

УДК 535.31 : 681.7.001

ВОЛНОВЫЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РЕФРАКТОГРАММ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ГРАДИЕНТОВ ФАЗОВЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ*

И. Л. Расковская

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский университет "МЭИ"»,
111250, Москва, ул. Красноказарменная, 14
E-mail: RaskovskaaIL@mail.ru*

Разработана методика моделирования рефракционных картин структурированного лазерного излучения, распространяющегося в оптически неоднородных средах. Используются волновые модели структурированных пучков, позволяющие одновременно учитывать рефракционные и дифракционные эффекты. Представлены результаты моделирования рефракции в градиентных неоднородностях, полученные на основе метода Кирхгофа и спектрального метода.

Ключевые слова: рефракция, лазерный пучок, дифракция, волновые методы.

Введение. Оптическая информационная технология лазерная рефрактография позволяет осуществлять визуализацию и количественную диагностику оптически неоднородных сред [1]. Математическое моделирование рефракционных картин (рефрактограмм), получаемых при зондировании исследуемой среды структурированными лазерными пучками [2], является основополагающим этапом при проведении количественной диагностики.

Геометрооптические модели рефрактограмм использовались для решения обратных задач восстановления показателя преломления, температуры и солёности в различных средах [3–6]. Однако при наличии сложной лучевой картины, формировании каустик и необходимости учёта дифракционных эффектов геометрооптический подход оказывается несостоятельным и требуется применение волновых методов [7, 8].

Моделирование распространения структурированных лазерных пучков (СЛП) в соответствии с рис. 1 следует проводить на трёх участках: в свободном пространстве от источника излучения до неоднородности, внутри неоднородности и в свободном пространстве от неоднородности до плоскости экрана, на котором наблюдается экспериментальное рефракционное изображение. Предположим, что поле на входе в неоднородность полностью определяется известными характеристиками пучка от источника структурированного излучения [2]. Задача данной работы сводится к рассмотрению распространения пучка непосредственно в неоднородной среде и от выхода из неоднородной среды до плоскости наблюдения.

Распространение пучка в неоднородной среде описывается уравнением Гельмгольца, которое при ряде допущений может быть сведено к параболическому [7] и решено численными методами. Альтернативой такому подходу является спектральный метод, идея

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 10-08-0936а) и Министерства образования и науки Российской Федерации (ГК № 14.740.11.0594).

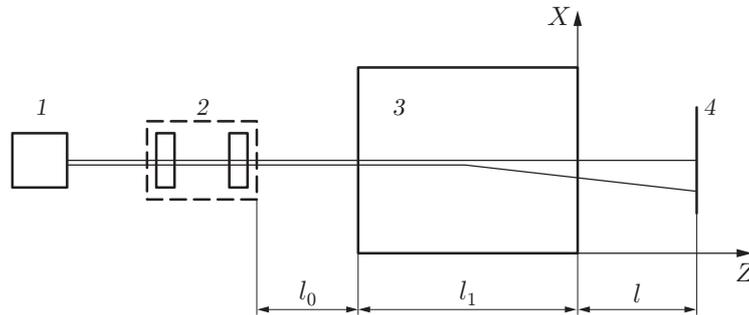


Рис. 1. Распространение зондирующего структурированного пучка от источника до плоскости наблюдения: 1 — лазер, 2 — оптическая система формирования СЛП, 3 — неоднородная среда, 4 — экран в плоскости наблюдения

которого предложена в [8] для описания распространения лазерного пучка в среде с акустическим полем. В данной работе указанный метод используется для определения поля пучка в температурном пограничном слое. Преимуществом его является возможность получения приближённого решения в аналитической форме, что позволяет решать обратную задачу без применения трудоёмких вычислительных методов.

Цель предлагаемой работы — создание методики моделирования рефрактограмм СЛП на основе волновых методов, что обеспечит компьютерную визуализацию модельных изображений, практически идентичных экспериментальным, и позволит с большей точностью, чем при использовании геометрического приближения, проводить диагностику параметров исследуемой неоднородной среды.

Спектральный метод. Лазерные пучки любого типа могут быть представлены в виде пространственного (углового) спектра, определяемого заданным видом дифракционного оптического элемента [2]. Распространение пространственных гармоник в неоднородной среде рассматривается независимо, и в соответствии с принципом суперпозиции их поля интегрируются на выходе из среды [8]. Далее описана математическая модель распространения лазерного пучка в неоднородной среде, демонстрирующая этот подход.

Пусть $E(x, y, 0)$ — комплексная амплитуда поля пучка при $z = 0$ на входе в среду, показатель преломления которой при $z \geq 0$ представим выражением

$$n(x, y, z) = n_0 + \Delta n(x, y, z), \quad (1)$$

причём выполняется соотношение $\delta n = \frac{\Delta n}{n_0} \ll 1$, где n_0 — показатель преломления невозмущённой среды, а Δn — максимальное отклонение от значения n_0 . Требуется определить комплексную амплитуду $E(x, y, z)$ в среде в точке наблюдения.

Для решения поставленной задачи поле пучка представляется в виде пространственного спектра, а описание распространения каждой спектральной составляющей в неоднородной среде проводится в рамках приближения геометрической оптики с применением метода возмущений эйконала и амплитуды [9]. Оптическое поле в точке наблюдения является суперпозицией парциальных волн, интерференция которых с учётом возмущений приводит к искажениям амплитуды и фазы пучка. Использование понятия геометрических лучей для парциальных волн накладывает следующее ограничение на дистанцию z при заданном значении длины волны λ и характерном размере неоднородности a :

$$\lambda z / a^2 \ll 1. \quad (2)$$

Комплексную амплитуду оптического поля пучка, распространяющегося под углом α к оси z , на входе в среду запишем в виде

$$E(x, y, 0) = \exp\{ikx \sin \alpha\} A(x, y, 0), \quad (3)$$

где $A(x, y, 0)$ — амплитуда при $z = 0$. Разложим $A(x, y, 0)$ в спектр по плоским волнам с параметрами k_x и k_y :

$$E(x, y, 0) = \exp\{ikx \sin \alpha\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y) \exp\{i(k_x x + k_y y)\} dk_x dk_y, \quad (4)$$

где $F(k_x, k_y)$ — комплексные амплитуды спектральных составляющих:

$$F(k_x, k_y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y, 0) \exp\{-i(k_x x + k_y y)\} dx dy, \quad (5)$$

а направление распространения соответствующих плоских волн характеризуется вектором с компонентами $(k_x + k \sin \alpha, k_y, \sqrt{k^2 - (k_x + k \sin \alpha)^2 - k_y^2})$. Фаза каждой спектральной составляющей в точке наблюдения [8] может быть представлена выражением

$$\varphi(x, y, z, k_x, k_y) = (k_x + k \sin \alpha)x + k_y y + z \sqrt{k^2 - (k_x + k \sin \alpha)^2 - k_y^2} + \Delta\varphi \quad (6)$$

и находится интегрированием значений показателя преломления (1) вдоль геометрооптического луча. Первые три слагаемых в (6) соответствуют фазе парциальной волны в невозмущённой среде, а последнее определяет возмущение фазы $\Delta\varphi$ из-за присутствия оптической неоднородности:

$$\Delta\varphi(x, y, z, k_x, k_y) = \delta n f(x, y, z, k_x, k_y). \quad (7)$$

Функция $f(x, y, z, k_x, k_y)$, обозначаемая далее для краткости f , задаётся структурой конкретной неоднородности. Поле в точке наблюдения $E(x, y, z)$ представляет собой суперпозицию парциальных волн с учётом условий их распространения:

$$E(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(k_x, k_y)}{\sqrt{\gamma(k_x, k_y, x, y, z)}} \exp\left\{i\left[(k_x + k \sin \alpha)x + k_y y + z \sqrt{k^2 - (k_x + k \sin \alpha)^2 - k_y^2} + \Delta\varphi\right]\right\} dk_x dk_y, \quad (8)$$

где $\gamma(k_x, k_y, x, y, z)$ учитывает расходимость лучей в неоднородной среде и находится на основании уравнений переноса [9] для каждой спектральной составляющей.

Для пучков с узким пространственным спектром ($\lambda/w \ll 1$), где w — характерный радиус пучка, возможны дальнейшие упрощения. Представление для комплексной амплитуды лазерного пучка в точке наблюдения может быть записано с точностью до квадратичных членов разложения функций от k_x в показателе экспоненты (8). Кроме того, если в выражении для невозмущённого поля пучка

$$E^0(x, y, z) = \exp\{i[kz \cos \alpha + kx \sin \alpha]\} A^0(x, y, z) \quad (9)$$

и для $A^0(x, y, z)$ допустимо разделение переменных:

$$A^0(x, y, z) = A_x^0(x, z)A_y^0(y, z), \quad (10)$$

то поле в точке наблюдения в возмущённой среде определяется выражением

$$E(x, y, z) = \frac{\exp\{i[kz \cos \alpha + kx \sin \alpha + \Delta\varphi_0(x, y, z)]\}}{\sqrt{\gamma(x, y, z)}} \times \\ \times A_x^0(x + \Delta x(x, y, z), z + \Delta z(x, y, z))A_y^0(y, z), \quad (11)$$

где

$$\Delta x(x, y, z) = \delta n f'; \quad \Delta z(x, y, z) = -\delta n k f''. \quad (12)$$

Выражения (11), (12) позволяют находить в точке наблюдения комплексную амплитуду лазерного пучка, распространяющегося в слабонеоднородной среде, если известна его комплексная амплитуда в однородной среде. Комплексная амплитуда пучка в среде, возмущённой, например, температурным полем, представляется через комплексную амплитуду пучка в невозмущённой среде в той же точке наблюдения посредством формальной замены в функции A_x^0 координат $x \rightarrow x + \Delta x$ и $z \rightarrow z + \Delta z$, где функция $\Delta x = \Delta x(x, y, z)$ описывает искажения комплексной амплитуды пучка, связанные с рефракционным смещением лучей по оси OX в пределах сечения пучка, а $\Delta z = \Delta z(x, y, z)$ задаёт изменение условий фокусировки и дифракционного расширения пучка в неоднородной среде.

Волновое описание поля пучка позволяет учесть дифракционные эффекты, имеющие место при использовании методов лазерной рефрактографии для исследования оптически неоднородных сред.

Рис. 2, *a—c* иллюстрирует результаты моделирования поля астигматического гауссова пучка при $\alpha = 0$ в зависимости от дистанции, пройденной им в сферическом слое на

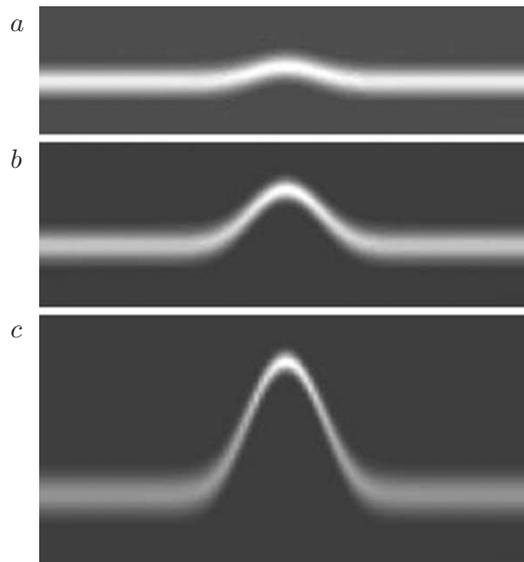


Рис. 2. Расчётные рефрактограммы астигматического пучка внутри сферического слоя с положительным градиентом при изменении дистанции z : $z = 4$ мм (*a*), 8 мм (*b*), 12 мм (*c*)

расстоянии 0,3 мм от нагретого шара радиусом 40 мм. Неоднородность среды моделируется соотношением

$$n(x, t) = n_0(1 + \delta n e^{-r/a}), \quad (13)$$

где r — радиальная координата, a — характерная толщина слоя.

Метод Кирхгофа. Моделирование распространения структурированного пучка в свободном пространстве может проводиться на основе спектрального метода или с использованием формулы Грина и приближённых граничных условий Кирхгофа. Поле $U(x, y, z)$ в точке наблюдения свободного пространства (после выхода пучка из неоднородной среды) определяется как

$$U(x, y, z) = -\frac{1}{2\pi} \iint U_0(\xi, \eta) \frac{d}{dz} \frac{e^{ik_0 R}}{R} d\xi d\eta, \quad (14)$$

где $R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - l)^2}$ — расстояние между точкой наблюдения в свободном пространстве и точками на плоскости при $z = l$ (выход из среды); U_0 — поле пучка непосредственно на выходе из неоднородной среды ($z = l$).

С учётом соотношения

$$\frac{d}{dz} \frac{e^{ik_0 R}}{R} = \frac{e^{ik_0 R}}{R} \left(ik_0 - \frac{1}{R} \right) \frac{dR}{dz} \quad (15)$$

и при выполнении неравенства $R \gg \lambda$ (волновая зона), справедливого в условиях оптического эксперимента, получим

$$U(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda} \iint U_0(\xi, \eta) \frac{ze^{ik_0 R}}{R^2} d\xi d\eta. \quad (16)$$

Значение $U_0(\xi, \eta)$ на выходе из неоднородности можно найти, воспользовавшись соотношением (11), или в приближении фазового экрана при условии, что известна пространственная зависимость показателя преломления $n(x, y)$ и длина неоднородности равна l . Пусть $A(x, y)$ — амплитуда поля пучка на входе в неоднородность, тогда

$$U_0(x, y) = A(x, y) e^{ikln(x, y)}. \quad (17)$$

Окончательно поле в плоскости наблюдения z_e будет иметь вид

$$U(x, y, z_e) = \frac{1}{i\lambda} \iint A(\xi, \eta) e^{ik_0 ln(\xi, \eta)} \frac{ze^{ik_0 R}}{R^2} d\xi d\eta. \quad (18)$$

На рис. 3, a — c показаны расчётные рефрактограммы горизонтальной лазерной плоскости — астигматического пучка — на выходе из цилиндрической неоднородности (в приближении фазового экрана) и в плоскости наблюдения. При расчёте использованы следующие исходные данные: длина волны $\lambda = 0,6328 \cdot 10^{-3}$ мм, радиусы пучка $w_1 = 30$ мм и $w_2 = 0,5$ мм, а также параметры цилиндрической неоднородности: длина $l = 5$ мм, характерный размер по радиусу $a = 5$ мм, относительное изменение показателя преломления $\delta n = 0,002$.

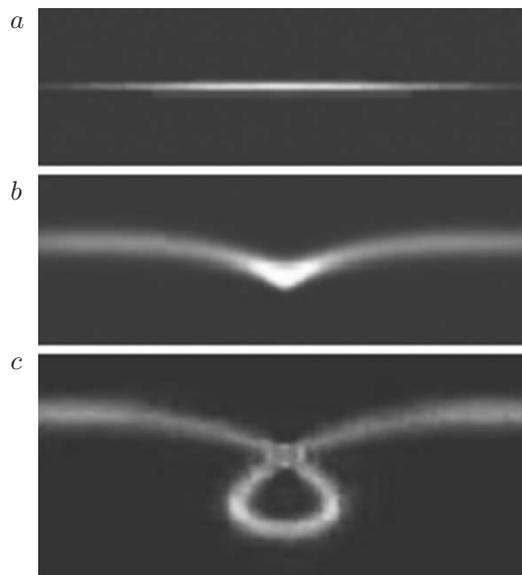


Рис. 3. Расчётные рефрактограммы астигматического пучка после прохождения им цилиндрической неоднородности с отрицательным градиентом при изменении расстояния до экрана: $z_e = 0$ (a), 1000 мм (b), 5000 мм (c)

Заключение. Расчёт рефрактограмм на основе квазиоптического приближения пространства СЛП позволяет одновременно учитывать дифракционные и рефракционные эффекты при обработке изображений, что даёт возможность снизить погрешность измерений смещения структурных элементов зондирующего излучения. Кроме того, с помощью волнового описания можно установить границы применимости приближения геометрической оптики, т. е. определить условия диагностики сред, при которых можно пренебречь дифракцией структурированных пучков. В частности, как следует из приведённых выше расчётов, в лабораторном эксперименте [10] пренебрежение дифракционными эффектами приводит к погрешности измерения смещения пучка, не превышающей 10 %, что позволяет при решении обратной задачи (определении показателя преломления среды) использовать классические лучевые методы [3, 4, 6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Евтихиева О. А., Расковская И. Л., Ринкевичюс Б. С. Лазерная рефрактография. М.: Физматлит, 2008. 174 с.
2. Дифракционная компьютерная оптика /Под ред. В. А. Сойфера. М.: Физматлит, 2007. 736 с.
3. Пудовиков Д. Е., Расковская И. Л., Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В. Диагностика конвективных процессов в пограничном слое жидкости методом лазерной рефрактографии // Инженерно-физический журнал. 2010. **83**, № 6. С. 1149–1156.
4. Расковская И. Л., Сергеев Д. А., Ширинская Е. С. Диагностика характеристик солестратифицированной жидкости методом лазерной рефрактографии // Измер. техника. 2010. № 10. С. 36–38.
5. Rinkevichyus B. S., Evtikhieva O. A., Yesin M. V. et al. 3D-laser refractography — new chapter of information optics // Journ. Phys.: Conf. Ser. 2010. **206**. 012010. URL: http://iopscience.iop.org/1742-6596/206/1/012010/pdf/1742-6596_206_1_012010.pdf (дата обращения: 31.01.2012).

6. **Расковская И. Л.** Структурированные пучки в задачах лазерной рефрактографии // Радиотехника и электроника. 2009. **54**, № 12. С. 1524–1531.
7. **Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П.** Теория волн. М.: Наука, 1979. 383 с.
8. **Расковская И. Л.** Распространение лазерного пучка в среде с акустической волной // Радиотехника и электроника. 2004. **49**, № 11. С. 1382–1389.
9. **Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И.** Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.
10. **Есин М. В., Расковская И. Л., Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В.** Трёхмерные рефракционные изображения в лазерных измерительных технологиях // Автометрия. 2012. **48**, № 3. С. 3–12.

Поступила в редакцию 31 января 2012 г.
