

УДК 53.082.5 : 535.4 : 532.522

**ПОЛИХРОМАТИЧЕСКАЯ ГИЛЬБЕРТ-ДИАГНОСТИКА
ЭВОЛЮЦИИ ВИХРЕВЫХ КОЛЕЦ,
ИНДУЦИРОВАННЫХ СКАЧКОМ ДАВЛЕНИЯ НА ОТВЕРСТИИ***

Ю. Н. Дубнищев^{1,2}, Н. А. Дворников², В. Г. Нечаев¹,
О. Н. Новоселова^{1,2}

¹ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Новосибирский государственный технический университет»,
630092, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20

² Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе
Сибирского отделения Российской академии наук,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 1
E-mail: dubnistchev@itp.nsc.ru

Методами гильберт-оптики выполнены экспериментальные исследования эволюции вихревых структур, индуцированных скачком давления на выходном отверстии камеры. Рассмотрены различные типы оптических фильтров, реализующих преобразования Гильберта и Фуко — Гильберта. Цветная визуализация полей фазовой оптической плотности вихревых структур в воздушной среде осуществлялась с использованием линейного источника белого света и квадрантного гильберт-фильтра.

Ключевые слова: оптическая диагностика потоков, гильберт-оптика, цветная гильберт-визуализация, вихревые кольца.

Введение. Методы диагностики, основанные на гильберт-фильтрации световых полей, нашли широкое применение в экспериментальной гидро- и газодинамике [1–3] в задачах, связанных с необходимостью визуализации структуры фазовой оптической плотности исследуемой среды. Гильберт-преобразование оптического сигнала реализуется обычно фазовыми фильтрами различной конфигурации [2–4]. Интенсивно развиваются в настоящее время методы изотропного преобразования Гильберта в оптике. Полихроматическая гильберт-визуализация полей фазовой оптической плотности обеспечивает качественно новые возможности за счёт цветового контраста. В данной работе обсуждаются особенности применения методов гильберт-оптики в некоторых задачах экспериментальной гидро- и газодинамики. В качестве примера исследуется турбулентное течение газа, известное как вихревое кольцо.

Преобразования Гильберта и Фуко — Гильберта в оптике. Как известно, одномерное преобразование Гильберта в координатном пространстве описывается свёрткой сигнала $s(x)$ с функцией $\frac{1}{\pi x}$. В частотном пространстве оно соответствует произведению

*Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 10-08-00813) и Междисциплинарного проекта «Проблемы гидродинамики, гидрофизики и экологии крупных водоёмов Сибири» (№ 132-2012).

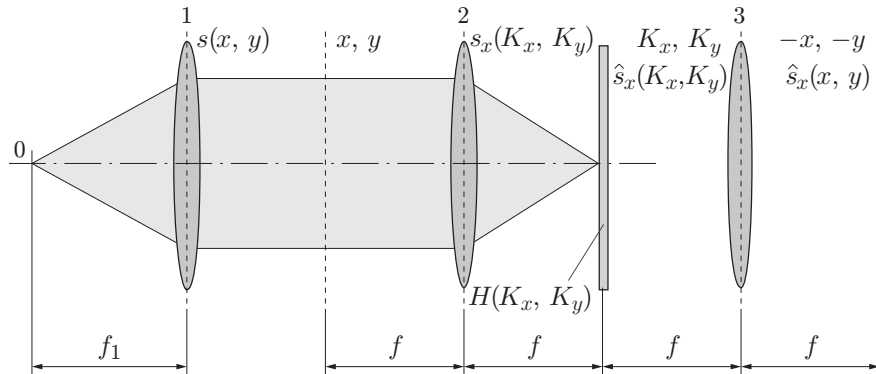


Рис. 1. Схема визуализатора полей оптической плотности

фурье-спектра сигнала и функции $H(K_x) = -i \operatorname{sgn} K_x$:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\xi)}{x - \xi} d\xi \longleftrightarrow s(K_x) (-i \operatorname{sgn} K_x).$$

Здесь K_x — x -компонента пространственной частоты; $\operatorname{sgn} K_x$ — знаковая функция; $\frac{1}{\pi x} \leftrightarrow -i \operatorname{sgn} K_x$. Функция $H(K_x)$ является когерентно-передаточной функцией (КПФ) соответствующего фильтра.

Упрощённая конфокальная схема, выполняющая гильберт-фильтрацию оптических сигналов в системах диагностики газовых или конденсированных сред, показана на рис. 1. Источник 0 и объектив 1 формируют зондирующее поле, распространяющееся через исследуемую среду. Возмущённое оптическими неоднородностями световое поле $s(x, y)$ объективом 2 трансформируется в пространственно-частотный спектр $s(K_x, K_y)$, локализованный в фурье-плоскости (K_x, K_y) , являющейся плоскостью изображения освещающего источника 0. Здесь $K_x = \frac{k}{f} x_f$, $K_y = \frac{k}{f} y_f$, x_f и y_f — координаты частотной плоскости; f_1 — фокусное расстояние; $\hat{s}_x(x, y)$, $\hat{s}_x(K_x, K_y)$ — гильберт-сопряжённый сигнал и его фурье-спектр; k — волновое число. В частотной плоскости помещается фильтр с соответствующей КПФ $H(K_x, K_y)$. Непосредственно за фильтром формируется фурье-спектр фильтрованного сигнала $s(K_x, K_y)H(K_x, K_y)$. Объектив 3 выполняет обратное фурье-преобразование и восстанавливает фильтрованный оптический сигнал.

Преобразование Гильберта в оптике имеет характер квазидифференцирования пространственного сигнала. Однако в отличие от операции дифференцирования преобразование Гильберта имеет нелокальный характер с сохранением энергии, которая в гильберт-сопряжённом сигнале перераспределяется из низкочастотной области в высокочастотную. Это является важным преимуществом гильберт-фильтрации перед пространственным дифференцированием.

При гильберт-преобразовании осуществляется визуализация полей фазовой оптической плотности исследуемой среды. Пусть когерентно-передаточная функция фильтра описывается выражением

$$H(K_x, K_y) = e^{i\varphi} \sigma(K_x) + e^{-i\varphi} \sigma(-K_x), \quad (1)$$

где $\sigma(K_x)$ и $\sigma(-K_x)$ — функции Хевисайда:

$$\sigma(K_x) = \frac{1}{2}(1 + \operatorname{sgn} K_x), \quad \sigma(-K_x) = \frac{1}{2}(1 - \operatorname{sgn} K_x);$$

K_x и K_y — пространственные частоты в фурье-плоскости объектива 2 (см. рис. 1). Тогда

$$H(K_x, K_y) = \cos \varphi + i \sin \varphi \cdot \operatorname{sgn} K_x. \quad (2)$$

Из (2) следует, что такой фильтр выполняет одномерное преобразование Фуко — Гильберта с весовыми коэффициентами $\cos \varphi$ и $-\sin \varphi$. В частных случаях, например при $\varphi = \pi/4$, результатом оптического преобразования Фуко — Гильберта является аналитический сигнал [4]. Фазовый угол φ параметрически зависит от длины волны светового поля, падающего на фильтр: $\varphi = \varphi(\lambda)$. Если положить $\varphi = m(\pi/2) + \psi$, где $\psi < \pi/2$ и $m = 0, 1, 2, \dots$, то в зависимости от чётности m реализуются различные виды фильтрации:

$$H(K_x, K_y) = (-1)^\xi [\cos \psi + i \sin \psi \cdot \operatorname{sgn} K_x] \quad (3)$$

при $m = 2\xi$,

$$H(K_x, K_y) = (-1)^\xi [-\sin \psi + i \cos \psi \cdot \operatorname{sgn} K_x] \quad (4)$$

при $m = 2\xi + 1$.

Как видно из (3) и (4), выполняется фильтрация Фуко — Гильберта с соответствующими весовыми коэффициентами $\cos \psi$ и $\sin \psi$. Если $\psi = 0$, то при чётном m фильтруемый сигнал с точностью до знака не изменяется, а при m нечётном выполняется преобразование Гильберта с точностью до коэффициента $(-1)^{\xi+1}$.

Обратимся к квадрантному фазовому фильтру. В общем случае его когерентно-передаточная функция описывается выражением

$$\begin{aligned} H(K_x, K_y) &= [e^{i\varphi} \sigma(K_x) + e^{-i\varphi} \sigma(-K_x)] \sigma(K_y) + \\ &+ [e^{-i\varphi} \sigma(K_x) + e^{i\varphi} \sigma(-K_x)] \sigma(-K_y) = \\ &= \cos \varphi + i \sin \varphi \cdot \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y. \end{aligned} \quad (5)$$

В случае точечного или крестообразного источника фильтр с КПФ (5) обеспечивает двумерную фильтрацию Фуко — Гильберта с весовыми коэффициентами $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$ для исходного сигнала и его двумерного гильберт-образа. Весовые коэффициенты зависят от длины волны источника освещения. Эта зависимость влияет на окрашивание и цветовой контраст изображения фильтрованного сигнала.

Для оптических сигналов на длинах волн, удовлетворяющих условию $\cos \varphi = 0$, $\sin \varphi = \pm 1$, реализуется с точностью до знака двумерное преобразование Гильберта:

$$H(K_x, K_y) = \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y. \quad (6)$$

Использование линейного светового источника, ориентированного по одной из пространственно-частотных осей, в сочетании с фильтром (6) обеспечивает одномерное гильберт-преобразование, а с фильтром (5) — одномерное преобразование Фуко — Гильберта. Преобразования, выполняемые с помощью фильтров с КПФ вида (3)–(6), не являются изотропными.

Изотропные преобразования Гильберта могут быть получены, например, с применением фильтра, когерентная передаточная функция которого в полярной системе координат имеет вид [4, 5]

$$H(w\varphi) = e^{\pm i\theta}, \quad (7)$$

где w — полярный радиус, θ — полярный угол.

Как показано в [2, 4], изотропное гильберт-преобразование произвольных оптических сигналов сводится к преобразованию осесимметричных компонент разложения этого сигнала в ряд по полярным гармоникам, а восстановление фильтрованного сигнала в координатном пространстве — к обобщённому преобразованию Ганкеля соответствующих порядков. При этом для изотропного преобразования Гильберта используются фазовые и амплитудные фильтры с полярной несущей на различных угловых частотах. Изотропные преобразования Гильберта и Фуко — Гильберта реализуются в схемах с кольцевым источником [2, 4, 6]. КПФ гильберт-фильтра в этом случае имеет вид

$$H_G(w) = \operatorname{sgn}(w - a),$$

где a — радиус изображения кольцевого источника в фурье-плоскости.

Когерентно-передаточная функция фильтра Фуко — Гильберта в схеме с кольцевым источником описывается выражением

$$H_{FG} = \frac{1}{2}[1 + \operatorname{sgn}(w - a)].$$

Здесь изотропная фильтрация Фуко — Гильберта может осуществляться с применением фильтра на основе дифракционной решётки со сбоем [4], КПФ которого

$$H_{FG} = \frac{1}{2}[1 + \operatorname{sgn}(w - a) \cdot \cos(K_0 w)],$$

где K_0 — радиальная пространственная частота дифракционной решётки. Так, для когерентно-передаточной функции изотропного гильберт-фильтра имеем

$$H_G(w) = \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(w - a) \cdot \cos(K_0 w).$$

Применение методов изотропной фильтрации Гильберта и Фуко — Гильберта — перспективное направление развития систем оптической диагностики в экспериментальной гидро- и газодинамике.

При использовании источника белого света или полихроматического источника на различных длинах волн реализуется преобразование Гильберта или преобразование Фуко — Гильберта с различными весовыми коэффициентами. При этом повышается чувствительность за счёт цветового контраста и появляется возможность определения градиентов фазовой оптической плотности исследуемой среды в широком динамическом диапазоне. Рассмотрим некоторые примеры практической реализации гильберт-диагностики.

Гильберт-визуализация вихревых колец. Исследовалась эволюция вихревых колец, индуцированных скачком давления на отверстия в стенке газовой камеры, конструкция которой описана в [7]. Скачок давления создаётся с помощью электродинамического генератора, управляемого ЭВМ. Размеры камеры $0,19 \times 0,19 \times 0,38$ м. В передней стенке камеры имеется отверстие диаметром 20 мм, толщина стенки 3 мм. Задняя стенка камеры образована диффузором электродинамического громкоговорителя. В боковые стенки вставлены высококачественные оптические окна для наблюдения вихревых структур

внутри камеры. Электродинамический генератор управлялся электрическими импульсами с заданными формой, полярностью, амплитудой и скважностью.

Вихревые кольца являются объектом исследований уже свыше 150 лет, начиная с работ Гельмгольца. История этих исследований и основные научные результаты приведены в [8, 9]. Устойчивое внимание к изучению кольцевых вихрей отражает важность исследований в области вихревой динамики и их приложений. Самый эффективный генератор окрашенных вихревых колец, которым с успехом пользовались в демонстрационных опытах и Р. Вуд, и М. А. Лаврентьев, представляет собой заполненную дымом камеру с отверстием, одна из стенок которой подвергается импульсной нагрузке. Вихри, возникающие снаружи камеры, хорошо изучены и описаны. Однако экспериментальные исследования динамических процессов, происходящих внутри камеры генератора вихревых колец, практически отсутствуют. Исключением является работа [7], в которой впервые наблюдалось и численно моделировалось возникновение вихревых колец, индуцированных скачком давления на отверстии и движущихся внутри камеры в направлении, противоположном движению внешних вихревых колец. Трудность экспериментального обнаружения вихревых колец внутри камеры связана с тем, что задымление камуфлирует существование вихревых структур, а слабые возмущения оптической плотности требуют применения для визуализации высокочувствительных оптических методов. Поэтому для обнаружения внутренних вихревых структур были использованы методы гильберт-оптики. Визуализация вихревых структур осуществлялась методами гильберт-фильтрации фазовых искажений светового поля, вызванных возмущениями оптической плотности воздушной среды при возникновении и эволюции вихревых колец внутри и вне камеры генератора. Система оптической диагностики выполнена на основе серийного теневого прибора ИАБ-463М (рис. 2), в котором узел оптической фильтрации модифицирован для обеспечения высокочувствительной цветной гильберт-визуализации полей оптической плотности исследуемой среды. Регистрация фильтрованного изображения производилась цветной CCD-фотокамерой. Использовались квадрантный фильтр Гильберта на длине волны $\lambda = 0,63$ мкм и щелевой источник белого света.

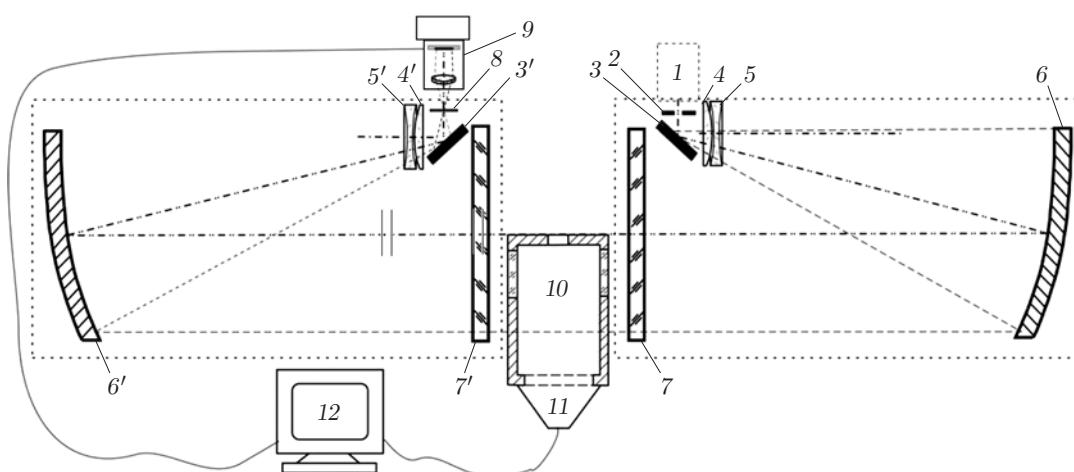


Рис. 2. Схема экспериментальной установки на основе теневого устройства ИАБ-463М: 1 — осветительный узел; 2 — регулируемая щелевая диафрагма; 3, 3' — диагональные зеркала; 4, 5 и 4', 5' — элементы афокальных компенсаторов; 6, 6' — коллиматорные зеркала; 7, 7' — защитные плоскопараллельные стёкла коллиматоров; 8 — квадрантный фазовый фильтр Гильберта; 9 — цифровой фотоаппарат; 10 — генератор вихревых колец; 11 — электродинамический генератор; 12 — компьютер

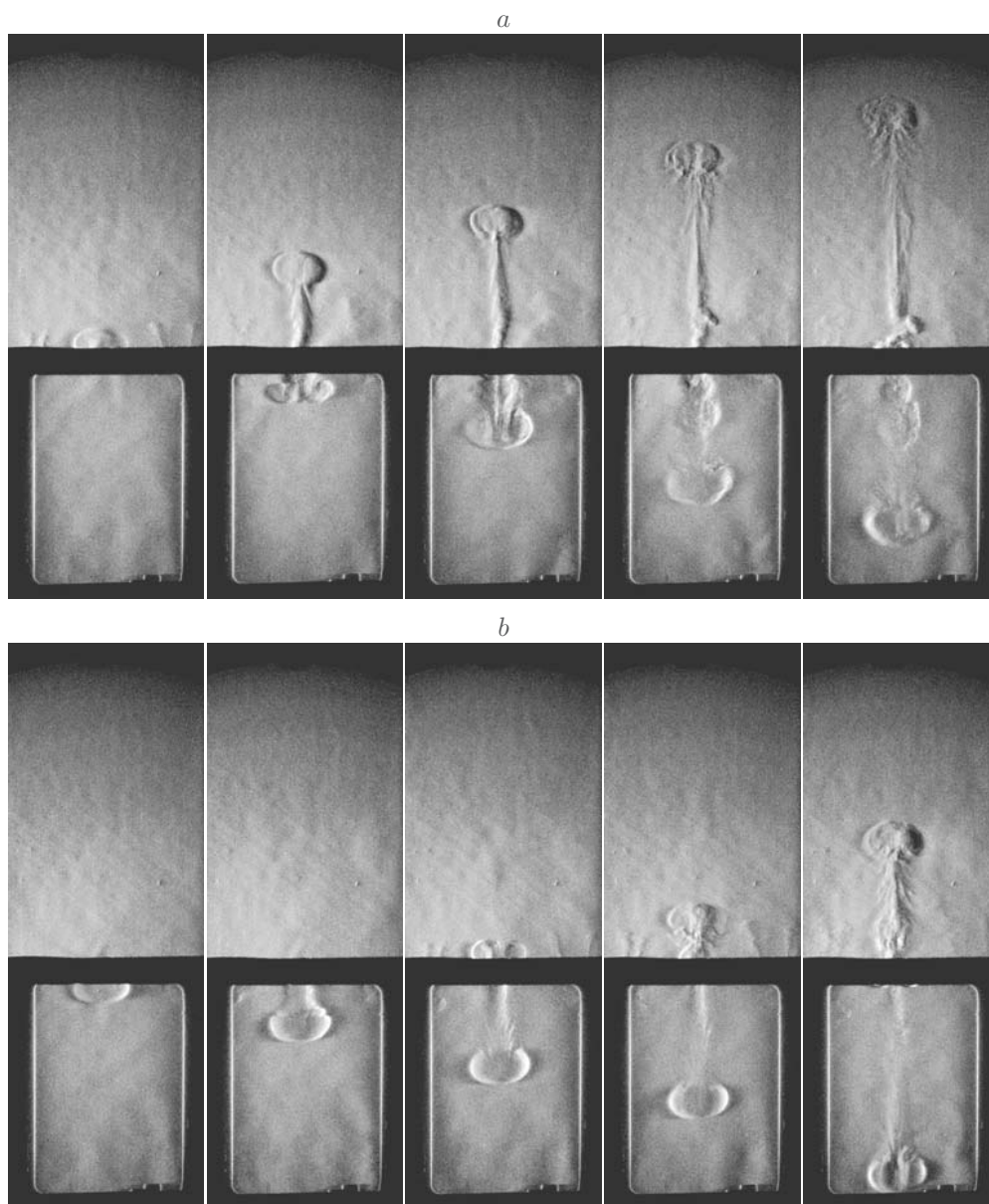


Рис. 3. Эволюция вихревых колец, индуцированных скачком давления в газовой камере: *a* — пары вихревых колец, возникающих при положительном скачке давления, *b* — при отрицательном скачке давления

Примеры эволюции вихревых колец, индуцированных скачками давления на отверстии камеры, приведены на рис. 3.

Импульсы давления, зарегистрированные на отверстии, показаны на рис. 4.

Рис. 5 иллюстрирует эволюцию вихревых колец, индуцированных скачком давления, вид которого представлен на рис. 6.

Численное моделирование динамических вихревых структур при внезапной разгерметизации отверстия ($\varnothing 20$ мм) с повышенным давлением газа выполнялось на основе нестационарных уравнений Навье — Стокса для ламинарного осесимметричного сечения.

Давление во внешней среде $P = 101325$ Па, температура воздуха 300 К, начальный перепад давления ΔP принимал значение 620 Па. На рис. 7 приведены расчётные линии тока.

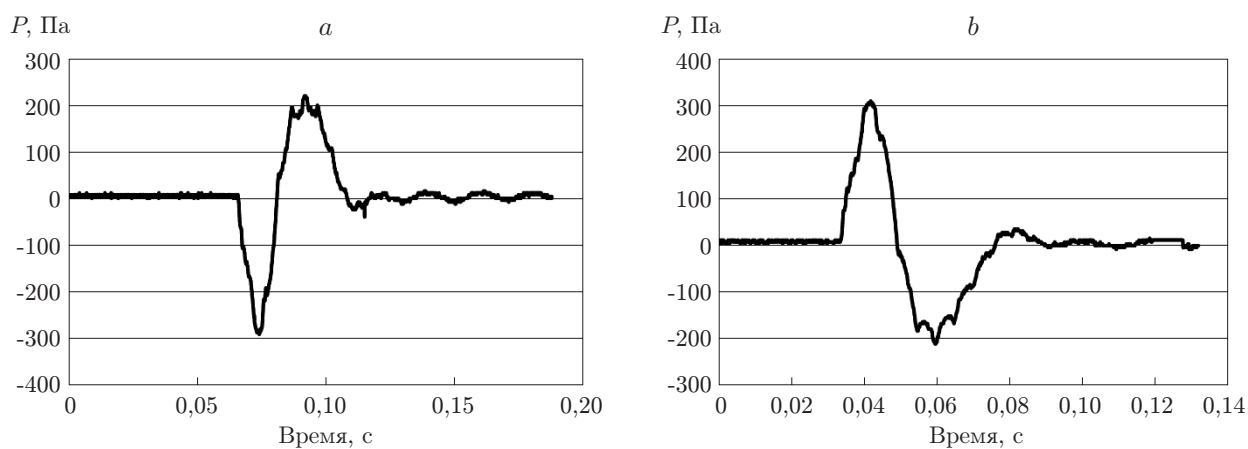


Рис. 4. Эволюция давления на выходном отверстии: *a* — отрицательный скачок давления, *b* — положительный скачок давления

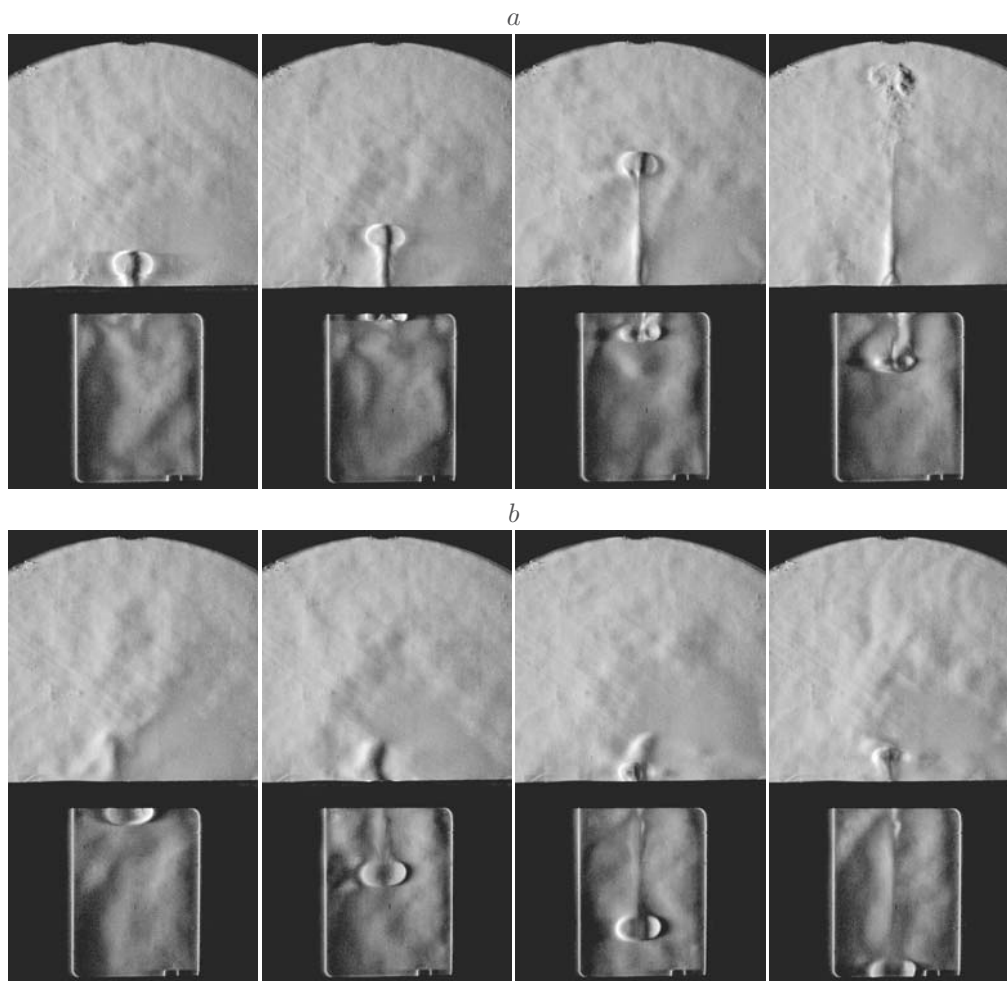


Рис. 5. Эволюция вихревых структур на выходном отверстии: *a* — при положительном скачке давления (620 Па); *b* — при отрицательном скачке давления (62 Па)

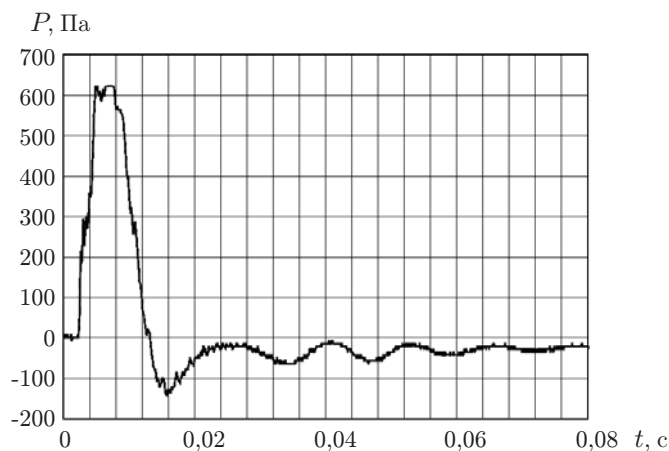


Рис. 6. Динамика изменения давления на отверстии газовой камеры

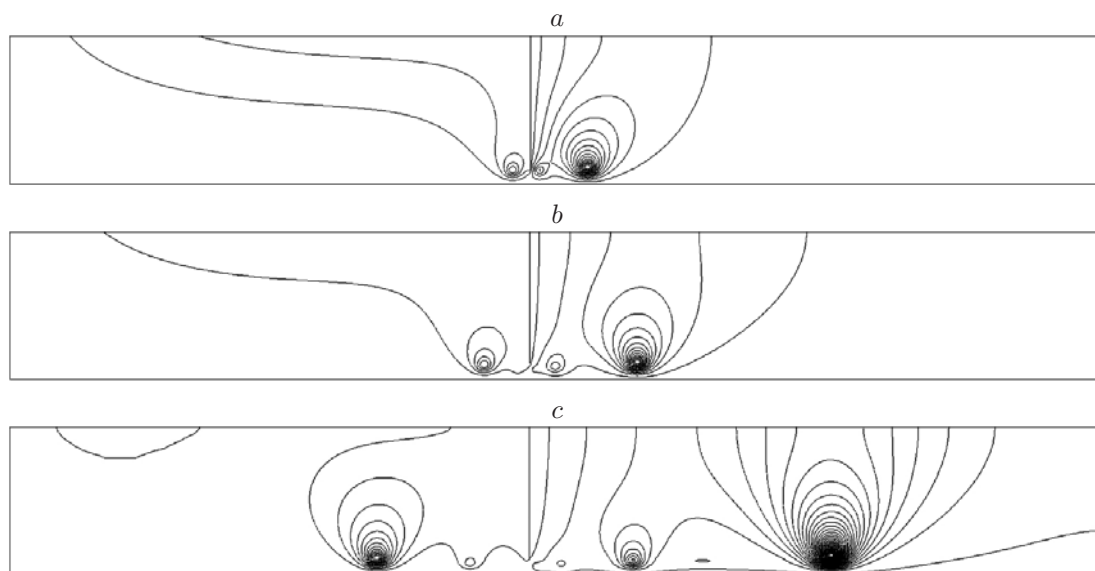


Рис. 7. Эволюция линий тока течения, индуцированного скачком давления (620 Па) на отверстии (справа прямой вихрь, слева обратный): $t = 0,022$ с (a); $0,04$ с (b); $0,12$ с (c)

Результаты численного моделирования и эксперимента имеют хорошее качественное совпадение. Процесс формирования вихревых колец внутри и снаружи камеры зависит от крутизны фронта давления. При низкой крутизне превалирует струйный механизм рождения вихрей, при высокой крутизне на индуцирование вихревых колец влияют дифракционные явления.

Заключение. Методами полихроматической гильберт-оптики в данной работе впервые исследована эволюция вихревых колец, индуцированных скачком давления на отверстии и движущихся в противоположных направлениях. Математическое моделирование исследуемого явления качественно согласуется с экспериментом. Эти результаты иллюстрируют возможности гильберт-оптики в диагностике потоков и имеют фундаментальное значение, поскольку позволяют уточнить механизм формирования и эволюции комплементарных вихревых структур в газовых камерах.

Авторы выражают благодарность В. А. Арбузову за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубнищев Ю. Н., Арбузов В. А., Белоусов П. П., Белоусов П. Я. Оптические методы исследования потоков. Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2003. 418 с.
2. Арбузов В. А., Дубнищев Ю. Н. Методы гильберт-оптики в измерительных технологиях. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. 316 с.
3. Сороко Л. М. Гильберт-оптика. М.: Наука, 1981. 160 с.
4. Дубнищев Ю. Н. Теория и преобразование сигналов в оптических системах. С.-Пб.: Изд-во «Лань», 2011. 368 с.
5. Eu J. K. T., Lobmann A. W. Isotropic Hilbert spatial filtering // Opt. Commun. 1973. **9**, N 3. P. 257–262.
6. Arbuzov V. A., Fedorov V. A. Optical realization of Foucault—Hilbert transform // Optical Information Processing Plenum /Eds. Yu. Nesterikhin, G. W. Stroke, W. E. Kock. N. Y.: Plenum Press, 1976. P. 1–10.
7. Arbuzov V. A., Dvornikov N. A., Dubnishchev Yu. N. Detecting opposite vortex rings formed during pressure front diffraction on a hole // Techn. Phys. Lett. 2008. **34**, N 5. P. 394–396.
8. Ахметов Д. Г. Вихревые кольца. Новосибирск: Изд-во «Гео», 2007. 151 с.
9. Копьев В. Ф., Чернышев А. С. Колебания вихревого кольца, возникновение в нем турбулентности и генерация звука // УФН. 2000. **170**, № 7. С. 713–742.

Поступила в редакцию 17 апреля 2012 г.
