

УДК 621.317.08

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ИЗМЕРЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ ПЕРВИЧНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

А. Л. Шестаков, О. Л. Ибряева, Д. Ю. Иосифов

*Южно-Уральский государственный университет,
454080, г. Челябинск, просп. Ленина, 76
E-mail: oli@bvbpower.ru*

Предложен метод оптимальной настройки регулируемых параметров корректирующего устройства измерительной системы при частично известных характеристиках полезного сигнала и шумов, описываемых спектральными плотностями и с использованием измеряемого вектора координат состояния.

Ключевые слова: динамика измерений, первичный измерительный преобразователь, вектор состояния.

Введение и постановка задачи. В теории и практике динамических измерений большое значение имеет задача восстановления измеряемого сигнала, динамически искажённого средством измерения. Существует несколько подходов к решению этой обратной задачи динамики: на основе регуляризации Тихонова (например, [1–3]), численного решения интегрального уравнения свёртки [4, 5], теории модального управления [6, 7] и т. д. Достаточно распространёнными являются идеи использования цифровых фильтров [8–10] и линейных корректирующих звеньев [11, 12]. В представленной работе предложен новый метод решения данной задачи при частично известных характеристиках полезного сигнала и шумов, описываемых спектральными плотностями, основанный на нахождении оптимальной, в смысле минимума средней квадратической погрешности измерения, передаточной функции.

Для удобства описания и расчётов представим структурную схему измерительной системы в виде двух последовательно соединённых блоков (рис. 1), приняв линейную динамическую аппроксимацию элементов измерительной системы. Здесь $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_l(t))^T$ — измеряемый вектор состояния системы, $u(t)$ — входное измеряемое воздействие, $y(t)$ — выходной сигнал. Первый блок представляет собой датчик (первичный измерительный преобразователь) с одним входом $u(t)$, l выходами и известной частотной характеристикой $\mathbf{W}_\partial(j\omega)$. Вторым — корректирующее устройство (КУ) с выходом $y(t)$.

Цель данной работы — определить оптимальную частотную характеристику корректирующего устройства $\mathbf{W}_{\text{КУ}}(j\omega)$, обеспечивающую минимум среднего квадратического значения погрешности измерения $\varepsilon(t) = u(t) - y(t)$, т. е. значения $M\{\varepsilon^2\} =$

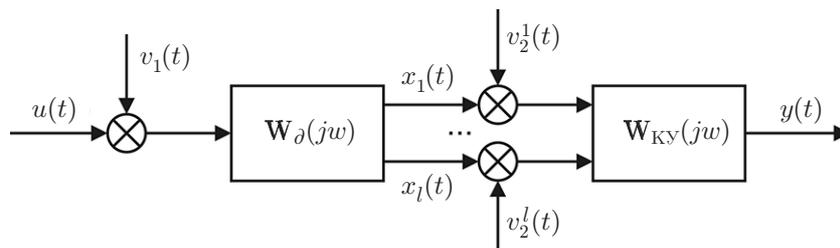


Рис. 1. Схема измерительного преобразователя

$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \varepsilon^2(t) dt$, которое определяет динамическую точность работы системы при

наличии стационарных случайных воздействий. Здесь $M\{\cdot\}$ — оператор математического ожидания, равный указанному пределу, если воздействия не только стационарные, но и эргодические в смысле среднеквадратической сходимости. Спектральные плотности входного сигнала $u(t)$ и шумов $v_1(t), v_2^1(t), \dots, v_2^l(t)$ считаются известными.

Спектральная плотность сигнала погрешности системы при наличии полезного и возмущающего сигналов и отсутствии корреляции между ними имеет вид [13]

$$S_\varepsilon(\omega) = \left| \Phi_\varepsilon(j\omega) \right|^2 S_u(\omega) + \left| \Phi_{v_1}(j\omega) \right|^2 S_{v_1}(\omega) + \left| \Phi_{v_2^1}(j\omega) \right|^2 S_{v_2^1}(\omega) + \dots + \left| \Phi_{v_2^l}(j\omega) \right|^2 S_{v_2^l}(\omega), \quad (1)$$

где $\Phi_\varepsilon(j\omega)$ — частотная характеристика измерительного преобразователя по погрешности; $\Phi_{v_1}(j\omega), \Phi_{v_2^1}(j\omega), \dots, \Phi_{v_2^l}(j\omega)$ — частотные характеристики измерительного преобразователя по шумам; $S_u(\omega)$ — спектральная плотность сигнала $u(t)$; $S_{v_1}(\omega), S_{v_2^1}(\omega), \dots, S_{v_2^l}(\omega)$ — спектральные плотности шумов $v_1(t), v_2^1(t), \dots, v_2^l(t)$ соответственно. По известной спектральной плотности (1) может быть найдено среднее квадратическое значение погрешности:

$M\{\varepsilon^2\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_\varepsilon(\omega) d\omega$. Введём обозначения:

$$\mathbf{W}_\partial(j\omega) = \frac{\mathbf{x}(j\omega)}{u(j\omega)} = \begin{pmatrix} W_\partial^1(j\omega) \\ \vdots \\ W_\partial^l(j\omega) \end{pmatrix}$$

— матричная частотная характеристика датчика,

$$\mathbf{W}_{\text{КУ}}(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{\mathbf{x}(j\omega)} = \begin{pmatrix} W_{\text{КУ}}^1(j\omega) & \dots & W_{\text{КУ}}^l(j\omega) \end{pmatrix}$$

— матричная частотная характеристика корректирующего устройства,

$$W_{\text{ИП}}(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{u(j\omega)} = \mathbf{W}_{\text{КУ}}(j\omega) \cdot \mathbf{W}_\partial(j\omega) = W_{\text{КУ}}^1(j\omega)W_\partial^1(j\omega) + \dots + W_{\text{КУ}}^l(j\omega)W_\partial^l(j\omega)$$

— полная частотная характеристика измерительного преобразователя (ИП).

Тогда частотная характеристика измерительной системы по погрешности

$$\Phi_\varepsilon(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{\varepsilon(j\omega)} = 1 - \mathbf{W}_{\text{КУ}}(j\omega) \cdot \mathbf{W}_\partial(j\omega);$$

частотная характеристика относительно помехи, действующей на входе датчика,

$$\Phi_{v_1}(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{v_1(j\omega)} = \mathbf{W}_{\text{КУ}}(j\omega) \cdot \mathbf{W}_\partial(j\omega);$$

матричная частотная характеристика относительно помех, действующих на входе КУ,

$$\Phi_{v_2}(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{\mathbf{v}_2(j\omega)} = \mathbf{W}_{\text{КУ}}(j\omega).$$

Введём также матрицу, описывающую спектральную плотность выходного шумового сигнала $\mathbf{v}_2(t)$:

$$\mathbf{S}_{v_2}(\omega) = \text{diag}(S_{v_2}^1(\omega), \dots, S_{v_2}^l(\omega)).$$

Выражение для $M\{\varepsilon^2\}$ теперь запишем следующим образом:

$$M\{\varepsilon^2\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| 1 - \mathbf{W}_{\text{KY}}(j\omega) \cdot \mathbf{W}_{\partial}(j\omega) \right|^2 S_u(\omega) d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \mathbf{W}_{\text{KY}}(j\omega) \cdot \mathbf{W}_{\partial}(j\omega) \right|^2 S_{v_1}(\omega) d\omega + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{W}_{\text{KY}}(j\omega) \cdot \mathbf{S}_{v_2}(\omega) \cdot \mathbf{W}_{\text{KY}}^T(j\omega) d\omega,$$

или

$$M\{\varepsilon^2\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(W_{\text{KY}}^1(j\omega), \dots, W_{\text{KY}}^l(j\omega)) d\omega,$$

где под интегралом стоит вещественнозначная функция

$$f = \left| 1 - W_{\partial}^1(j\omega) W_{\text{KY}}^1(j\omega) - \dots - W_{\partial}^l(j\omega) W_{\text{KY}}^l(j\omega) \right|^2 S_u(\omega) + \\ + \left| W_{\partial}^1(j\omega) W_{\text{KY}}^1(j\omega) + \dots + W_{\partial}^l(j\omega) W_{\text{KY}}^l(j\omega) \right|^2 S_{v_1}(\omega) + \\ + \left| W_{\text{KY}}^1(j\omega) \right|^2 S_{v_2}^1(\omega) + \dots + \left| W_{\text{KY}}^l(j\omega) \right|^2 S_{v_2}^l(\omega) \quad (2)$$

от l комплексных переменных $z^k = W_{\text{KY}}^k(j\omega)$, $k = 1, \dots, l$.

Наша цель — найти частотные характеристики $W_{\text{KY}}^k(j\omega)$, которые минимизируют значение $M\{\varepsilon^2\}$. Поскольку функция (2) принимает неотрицательные значения, необходимо минимизировать её значение, чтобы и значение $M\{\varepsilon^2\}$ было минимальным. В данный момент мы рассматриваем ω как фиксированное число, а $W_{\text{KY}}^k(j\omega)$ как комплексные переменные z^k и ищем минимум вещественнозначной функции (2) от l комплексных переменных.

1. Получение идеальной частотной характеристики корректирующего устройства. Функцию (2) можно записать как вещественнозначную функцию от $2l$ вещественных переменных. Для этого нужно подставить $z^k = x^k + jy^k$, $k = 1, \dots, l$, в (2) и отделить действительную $U = \text{Re} f$ и мнимую $V = \text{Im} f$ части функции $f = U + jV$. Так как f действительна, мы получим $V = 0$, $f = U = U(x^1, \dots, x^l, y^1, \dots, y^l)$. Далее можно искать её стационарные точки из условий равенства нулю производных $\partial U / \partial x^k$, $\partial U / \partial y^k$, $k = 1, \dots, l$.

Однако решение задачи отыскания минимума функции (2) может быть существенно упрощено при использовании аппарата так называемых формальных производных:

$$\frac{\partial f}{\partial z^k} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x^k} - j \frac{\partial f}{\partial y^k} \right), \quad \frac{\partial f}{\partial \bar{z}^k} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x^k} + j \frac{\partial f}{\partial y^k} \right).$$

Переменные z^k, \bar{z}^k , полученные друг из друга комплексным сопряжением, формально считаются независимыми, а f записывается как функция от $2l$ «независимых» переменных $z^1, \dots, z^l, \bar{z}^1, \dots, \bar{z}^l$ без использования операций взятия абсолютной величины, вещественной или мнимой части.

Для $f = U + jV$ имеем

$$\frac{\partial f}{\partial z^k} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x^k} - j \frac{\partial f}{\partial y^k} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial x^k} + \frac{\partial V}{\partial y^k} \right) + \frac{j}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial x^k} - \frac{\partial U}{\partial y^k} \right),$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}^k} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x^k} + j \frac{\partial f}{\partial y^k} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial x^k} - \frac{\partial V}{\partial y^k} \right) + \frac{j}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial x^k} + \frac{\partial U}{\partial y^k} \right).$$

Для вещественнозначной функции f , так как $V = 0$, получаем

$$\frac{\partial f}{\partial z^k} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial x^k} - j \frac{\partial U}{\partial y^k} \right), \quad \frac{\partial f}{\partial \bar{z}^k} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial x^k} + j \frac{\partial U}{\partial y^k} \right).$$

Очевидно тогда, что система из $2l$ уравнений $\partial U / \partial x^k = 0, \partial U / \partial y^k = 0, k = 1, \dots, l$, равносильна системе из l уравнений $\partial f / \partial z^k = 0$ или $\partial f / \partial \bar{z}^k = 0$ (нам будет удобнее использовать вторую из них).

Применим теперь изложенный метод к функции (2). Запишем её как функцию аргументов $z^k = W_{\text{КУ}}^k(j\omega)$ и $\bar{z}^k = \bar{W}_{\text{КУ}}^k(j\omega)$:

$$\begin{aligned} & f(z^1, \dots, z^l, \bar{z}^1, \dots, \bar{z}^l) = \\ & = (1 - z^1 W_{\partial}^1(j\omega) - \dots - z^l W_{\partial}^l(j\omega))(1 - \bar{z}^1 \bar{W}_{\partial}^1(j\omega) - \dots - \bar{z}^l \bar{W}_{\partial}^l(j\omega)) S_u(\omega) + \\ & \quad + (z^1 \bar{z}^1 W_{\partial}^1(j\omega) \bar{W}_{\partial}^1(j\omega) + \dots + z^l \bar{z}^l W_{\partial}^l(j\omega) \bar{W}_{\partial}^l(j\omega)) S_{v_1}(\omega) + \\ & \quad + z^1 \bar{z}^1 S_{v_2}^1(\omega) + \dots + z^l \bar{z}^l S_{v_2}^l(\omega). \end{aligned}$$

Запишем систему $\partial f / \partial \bar{z}^k = 0, k = 1, \dots, l$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}^1} &= -(1 - z^1 W_{\partial}^1(j\omega) - \dots - z^l W_{\partial}^l(j\omega)) \bar{W}_{\partial}^1(j\omega) S_u(\omega) + \\ & \quad + z^1 W_{\partial}^1(j\omega) \bar{W}_{\partial}^1(j\omega) S_{v_1}(\omega) + z^1 S_{v_2}^1(\omega) = 0; \end{aligned}$$

...

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}^l} &= -(1 - z^1 W_{\partial}^1(j\omega) - \dots - z^l W_{\partial}^l(j\omega)) \bar{W}_{\partial}^l(j\omega) S_u(\omega) + \\ & \quad + z^l W_{\partial}^l(j\omega) \bar{W}_{\partial}^l(j\omega) S_{v_1}(\omega) + z^l S_{v_2}^l(\omega) = 0. \end{aligned}$$

(3)

Предложение. Решение системы (3) единственно и имеет вид

$$\begin{pmatrix} z^1 \\ \vdots \\ z^l \end{pmatrix} = \frac{S_u(\omega)}{1 + S_u(\omega) \sum_{k=1}^l \frac{W_{\partial}^k(j\omega) \bar{W}_{\partial}^k(j\omega)}{W_{\partial}^k(j\omega) \bar{W}_{\partial}^k(j\omega) S_{v_1}(\omega) + S_{v_2}^k(\omega)}} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \frac{\bar{W}_{\partial}^1(j\omega)}{W_{\partial}^1(j\omega)\bar{W}_{\partial}^1(j\omega)S_{v_1}(\omega) + S_{v_2}^1(\omega)} \\ \vdots \\ \frac{\bar{W}_{\partial}^l(j\omega)}{W_{\partial}^l(j\omega)\bar{W}_{\partial}^l(j\omega)S_{v_1}(\omega) + S_{v_2}^l(\omega)} \end{pmatrix}.$$

Доказательство. Непосредственно подставив приведённые z^1, \dots, z^l в уравнения системы, можно убедиться, что они являются её решением. Докажем, что это единственное решение системы. Для этого покажем невырожденность матрицы M системы (3).

Легко видеть, что

$$M = D_1 C D_2, \quad D_1 = \text{diag}(\bar{W}_{\partial}^1, \dots, \bar{W}_{\partial}^l), \quad D_2 = \text{diag}(W_{\partial}^1, \dots, W_{\partial}^l);$$

$$C = A + B, \quad A = \text{diag}\left(S_{v_1} + \frac{S_{v_2}^1}{W_{\partial}^1 \bar{W}_{\partial}^1}, \dots, S_{v_1} + \frac{S_{v_2}^l}{W_{\partial}^l \bar{W}_{\partial}^l}\right), \quad B = \begin{pmatrix} S_u \\ \vdots \\ S_u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

(Здесь во избежание излишней громоздкости опущены аргументы функций.) Диагональные матрицы D_1 , D_2 , A обратимы. Матрица B (как произведение столбца на строку) есть матрица ранга 1. Известно, что тогда и сумма $C = A + B$ также будет обратимой матрицей. Итак, матрица M невырождена (как произведение невырожденных матриц), следовательно, приведённое решение системы является единственным. Предложение доказано.

В частном случае $l = 1$ получаем следующее выражение для z^1 , или для идеальной частотной характеристики $W_{\text{КУ}}(j\omega)$, минимизирующей $M\{\varepsilon^2\}$:

$$W_{\text{КУ}}(j\omega) = \frac{S_u(\omega)\bar{W}_{\partial}(j\omega)}{W_{\partial}(j\omega)\bar{W}_{\partial}(j\omega)S_{v_1}(\omega) + S_{v_2}(\omega)} \bigg/ \left(1 + \frac{S_u(\omega)W_{\partial}(j\omega)\bar{W}_{\partial}(j\omega)}{W_{\partial}(j\omega)\bar{W}_{\partial}(j\omega)S_{v_1}(\omega) + S_{v_2}(\omega)}\right).$$

Найденная в этом разделе идеальная частотная характеристика не может быть прямо использована для решения поставленной задачи. Причины этого и решение соответствующих проблем обсуждаются далее.

2. Идеальная частотная характеристика измерительного преобразователя.

Здесь нам будет удобнее вместо $W_{\text{КУ}}(j\omega)$ рассматривать идеальную частотную характеристику ИП:

$$\begin{aligned} W_{\text{ИП}}(j\omega) &= W_{\text{КУ}}(j\omega)W_{\partial}(j\omega) = \\ &= \frac{S_u(\omega)W_{\partial}(j\omega)\bar{W}_{\partial}(j\omega)}{W_{\partial}(j\omega)\bar{W}_{\partial}(j\omega)S_{v_1}(\omega) + S_{v_2}(\omega)} \bigg/ \left(1 + \frac{S_u(\omega)W_{\partial}(j\omega)\bar{W}_{\partial}(j\omega)}{W_{\partial}(j\omega)\bar{W}_{\partial}(j\omega)S_{v_1}(\omega) + S_{v_2}(\omega)}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Поскольку $W_{\partial}(-j\omega) = \bar{W}_{\partial}(j\omega)$, в силу чётности спектральных плотностей имеем $W_{\text{ИП}}(-j\omega) = W_{\text{ИП}}(j\omega)$. После формальной замены $p = j\omega$ получим идеальную передаточную функцию измерительного преобразователя $W_{\text{ИП}}(p)$, которая является чётной.

Хорошо известно [13], что в случае устойчивой системы все полюсы функции $W_{\text{ИП}}(p)$ расположены в левой полуплоскости. Ясно, что из-за чётности функции $W_{\text{ИП}}(p)$ это условие не будет выполнено и приведёт к неустойчивой работе измерительного преобразователя. (Аналогичные замечания можно сделать и для общего случая $l > 1$. Далее считаем $l = 1$, однако все результаты без труда переносятся на общий случай.) Для устранения нежелательного свойства чётности изучим структуру функции $W_{\text{ИП}}(p)$. Обозначим функцию $\frac{S_u(\omega)W_{\partial}(j\omega)\bar{W}_{\partial}(j\omega)}{W_{\partial}(j\omega)\bar{W}_{\partial}(j\omega)S_{v_1}(\omega) + S_{v_2}(\omega)}$ с неотрицательными значениями через $\frac{P(\omega)}{Q(\omega)}$, где $P(\omega)$, $Q(\omega)$ — многочлены от ω . Выражение (4) примет вид $W_{\text{ИП}} = \frac{P}{Q+P}$. Если $(Q+P)|_{\omega=\omega_0} = 0$, то $\frac{P(\omega_0)}{Q(\omega_0)} = -1$, что невозможно. Итак, многочлен $Q+P$, т. е. знаменатель дроби $W_{\text{ИП}}(j\omega)$, не имеет действительных корней. Значит, знаменатель передаточной функции $W_{\text{ИП}}(p)$ не имеет чисто мнимых корней. В силу чётности $W_{\text{ИП}}(p)$ все её нули и полюсы симметричны относительно мнимой оси. Поскольку $W_{\text{ИП}}(p)$ — вещественнозначная функция, то все её комплексные нули и полюсы являются симметричными и относительно действительной оси.

Теперь можно записать общий вид функции:

$$W_{\text{ИП}}(p) = \frac{N(p)}{\prod_{n=1}^M (1 + \tau_n p)(1 - \tau_n p) \prod_{k=1}^L (T_k^2 p^2 + 2\xi_k T_k p + 1)(T_k^2 p^2 - 2\xi_k T_k p + 1)}. \quad (5)$$

Здесь числитель $N(p)$ — многочлен, общий вид которого нам далее не понадобится.

Выражение для передаточной функции $W_{\text{ИП}}(p)$ состоит, таким образом, из устойчивых и неустойчивых апериодических и колебательных звеньев. Заменим в (5) все неустойчивые звенья соответствующими устойчивыми. Получим

$$\tilde{W}_{\text{ИП}}(p) = \frac{N(p)}{\prod_{n=1}^M (1 + \tau_n p)^2 \prod_{k=1}^L (T_k^2 p^2 + 2\xi_k T_k p + 1)^2}. \quad (6)$$

Ясно, что модули (АЧХ) идеальной частотной характеристики измерительного преобразователя $W_{\text{ИП}}(j\omega)$ и частотной характеристики $\tilde{W}_{\text{ИП}}(j\omega)$, соответствующей функции $\tilde{W}_{\text{ИП}}(p)$, одинаковы. Поскольку $W_{\text{ИП}}(j\omega) = |W_{\text{ИП}}(j\omega)|$, то $\tilde{W}_{\text{ИП}}(j\omega) = W_{\text{ИП}}(j\omega)e^{j\varphi}$, где

$$\varphi = \varphi(\omega) = 2 \left(\sum_{n=1}^M \arctg \tau_n \omega - \sum_{k=1}^L \arctg \frac{2\xi_k T_k \omega}{1 - T_k^2 \omega^2} \right)$$

— аргумент функции $\tilde{W}_{\text{ИП}}(j\omega)$. Тогда

$$\tilde{W}_{\text{ИП}}(j\omega) = W_{\text{ИП}}(j\omega) \exp \left(2j \left(\sum_{n=1}^M \arctg \tau_n \omega - \sum_{k=1}^L \arctg \frac{2\xi_k T_k \omega}{1 - T_k^2 \omega^2} \right) \right). \quad (7)$$

Функцию (7) возьмём в качестве идеальной частотной характеристики ИП. Понятно, что её АЧХ совпадает с АЧХ функции $W_{\text{ИП}}(j\omega)$, найденной по формуле (4) и доставляющей минимум значению $M\{\varepsilon^2\}$. Что касается экспоненциального множителя, то в случае, когда

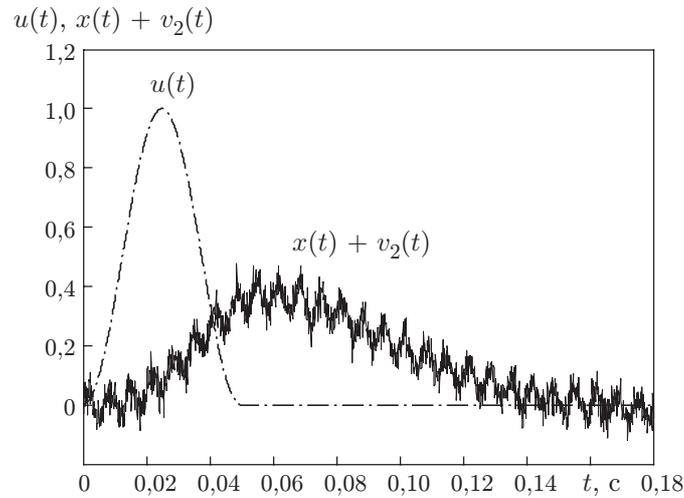


Рис. 2. Входной сигнал датчика и его зашумлённый выход

$\sum_{n=1}^M \operatorname{arctg} \tau_n \omega - \sum_{k=1}^L \operatorname{arctg} \frac{2\xi_k T_k \omega}{1 - T_k^2 \omega^2}$ является (или может быть с большой степенью точности приближена) линейной по ω функцией, он может рассматриваться как запаздывающее звено, не искажающее формы сигнала, но вносящее его задержку по времени. Заметим, что все полюсы функции $\tilde{W}_{\text{ИП}}(j\omega)$ лежат в левой полуплоскости, обеспечивая устойчивую работу измерительной системы.

3. Численный эксперимент. Пусть $u(t) = A_u \sin^2(2\pi f_u t)$, $t \in [0, 1/2f_u]$, — входной сигнал, где $A_u = 1$, $f_u = 10$ Гц; входной шум $v_1(t)$ — случайный процесс с нормальным распределением с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением 0,03. Передаточная функция датчика $W_{\partial}(p) = \frac{1}{T_{\partial}^2 p^2 + 2\xi_{\partial} T_{\partial} p + 1}$, где $T_{\partial} = 0,03$, $\xi_{\partial} = 0,7$. На выходе датчика получаем искажённый сигнал $x(t) + v_2(t)$ (рис. 2), по которому требуется восстановить исходный сигнал $u(t)$. В качестве шума $v_2(t)$ взят гармонический сигнал с частотой 150 Гц, амплитудой 0,05, с наложенным на него белым гауссовским

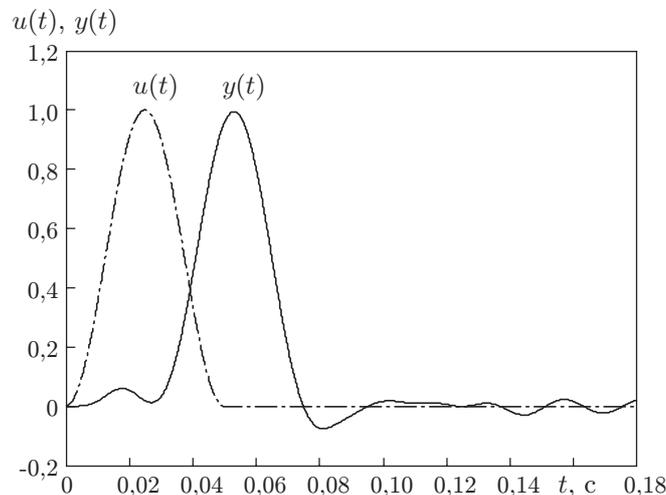


Рис. 3. Входной сигнал $u(t)$ и восстановленный $y(t)$

шумом, имеющим нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением 0,03.

Восстановление $u(t)$ проведём по предложенному в данной работе методу, используя известные спектральные плотности входного сигнала $S_u(\omega)$ и шумов $S_{v_1}(\omega)$, $S_{v_2}(\omega)$.

Результат восстановления сигнала приведён на рис. 3.

Заключение. Описанный в представленной работе метод нахождения оптимальной передаточной функции корректирующего устройства позволяет восстановить входной сигнал с достаточно узким спектром, содержащимся в полосе линейности ФЧХ оптимальной частотной характеристики измерительного преобразователя. Данное ограничение вызвано необходимостью линейности аргумента экспоненциальной функции в формуле (7). Как показано в разд. 2, в этом случае мы получим лишь временную задержку сигнала без искажения его формы.

Авторы выражают благодарность профессору И. Г. Корепанову за идею использования аппарата формальных производных, которая существенно облегчила решение рассматриваемой задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Василенко Г. И.** Теория восстановления сигналов. О редукиции к идеальному прибору в физике и технике. М.: Сов. радио, 1979. 269 с.
2. **Грановский В. А.** Динамические измерения. Л.: Энергоатомиздат, 1984. 224 с.
3. **Katsaggelos A. K., Biemond J., Schafer R. W., Mersereau R. M.** A regularized iterative image restoration algorithm // IEEE Trans. Signal Process. 1991. **SP-39**. P. 914–929.
4. **Верлань А. Ф., Сизиков В. С.** Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. Киев: Наук. думка, 1978. 291 с.
5. **Бекман И. Н., Швыряев А. А.** Достоверное детектирование нестационарных концентраций газов // Вестн. МГУ. Сер. Химия. 1981. **22**, № 5. С. 467–471.
6. **Шестаков А. Л.** Динамическая точность измерительного преобразователя с корректирующим устройством в виде модели датчика // Метрология. 1987. № 2. С. 26–34.
7. **Шестаков А. Л.** Коррекция динамической погрешности измерительного преобразователя линейным фильтром на основе модели датчика // Изв. вузов. Сер. Приборостроение. 1991. **34**, № 4. С. 8–13.
8. **Shestakov A. L.** Dynamic error correction method // IEEE Trans. Instrum. Meas. 1996. **45**, N 1. P. 250–255.
9. **Hessling J. P.** A novel method of dynamic correction in the time domain // Meas. Sci. Technol. 2008. **19**, N 7. 075101.
10. **Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю., Мальцев А. С. и др.** Коррекция транспортного запаздывания в системе управления мобильным роботом // Автометрия. 2011. **47**, № 2. С. 46–57.
11. **Nalepa J.** The "blind" dynamic error correction method — simulation study for the first-order measurement channel // Meas. Sci. Rev. 2001. **1**, N 1. P. 79–83.
12. **Elster C., Link A.** Uncertainty evaluation for dynamic measurements modeled by a linear time-invariant system // Metrologia. 2008. **45**, N 4. P. 464–473.
13. **Солодовников В. В.** Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1960. 656 с.