремальной характеристики (ЭХ) имеет вид

$$Y = Y(y), \quad (2)$$

где Y — выходная переменная объекта ($Y \in R^1$) с глобальным экстремумом Y_0 при $y = y_0$. Без потери общности разложим функцию (2) в ряд Тейлора и запишем как [8]

$$Y = Y_0 + q(y - y_0)^2, \quad (3)$$

где $q = \text{const}$ — коэффициент ряда разложения.

Целью автоматического поиска экстремума является нахождение неизвестного значения Y_0 . Учёт взаимосвязи между переменными Y_0 и y_0 позволяет преобразовать исходную постановку задачи к практической форме [11]: для объекта (1), (3) необходимо определить такое управляющее воздействие, которое обеспечит выполнение свойства

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_0 \quad (4)$$

с требуемой статической ошибкой e^* . Таким образом, задача поиска экстремума трансформируется в задачу стабилизации выхода y относительно заранее неизвестного значения y_0 , соответствующего точке экстремума. Отметим, что особенность поиска экстремума отражена в требованиях к динамике этого процесса, которые должны быть сформулированы с учётом градиента выходной переменной (2), т. е. $G = \partial Y / \partial y$.

Внутренний контур. Поскольку объект управления содержит две различные составляющие, то используются два типа обратных связей (блок-схема системы показана на рис. 1). Динамическая часть находится во внутреннем контуре; внешний контур включает ЭХ объекта и устройство оценки градиента (УОГ); P_1 и P_2 — регуляторы соответствующих контуров; v — управляющее воздействие внешнего контура.

Параметры ДЧ (1) являются неопределёнными и подвержены влиянию возмущений, поэтому предлагается предварительно ввести обратные связи по переменным состояния и

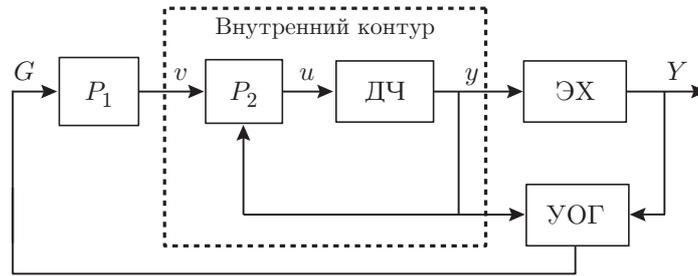


Рис. 1

стабилизировать процессы во внутреннем контуре с помощью специального регулятора. С этой целью используем релейный закон управления

$$u = u_m \operatorname{sgn} S(X) = \begin{cases} +u_m, & S(X) > 0, \\ -u_m, & S(X) < 0, \end{cases} \quad (5)$$

где $S(X)$ — поверхность переключений, $S \in R^1$, которую будем формировать в виде линейной функции

$$S(x) = a_1 v - a_1 x_1 - \dots - a_{n-1} x_{n-1} - x_n = 0 \quad (6)$$

(здесь $a_i = \operatorname{const}$, $i = \overline{1, (n-1)}$, — коэффициенты, выбранные на основе определённых требований к поверхности переключений).

При выполнении условия существования скользящего режима [14] процессы во внутренней подсистеме соответствуют уравнению поверхности (6), которое можно записать в виде

$$x_n = a_1 v - a_1 x_1 - a_2 x_2 - \dots - a_{n-1} x_{n-1} = F(X_1, v),$$

где $X_1 \in R^{n-1}$ — усечённый вектор состояния (без координаты x_n). С учётом канонических переменных состояния объекта (1) полученное уравнение поверхности переключения представим как

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & i = \overline{1, (n-2)}, \\ \dot{x}_{n-1} = a_1 v - a_1 x_1 - \dots - a_{n-1} x_{n-1} = F(X_1, v). \end{cases} \quad (7)$$

Отметим, что модель (7) и функция $F(X_1, v)$, определяющая уравнение поверхности переключения $S(x) = F(X_1, v) - x_n = 0$, могут быть выбраны на основе заданных требований к качеству процессов во внутренней подсистеме. Таким образом, организовав скользящий режим, можно рассматривать систему дифференциальных уравнений (7) в качестве приближённой модели внутреннего контура системы.

Внешний контур. В целях организации движения к экстремуму предлагается применять следующий закон управления во внешнем контуре:

$$\dot{v} = -\alpha G, \quad (8)$$

где коэффициент α выбирается на основе требуемого времени выхода на экстремум.

Допущение 1. Пусть параметры a_i , $i = \overline{1, (n-1)}$, выбраны таким образом, что переходные процессы во внутреннем контуре заканчиваются значительно быстрее, чем процесс поиска экстремума во внешнем контуре управления. В этом случае вместо модели внутреннего контура (7) достаточно рассматривать его равновесное значение: $x_1^0 = v$, $x_i^0 = 0$, $i = \overline{2, (n-1)}$.

Полагаем, что градиент можно определить точно в соответствии с уравнением (3), т. е. $G = 2q(y - y_0)$. Подставляя градиент G в уравнение закона управления (8) и учитывая допущение 1, получаем следующее описание внешнего контура:

$$\dot{y} + 2\alpha qy = 2\alpha qy_0. \quad (9)$$

Как видно, равновесный режим системы (9) аналогичен искомой точке экстремума y_0 , т. е. автоматически выполняется условие (4).

Таким образом, процесс поиска экстремума всегда описывает линейное дифференциальное уравнение первого порядка (9), не зависит от модели ДЧ объекта и влияния неконтролируемых возмущений. Задавая параметр α , можно обеспечить требуемую длительность процесса поиска экстремума.

Влияние дифференцирующего фильтра. Практическая реализация закона управления (5) предполагает возможность измерения всех переменных состояния ДЧ системы. Поскольку только одна выходная переменная y объекта (1) доступна измерению, то во внутренней подсистеме необходимо специальное устройство для оценки переменных состояния. К сожалению, известные наблюдатели состояния не могут быть применены в этой ситуации из-за неопределённости параметров модели. С учётом канонического представления объекта (1) переменные состояния x_i являются производными от выходной переменной y , поэтому предлагается для их оценки использовать динамическую систему (дифференцирующий фильтр [11]) вида

$$\mu^{n-1}z^{(n-1)} + \mu^{n-2}d_{n-2}z^{(n-2)} + \dots + \mu d_1 \dot{z} + z = y, \quad (10)$$

где μ — малый параметр, отражающий инерционность фильтра; z — измеренное значение выходной переменной (аналогичное устройство, как правило, применяется в системах, основанных на методе локализации [11]).

Учитывая уравнения (1), (5), (6) и (10), модель внутреннего замкнутого контура записывается следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & i = \overline{1, (n-1)}, \\ \dot{x}_n = f(t, X) + b(t, X)u_m \operatorname{sgn}[-z_n - F(Z_1, v)], \\ \mu \dot{z}_j = z_{j+1}, & j = \overline{1, (n-2)}, \\ \mu \dot{z}_{n-1} = x_1 - z_1 - d_1 z_2 - \dots - d_{n-2} z_{n-1}. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь z_j — переменные состояния фильтра; $Z_1 \in R^{n-1}$.

Допущение 2. Предположим, что $S(X) \rightarrow 0$, тогда $\operatorname{sgn} S(X) \approx kS(X)$, где $k \rightarrow \infty$, а $\mu = k^{-1} \rightarrow 0$.

С учётом данного допущения преобразуем модель (11) к виду, удобному для разделения движений. Для этого применим способ «расщепления» дифференцирующего фильтра [15], считая, что каждая компонента вектора состояния измеряется отдельным устрой-

ством. Тогда систему (11) в малой окрестности поверхности переключений $S(X) = 0$ опишем как

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & i = \overline{1, (n-1)}, \\ \mu \dot{x}_n = \mu f(t, X) + b(t, X)u_m[-z_{n1} - F(Z_{j1}, v)], \\ \mu \dot{z}_{ij} = z_{ij+1}, & j = \overline{1, (n-1)}, \\ \mu \dot{z}_{in-1} = x_i - z_{i1} - d_1 z_{i2} - \dots - d_{n-2} z_{in-1}. \end{cases} \quad (12)$$

Система уравнений (12) имеет стандартный для метода разделения движений вид. Нетрудно убедиться, что во внутреннем контуре системы будут возникать два типа разнотемповых процессов. Медленный процесс представляет собой скользящий режим в соответствии с уравнением поверхности (7), и он всегда устойчив. Для выделения быстрой составляющей процесса используем стандартную процедуру [15, 16]: введём масштаб времени $\tau = \mu^{-1}t$ и запишем в новом времени модель (12). Устремляя затем $\mu \rightarrow 0$, в асимптотике получаем описание быстрой составляющей:

$$\begin{cases} x_i = \text{const}, & i = \overline{1, (n-1)}, \quad b = \text{const}, \quad F = \text{const}, \\ \dot{x}_n = bu_m \text{sgn}[-z_{n1} - F], \\ \mu \dot{z}_{ij} = z_{ij+1}, & j = \overline{1, (n-1)}, \\ \mu \dot{z}_{in-1} = x_i - z_{i1} - d_1 z_{i2} - \dots - d_{n-2} z_{in-1}. \end{cases}$$

Это описание соответствует замкнутой подсистеме быстрых процессов, представленной на рис. 2. Здесь $W_f(s)$ — передаточная функция дифференцирующего фильтра. В соответствии с уравнением (10) она имеет вид

$$W_f(s) = \frac{z}{y} = \frac{1}{\mu^{n-1}s^{n-1} + \mu^{n-2}d_{n-2}s^{n-2} + \dots + \mu d_1 s + 1} = \frac{z_{n1}}{x_n}.$$

Подсистема быстрых процессов содержит статический нелинейный элемент типа реле, поэтому в ней возникают автоколебания, параметры которых можно определить с помощью метода гармонического баланса в форме

$$\omega = \omega(\mu); \quad A = A(\mu, d_i, u_m). \quad (13)$$

Отметим, что путём изменения коэффициентов дифференцирующего фильтра и реле можно получить желаемую амплитуду и частоту автоколебаний.

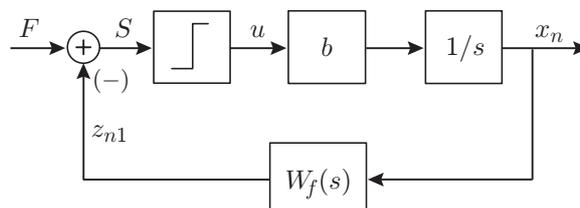


Рис. 2

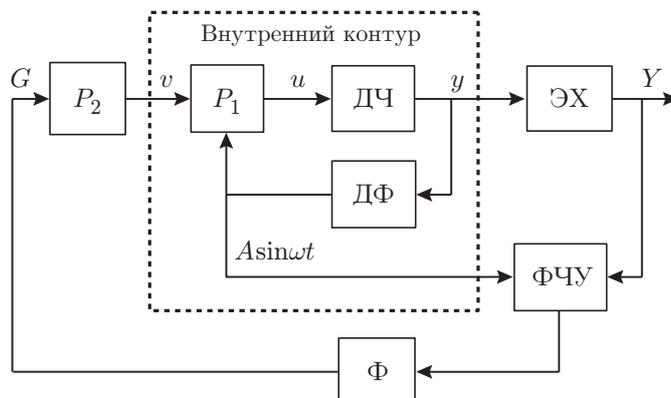


Рис. 3

Оценка градиента. Поскольку автоколебания, возникая во внутреннем контуре, поступают на выход статической ЭХ, предлагается применять их как периодический поисковый сигнал для оценки градиента аналогично методу синхронного детектирования. Полная блок-схема системы поиска экстремума с учётом оценки градиента показана на рис. 3. Здесь введены следующие обозначения: ФЧУ — фазочувствительное устройство, в качестве которого используется блок умножения; Ф — усредняющий фильтр с передаточной функцией

$$W(s) = 1/(Ts + 1),$$

где T — постоянная времени фильтра; ДФ — дифференцирующий фильтр вида (10).

Пример. Рассмотрим пример, иллюстрирующий свойства обсуждаемого класса систем поиска экстремума. Модель объекта описывается системой

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_1(t)x_1 + a_2(t)x_2 + b(t)u, \\ y = x_1, \\ Y = q(y - y_0)^2, \end{cases}$$

где $|a_i(t)| \leq 5$; $i = 1, 2$; $3 \leq b(t) \leq 5$; $q = 0,5$; $y_0 = 1$; $|u| \leq 20$. Нестационарные параметры объекта изменяются скачкообразно от процесса к процессу. В качестве начальных значений этих параметров при моделировании были выбраны следующие: $a_{10} = 2$; $a_{20} = -3$; $b_0 = 4$. Требования к процессу поиска экстремума представлены в форме $t_{\text{п}} \leq t_{\text{п}}^* = 1$ с, $\sigma \leq \sigma^* = 0$ %. Уравнение линии переключений $S(X) = 0$ сформировано на основе этих требований, $S(X) = -5x_1 + 5v - x_2 = 0$. Закон управления для внутреннего контура (5) записывается как

$$u = u_m \operatorname{sgn}(-5x_1 + 5v - x_2).$$

Закон управления для внешнего контура (8) имеет вид

$$v = -(\alpha/s)G, \quad \alpha = 0,25.$$

Модель дифференцирующего фильтра (10) следующая:

$$W_f(s) = 1/(\mu^2 s^2 + 2\mu ds + 1), \quad d = 0,7.$$

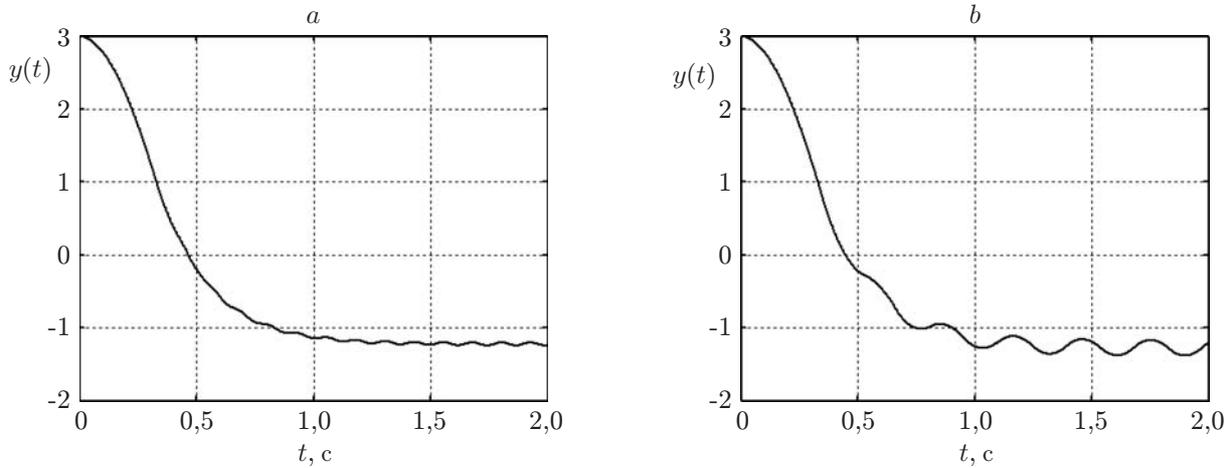


Рис. 4

В этом случае расчётные соотношения для выбора параметров автоколебаний принимают вид

$$\omega = 1/\mu, \quad A = 2u_m b \mu / \pi d.$$

Определим эти параметры для значений $\mu = 0,008$ с и $u_m = 9,95$: амплитуда $A = 0,1$ и частота $\omega = 125,6$ рад/с.

На рис. 4 представлена выходная переменная динамической части $y(t)$ для $\mu = 0,02$ с (a) и $\mu = 0,05$ с (b). Как видно, амплитуда и частота автоколебаний зависят от численных значений μ в соответствии с выражением (13).

На рис. 5 показана выходная переменная экстремальной системы $Y(t)$, а на рис. 6 — градиент при рассчитанном значении $\mu = 0,008$ с. Следует отметить, что поиск экстремума остаётся постоянным, несмотря на изменение от процесса к процессу параметров ДЧ объекта $a_2(t)$ и $b(t)$, которые варьировались от минимальных до максимальных значений. Кроме того, данный процесс не зависит от действия внешних возмущений, эффективно подавляемых во внутренней подсистеме за счёт организации скользящего режима. При этом динамика процесса поиска экстремума удовлетворяет заданным требованиям ($t_{\text{п}} \approx 0,7$ с, $\sigma = 0$).

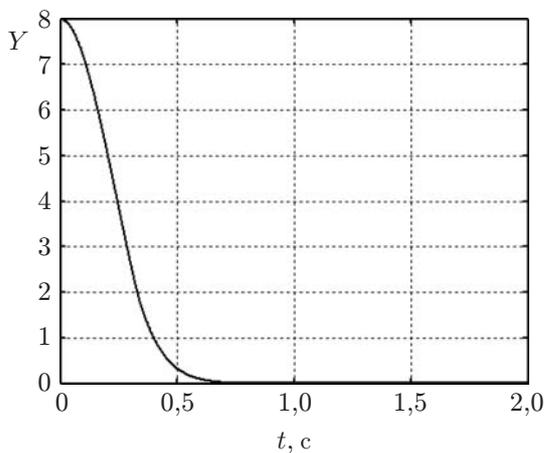


Рис. 5

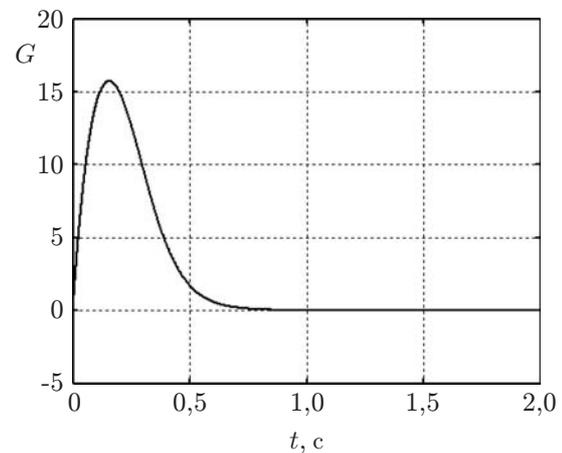


Рис. 6

Заключение. Оригинальный метод поиска экстремума, включающий в себя организацию двух замкнутых контуров управления с предварительной стабилизацией процессов динамической части, предназначен для класса нелинейных объектов с переменными параметрами и случайными внешними возмущениями. Он может быть применён в случае, когда исполнительное устройство допускает режим переключений. Благодаря организации скользящего режима удаётся обеспечить независимость процесса поиска экстремума от переменных параметров объекта, при этом во внешнем контуре системы достаточно использовать типовой интегральный регулятор. Кроме того, применение реле даёт побочный эффект в виде возникающих в системе автоколебаний, которые предлагается использовать для оценки градиента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Островский Ю. И.** Экстремальное регулирование // *АиТ*. 1957. № 18. С. 900–907.
2. **Моросанов И. С.** Метод экстремального управления // Там же. С. 1077–1092.
3. **Чинаев П. И.** Самонастраивающиеся системы. М.: Машгиз, 1963. 304 с.
4. **Leblanc M.** Sur l'électrification des chemins de fer au moyen de courants alternatifs de fréquence élevée // *Revue Générale de l'Électricité*. 1922. **12**, N 8. P. 275–277.
5. **Jacobs O. L. R., Langdon S. M.** An optimal extremal control system // *Automatica*. 1970. **6**, N 2. P. 297–301.
6. **Tunay I.** Antiskid control for aircraft via extremum-seeking // *Proc. of the American Control Conf. Arlington, USA, 2001. Vol. 2. P. 665–670.*
7. **Wang H.-H., Yeung S., Krstic M.** Experimental application of extremum seeking on an axial-flow compressor // *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* 2000. **8**, N 2. P. 300–309.
8. **Krstic M.** Performance improvement and limitations in extremum seeking control // *System and Control Lett.* 2000. **39**, N 5. P. 313–326.
9. **Krstic M., Wang H. H.** Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems // *Automatica*. 2000. **36**, N 4. P. 595–601.
10. **Banavar R. N., Chichka D. F., Speyer J. L.** Convergence and synthesis issues in extremum seeking control // *Proc. of the American Control Conf. Chicago, USA, 2000. P. 438–443.*
11. **Frantsuzova G. A.** Design of two-loops extremum seeking system by means of localization method // *Proc. of the IASTED Intern. Conf. on Automation, Control, and Information Technology (ACIT'2005). Anaheim — Calgary — Zurich: ACTA Press, 2005. P. 415–419.*
12. **Drakunov S., Ozguner U., Dix P., Ashrafi B.** ABS control using optimum search via sliding modes // *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* 1995. **3**, N 1. P. 79–85.
13. **Haskara I., Ozguner U., Winkelman J.** Extremum control for optimal operating point determination and set point optimization via sliding modes // *Journ. Dyn. Syst., Meas., and Control*. 2000. **122**, N 4. P. 719–724.
14. **Уткин В. И.** Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1981. 368 с.
15. **Utkin V. I., Vostrikov A. S.** Control systems with decoupling motions // *Preprints 7th IFAC World Congress. Finland, 1978. Vol. 2. P. 967–973.*
16. **Saksena V. R., O'Reilly J., Kokotovi P. V.** Singular perturbation and time-scale methods in control theory: Survey 1976–1983 // *Automatica*. 1984. **20**, N 3. P. 273–293.