

УДК 004.932.4

## СТАТИСТИЧЕСКИЕ, НЕЙРОСЕТЕВЫЕ И КОМБИНИРОВАННЫЕ АЛГОРИТМЫ ФИЛЬТРАЦИИ АППЛИКАТИВНЫХ ПОМЕХ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ

П. В. Калинин, А. А. Сирота

*Воронежский государственный университет,  
394006, г. Воронеж, Университетская площадь, 1  
E-mail: kalinin-pv@sc.vsu.ru  
sir@cs.vsu.ru*

Получены соотношения для нижней границы дисперсии ошибки оценивания изображений, искажённых аддитивными и аппликативными помехами. Проведён анализ потенциальной и реальной дисперсии ошибки оценивания для алгоритмов линейной и нелинейной фильтрации. Разработан комбинированный алгоритм фильтрации изображений, искажённых аппликативными помехами.

*Ключевые слова:* обработка изображений, аппликативные помехи, нейронные сети.

**Введение.** Обработка изображений обычно осуществляется в условиях аддитивных и аппликативных помех (АП). Действие аппликативных помех проявляется в замещении отдельных участков полезного изображения фрагментами со случайной амплитудой, текстурой, формой. Частным случаем АП являются импульсные помехи. Применяемые для восстановления изображений в этих условиях методы и алгоритмы линейной фильтрации не всегда эффективны. Оптимальная нелинейная фильтрация сопряжена с существенным повышением сложности выполняемой обработки. Поэтому представляют интерес исследования, направленные на анализ потенциально достижимых характеристик линейной и нелинейной фильтрации, позволяющие выбирать структуру фильтра, исходя из имеющихся ограничений. Определённые возможности в плане реализации алгоритмов нелинейной фильтрации с приемлемым качеством предоставляют технологии нейронных сетей (НС) [1]. При фильтрации АП возможно применение методов на основе выделения границ на изображениях [2]. Однако наиболее естественным подходом к решению задач, связанных с обработкой реальных изображений, представляется комбинированный подход, состоящий в использовании комплекса алгоритмов, каждый из которых может бороться с недостатками остальных.

Таким образом, целью данной работы является получение оценок нижней границы ошибки восстановления изображений, описываемых как реализации случайных полей, в условиях аддитивных и аппликативных помех, сравнение потенциальных и реальных характеристик алгоритмов линейной и нелинейной фильтрации, а также разработка комбинированного алгоритма для фильтрации АП на реальных изображениях.

**Модели аппликативных помех.** Будем рассматривать наблюдаемое изображение как реализацию случайного поля, заданного на квадратной дискретной сетке:

$$f(x, y) = \eta(x, y)[s(x, y) + \nu(x, y)] + [1 - \eta(x, y)]w(x, y), \quad x, y = \overline{1, m},$$

где  $s(x, y)$  — исходное случайное поле;  $\eta(x, y)$  — бинарное случайное поле, определяющее расположение локальных областей закрытия (ЛОЗ) — пятен некоторой формы и

текстуры, замещающих фрагменты изображения и уничтожающих полезную информацию ( $\eta(x, y) \in \{0, 1\}$ );  $\nu(x, y)$  — случайное поле аддитивного шума ( $M\{\nu(x, y)\} = 0$ ,  $M\{\nu(x, y)\nu(x', y')\} = R_\nu(x - x', y - y')$ );  $w(x, y)$  — случайное поле, характеризующее яркостные характеристики элементов внутри ЛОЗ. Появление ЛОЗ будем описывать пуассоновским потоком порождающих точек — условных центров ЛОЗ, возникающих с интенсивностью  $\Lambda$ . Тогда вероятность появления порождающей точки в элементе изображения выражается как  $P_\Lambda \cong \Lambda \Delta x \Delta y + O(\Delta x \Delta y)$ , где  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  — дискреты задания координатной сетки. Площадь ЛОЗ для каждой порождающей точки определяется целочисленной величиной  $n$ , подчиняющейся, например, пуассоновскому закону распределения [3]. Будем считать, что форма и статистические характеристики вносимых искажений в рамках одной ЛОЗ задаются независимо от других и определяются индексом  $t$  конфигурации ЛОЗ на множестве  $\{t\}$ . Каждой ЛОЗ сопоставляется вектор параметров  $F = (x, y, t)^T$ , где  $(x, y)$  — координаты порождающей точки ЛОЗ.

При моделировании формы ЛОЗ могут применяться различные подходы [3, 4]. В предлагаемой работе будем использовать следующую модель: каждый индекс  $t$  определяет вероятностный закон  $p_c(x - x', y - y' | t)$  независимого искажения пикселей, а также распределение значений  $f(x - x', y - y' | t)$  пикселей относительно порождающей точки с координатами  $x', y'$ . В рамках данной модели может быть получен достаточно широкий спектр частных случаев, в том числе ЛОЗ с детерминированной формой и/или постоянным уровнем яркости в пределах каждого отдельного пятна. Далее вероятность поражения пикселя будет определяться как

$$p_c(x - x', y - y' | t) = \exp(-\alpha r), \quad r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2},$$

где  $\alpha$  задаёт среднюю площадь ЛОЗ.

**Анализ потенциальных и реальных характеристик фильтрации аппликативных помех при обработке гауссовских случайных полей.** Пусть  $P(A)$  — априорная вероятность реализации  $A$  аппликативной помехи, накрывающей полезное изображение, где  $A = \{x_1, y_1, t_1; \dots; x_S, y_S, t_S\}$ ,  $x_i, y_i, t_i$  — координаты и индекс конфигурации  $i$ -й ЛОЗ,  $S$  — количество ЛОЗ. Тогда функция правдоподобия наблюдений при наличии аддитивного гауссовского белого шума с дисперсией  $\sigma^2$  запишется как

$$F(X | \theta) = \sum_{\{A_k\}} P(A_k) F(X | \theta, A_k), \quad (1)$$

где

$$F(X | \theta, A_k) = \prod_{i=1}^N [p_c^i(A_k) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(\theta_i - x_i)^2}{2\sigma^2}\right) + (1 - p_c^i(A_k)) f^i(x_i | A_k)],$$

— функция правдоподобия изображения, искажённого вариантом  $A_k$  аппликативной помехи;  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_N)^T$  — ненаблюдаемый вектор, представляющий развёртку реализации исходного изображения;  $X \in (X_1, \dots, X_N)^T$  — вектор реализации наблюдаемого изображения;  $A_k$  — некоторая комбинация координат порождающих точек и индексов конфигураций ЛОЗ;  $p_c^i(A_k)$  — вероятность искажения  $i$ -го элемента вектора изображения;  $f^i(x | A_k)$  — плотность распределения яркости для  $i$ -го пикселя изображения.

Для вычисления нижней границы дисперсии ошибки оценки воспользуемся неравенством Рао — Крамера [5, 6]:  $R \geq J^{-1}$ , где  $R$  — матрица рассеяния (матрица ковариации

минимальных ошибок оценивания),  $J$  — информационная матрица Фишера. При наличии априорных сведений об изображении  $p(\theta)$  элемент  $J$  определяется как [6]

$$J_{i,j} = \int_{-\infty}^{+\infty} I_{i,j}(\theta)p(\theta)d\theta + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \ln p(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} p(\theta)d\theta; \quad (2)$$

$$I_{i,k}(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \ln F(X|\theta)}{\partial \theta_i} \frac{\partial \ln F(X|\theta)}{\partial \theta_k} F(X|\theta)dX.$$

Вычисление матрицы путём прямой подстановки (1) в (2) затруднено. Для упрощения учтём, что оптимальная обработка изображения, искажённого АП, всегда связана с перебором всевозможных гипотез о координатах и конфигурации искажающих пятен на изображении. Предположим, что для каждой ЛОЗ известны координаты порождающей точки и её конфигурация. Тогда нижняя граница дисперсии ошибки оценки не будет превышать границу для общего случая и матрица рассеяния  $R_A$  при воздействии АП определится как

$$R_A \geq \sum_{\{A_k\}} R(A_k)p(A_k), \quad (3)$$

где  $R(A_k)$  — матрица рассеяния при известной  $A_k$ . Из соотношений (1), (2) получим

$$R(A_k) \geq J^{-1}(A_k); \quad J_{i,j}(A_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_{i,j}(\theta, A_k)p(\theta)d\theta + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \ln p(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} p(\theta)d\theta, \quad (4)$$

$$I_{i,j}(\theta, A_k) = \frac{p_c^i(A_k)^2}{2\pi\sigma^6} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left(-\frac{(\theta_i-x_i)^2}{2\sigma^2}\right)(\theta_i-x_i)^2}{p_c^i(A_k) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(\theta_i-x_i)^2}{2\sigma^2}\right) + (1-p_c^i(A_k))f^i(x_i|A_k)} dx_i \cdot \delta_{i,j},$$

где  $\delta_{i,j} = 1$  при  $i = j$  и 0 иначе. Если  $p(\theta)$  подчиняется гауссовскому распределению с матрицей ковариации  $C$ , то

$$J_{i,j}(A_k) = (C^{-1})_{i,j} + \int_{-\infty}^{+\infty} I_{i,j}(\theta, A_k) \frac{1}{\sqrt{2\pi C_{i,i}}} \exp\left(-\frac{\theta_i}{2C_{i,i}}\right) d\theta_i \cdot \delta_{i,j}.$$

Если вероятности появления порождающих точек и конфигураций ЛОЗ не зависят от координат изображения, а само изображение достаточно однородно, то все его элементы за исключением краевых дают одинаковую искомую нижнюю границу. Воспользуемся статистической оценкой суммы (3) на основе  $H$  случайных реализаций  $A_k$ :

$$R_A \geq \frac{1}{H} \sum_{k=1}^H R(A_k). \quad (5)$$

Может быть также рассмотрен ещё один вариант оценки нижней границы. Пусть каждый индекс конфигурации однозначно определяет координаты и значения искажённых

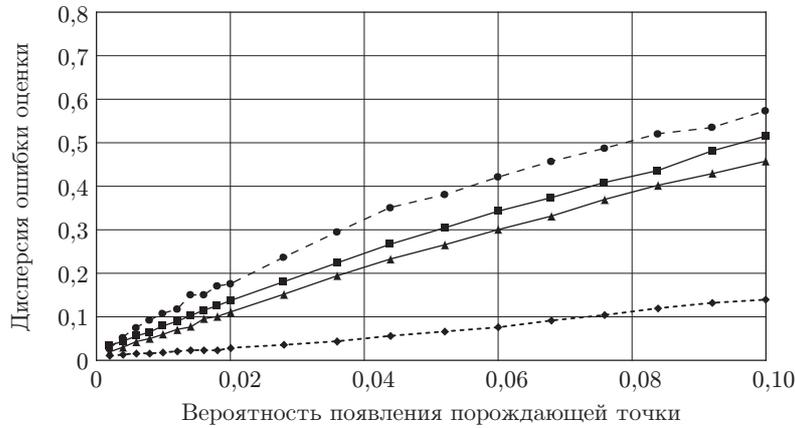


Рис. 1. Зависимости дисперсии ошибки оценивания для слабо коррелированного изображения:  $D = 1$ ,  $\alpha_1 = 0,5$ ,  $\alpha = 0,25$ ,  $\sigma^2 = 0,01$ ,  $b = -a = 0,01$  (◆ — Теор1, ▲ — Теор2, ■ — НС, ● — ЛФ)

пикселей — детерминированную конфигурацию ЛОЗ. Тогда на основе (5) можно получить альтернативную оценку при условии известных координат и значений искажённых пикселей. Поскольку оценка  $R(A_k)$  является точной для функций экспоненциального семейства [4], то здесь равенство достижимо при распределении  $p(\theta)$ , принадлежащем к классу экспоненциальных распределений. Учитывая, что  $p_c^i(A_k) \in \{0, 1\}$ , из (4) будем иметь

$$J_{i,j}(p_c) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \ln p(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} p(\theta) d\theta + \frac{1}{\sigma^2} p_c^i \delta_{i,j}.$$

Вполне ожидаемо, что в последней оценке распределение  $f^i(x | A_k)$  не участвует. Для экспериментального исследования оценок проводилось моделирование процесса фильтрации АП для полутоновых изображений, получаемых в рамках модели гауссовских однородных случайных полей. При генерации реализаций изображения использовалась функция корреляции вида  $R(x, x', y, y') = D \exp(-\alpha_1 r)$ . На рис. 1, 2 отображены зависимости дисперсии ошибки оценивания изображения от вероятности  $P_\Delta$  появления порождающей

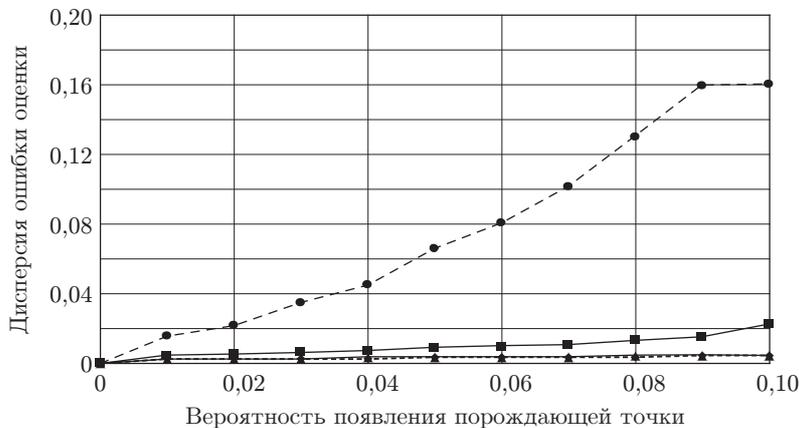


Рис. 2. Зависимости дисперсии ошибки оценивания для сильно коррелированного изображения:  $D = 1$ ,  $\alpha_1 = 0,002$ ,  $\alpha = 0,25$ ,  $\sigma^2 = 0,49$ ,  $b = -a = 0$  (обозначения кривых, как на рис. 1)

точки АП в элементе изображения. Здесь «Теор1» — оценка, получаемая при известной вероятностной модели конфигурации ЛОЗ; «Теор2» — оценка, получаемая для детерминированных конфигураций ЛОЗ; НС — результаты для нелинейного алгоритма фильтрации; ЛФ — результаты для оптимального линейного алгоритма фильтрации [2]. Плотность распределения значений пикселей, искажённых АП  $f^i(x | A_k)$ , описывалась равномерным распределением в диапазоне  $a \leq x \leq b$ . При построении алгоритма нелинейной фильтрации был использован аппарат искусственных нейронных сетей прямого распространения, которые потенциально [7] способны обеспечить восстановление любого нелинейного оператора преобразования данных. На вход сети подавался фрагмент обрабатываемого изображения размером  $5 \times 5$  пикселей для рис. 1 и  $7 \times 7$  пикселей для рис. 2.

Из рис. 1 видно, что для слабо коррелированного поля при легко обнаруживаемых координатах искажений оценка «Теор1» занижена по отношению к оценке «Теор2». Согласно рис. 2 результаты оптимального линейного фильтра значительно уступают результатам нейросетевого фильтра, которые близки к найденным оценкам нижней границы. При трудно обнаруживаемых координатах искажений оценки «Теор1» и «Теор2» приблизительно равны. Анализ приведённых примеров показывает высокое качество обработки изображений при использовании нелинейного нейросетевого алгоритма фильтрации. Однако согласно исследованиям такое качество по большей части достигается для изображений, описываемых моделью однородного случайного поля. Неоднородность реальных изображений, а также возможно большая площадь возникающих ЛОЗ не позволяют провести эффективное восстановление изображения на основе НС с фиксированной структурой. Поэтому далее рассмотрен комбинированный алгоритм обработки изображений, с помощью которого можно преодолеть указанные ограничения.

**Комбинированные алгоритмы фильтрации изображений.** Как показывает выполненный анализ, достижение нижней границы ошибки оценивания связано с обнаружением ЛОЗ. Поэтому автоматическая обработка реальных изображений затрудняется, прежде всего, необходимостью выделения областей, искажённых АП. При решении данной задачи разумным представляется введение ограничений на характер АП, т. е. необходимо, чтобы искажения отличались от полезного изображения перепадом яркости и/или изменением текстуры. С учётом этих соображений описываемый комбинированный алгоритм предполагает выполнение нескольких этапов (рис. 3), реализующих частные процедуры обработки изображений. На первом этапе производится предобработка, позволяющая повысить качество исходного изображения: удаление небольших искажений (охватывающих единицы пикселей) с использованием алгоритмов медианной фильтрации. Основная задача решается на втором—четвёртом этапах и сводится к обнаружению искажений АП путём разбиения изображения на независимые сегменты. При этом на втором этапе с помощью нейросетевого классификатора оцениваются вероятности принадлежности соседних пикселей к одному и тому же классу (классу помехи или изображения) или к разным классам (когда между пикселями проходит граница ЛОЗ). На третьем — осуществляется соединение найденных границ в связанные замкнутые контуры. На четвёртом — замкнутые

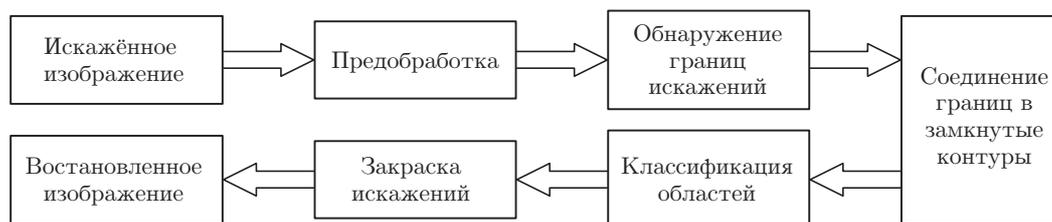


Рис. 3. Схема комбинированного алгоритма восстановления изображения

области классифицируются как участки полезного изображения и участки АП. Далее, на пятом этапе, выполняется исправление найденных искажений на основе процедур закраски отсутствующих областей изображения.

Рассмотрим детально синтезированный алгоритм выделения ЛОЗ. В его основе лежит процедура поиска разбиения графа на два класса сегментов: изображения и помехи. Необходимо отметить, что в подобной постановке разработано большое количество алгоритмов обнаружения и сегментации объектов в интерактивном режиме, например [8]. Описываемая далее процедура осуществляет решение данной задачи в автоматическом режиме. При этом в задаче поиска границ фрагментов изображения, искажённых АП, используются методы контурного анализа [9].

Пусть  $Z_m = \{(i, j): 1 \leq i, j \leq m\}$  определяет квадратную решётку. Представим обрабатываемое изображение как граф  $G = \{F, E\}$  (рис. 4, а), где  $F = \{F_{i,j}\}$ ,  $(i, j) \in Z_m$ , — интенсивности пикселей исходного цифрового изображения в точках с координатами  $(i, j)$  решётки;  $E$  — ненаблюдаемые рёбра графа, соединяющие соседние (по горизонтали и по вертикали) пиксели. Задача состоит в нахождении такого разреза  $C = \{E_1, E_2, \dots, E_N\}$  графа  $G$  ( $E_i$  — ребро графа), для которого выполняется условие независимости сегментов и минимизирует заданная целевая функция, обычно определяемая как

$$\text{Cost}(C) = \sum_{i,j=1}^m R_{i,j}(L_{i,j}) + \sum_{i,j,i',j'=1}^m E_{(i,j),(i',j')} \delta(L_{i,j}, L_{i',j'}),$$

где  $\delta(L_{i,j}, L_{i',j'}) = 1$  при  $L_{i,j} \neq L_{i',j'}$  и 0 в противном случае;  $L_{i,j}$  — метка сегмента, присвоенная пикселю с координатами  $(i, j)$ ;  $R_{i,j}(L_{i,j})$  — стоимость присвоения метки  $L_{i,j}$  пикселю  $(i, j)$ ;  $E_{(i,j),(i',j')}$  — стоимость присвоения различных меток пикселям  $(i, j)$  и  $(i', j')$ . В нашем случае первое слагаемое отсутствует, а число возможных меток равно 2.

Каждому ребру  $E_{(x_1, y_1), (x_2, y_2)}$  графа  $G$  припишем значение

$$E_{(x_1, y_1), (x_2, y_2)}^p = p(L_{(x_1, y_1)} \neq L_{(x_2, y_2)})$$

— вероятность того, что инцидентные ребру пиксели с координатами  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  взяты из разных сегментов. Задача процедуры, выполняемой на втором этапе (см. рис. 3),

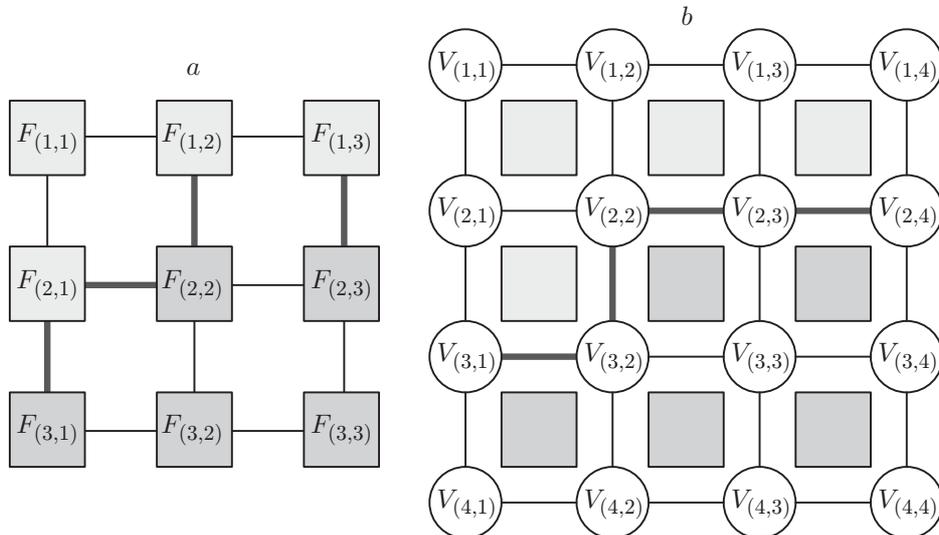


Рис. 4. Примеры графов: а — граф изображения  $G$ , б — вспомогательный граф  $G^*$

сводится к оценке данных вероятностей. Для её решения используем НС со следующей конфигурацией. На вход подаются два рассматриваемых пикселя, а также все окружающие их пиксели, расстояние от которых до ближайшего из двух на изображении не превышает  $T$ . Как показали эксперименты, при постоянных значениях яркости внутри ЛОЗ достаточно выбрать  $T = 1,5$ , что соответствует 12 входам НС. Если это условие не соблюдается, можно увеличить значение параметра  $T$ . На выходе ожидается 0, если рассматриваемые пиксели принадлежат к одному сегменту, 1 иначе. Обучающие данные НС должны содержать достаточное число примеров для случая одного сегмента как снаружи, так и внутри помехи. При необходимости для оценки вероятностей выходное значение сети можно преобразовать с помощью локальной непараметрической оценки Парзена — Розенблата с прямоугольным ядром [10], которая определяется как доля точек выборки, лежащих внутри отрезка  $[x - h, x + h]$ ,  $h$  — ширина окна,  $s$  — размер выборки:  $\hat{p}(x) = \frac{1}{2sh} \sum_{i=1}^s [ |x - x_i| < h ]$ .

Получив оценки значений плотности для случаев одного ( $\hat{p}_0(x)$ ) и разных ( $\hat{p}_1(x)$ ) сегментов, можно найти оценки искомых вероятностей:

$$p_1(x) = \frac{\hat{p}_1(x) + \alpha}{\hat{p}_0(x) + \hat{p}_1(x) + 2\alpha},$$

где  $\alpha$  — параметр сглаживания ( $\alpha = 1/q$ ,  $q$  — число значений, попавших в рассматриваемый интервал).

Поставим в соответствие рёбрам графа  $G$  значение

$$E_{(i_1, j_1), (i_2, j_2)}^{(L)} = \log \frac{E_{(i_1, j_1), (i_2, j_2)}^p}{1 - E_{(i_1, j_1), (i_2, j_2)}^p}$$

— правдоподобие того, что соответствующие ребру пиксели принадлежат к разным сегментам. Задача поиска оптимального разбиения  $C$  графа  $G$  на  $Y = \{y_i\}$ ,  $i = \overline{1, K}$ , непересекающихся несвязанных сегментов соответствует задаче минимизации выражения

$$U = \arg \min_{C \subset E} \sum_{e \in C} -e^{(L)}, \quad (6)$$

где  $C = \{E_1, E_2, \dots, E_N\}$  — минимальный разрез графа  $G$ . В данной постановке задача является  $NP$ -трудной [11], поэтому будем искать её приближённое решение.

Так как границы сегментов — это замкнутые контуры, решение можно получить поиском правдоподобных замкнутых циклов на изображении. Пусть  $Z'_m = \{(i, j): 1 \leq i, j \leq m + 1\}$  задаёт квадратную решётку, тогда определим вспомогательный граф  $G^* = \{V^*, E^*\}$  (рис. 4, *b*), в котором вершины  $V^* = \{V_{i,j}^*\}$ ,  $(i, j) \in Z'_m$ , — это углы пикселей изображения, а рёбра  $E^*$  — стороны пикселей. Для простоты в дальнейшем будем опускать символ  $V$  при обозначении координат вершины графа. Припишем каждому ребру графа три значения:  $E^{*1}$ ,  $E^{*2}$  и  $p$ . Для рёбер, принадлежащих краю изображения положим  $E^{*1} = 0$ ,  $E^{*2} = 1$ ,  $p = 0,5$ , что будет соответствовать отсутствию информации. В

противном случае

$$\begin{aligned}
 E_{(i,j),(i+1,j)}^{*1} &= E_{(i,j-1),(i,j)}^{(L)}, & 1 \leq i \leq m, & 2 \leq j \leq m+1; \\
 E_{(i,j),(i,j+1)}^{*1} &= E_{(i-1,j),(i,j)}^{(L)}, & 2 \leq i \leq m+1, & 1 \leq j \leq m; \\
 E_{(i,j),(i+1,j)}^{*2} &= -\log E_{(i,j-1),(i,j)}^p, & 1 \leq i \leq m, & 2 \leq j \leq m+1; \\
 E_{(i,j),(i,j+1)}^{*2} &= -\log E_{(i-1,j),(i,j)}^p, & 2 \leq i \leq m+1, & 1 \leq j \leq m; \\
 p_{(i,j),(i+1,j)} &= E_{(i,j-1),(i,j)}^p, & 1 \leq i \leq m, & 2 \leq j \leq m+1; \\
 p_{(i,j),(i,j+1)} &= E_{(i-1,j),(i,j)}^p, & 2 \leq i \leq m+1, & 1 \leq j \leq m,
 \end{aligned} \tag{7}$$

или

$$E_{(i,j),(i',j')}^{*1} = E_{(x_1,y_1),(x_2,y_2)}^{(L)}, \quad E_{(i,j),(i',j')}^{*2} = -\log E_{(x_1,y_1),(x_2,y_2)}^p,$$

$$p_{(i,j),(i',j')} = E_{(x_1,y_1),(x_2,y_2)}^p, \quad |i-i'| + |j-j'| = 1, \quad (i,j) \in Z_m, \quad (i',j') \in Z_m,$$

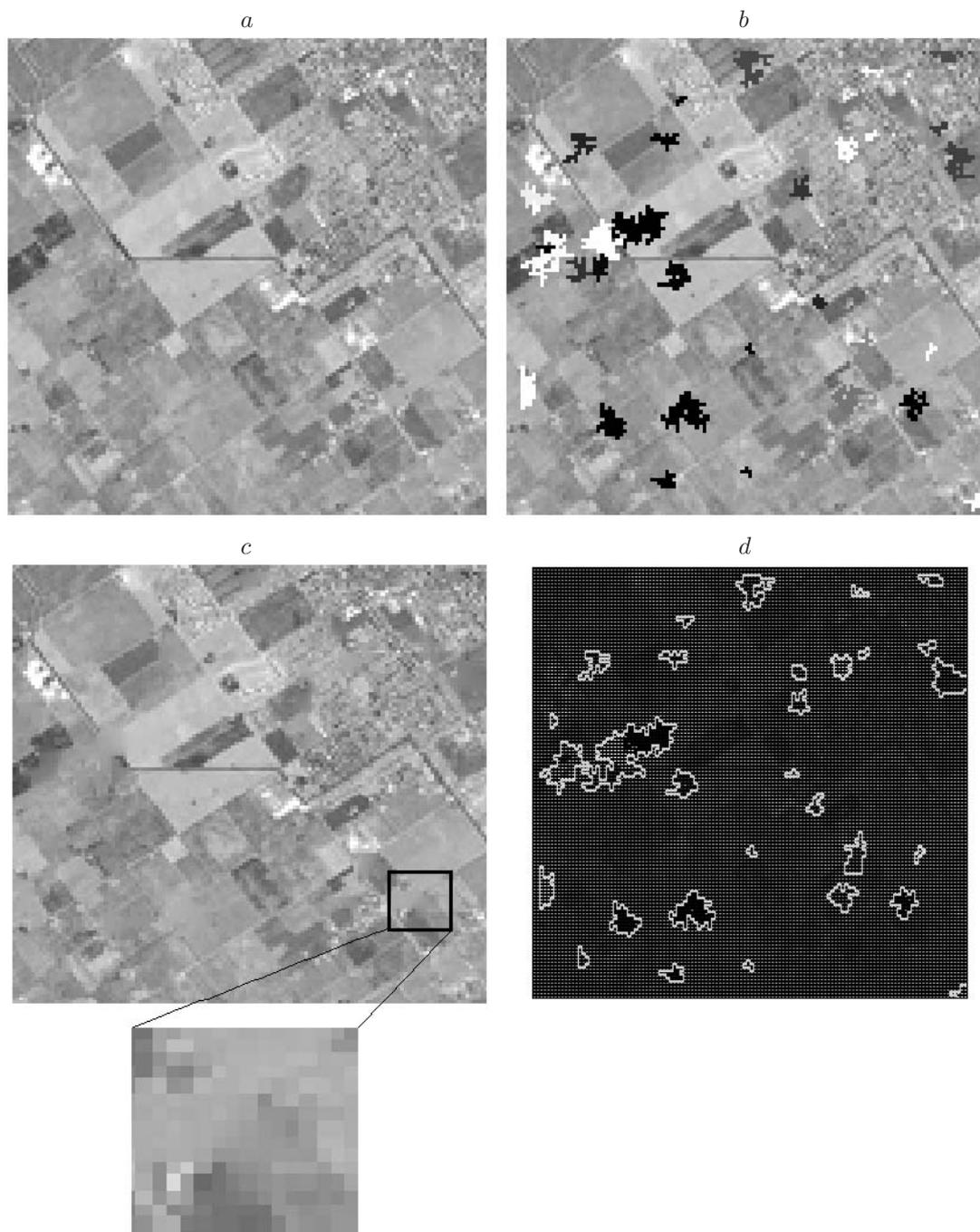
где  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  — координаты пары соседних пикселей изображения, между которыми проходит ребро;  $E^{*1}$  — правдоподобие наличия границы;  $E^{*2}$  — количество информации, требуемое для описания того, что два пикселя изображения принадлежат к разным классам;  $p$  — вероятность наличия границы.

Любой цикл  $P = \{V_1, V_2, \dots, V_N, V_1\}$  на графе  $G^*$  делит обрабатываемое изображение на две независимые части. Для того чтобы включение в  $C$  рёбер  $G^*$ , соответствующих  $P$ , могло минимизировать (6), необходимо, чтобы правдоподобие найденного цикла имело значение больше 0:

$$\text{Likelihood}(P) = \sum_{k=2}^N E_{V_{k-1}, V_k}^{*1} + E_{V_1, V_N}^{*1} > 0, \quad V_h \in P, \quad h = \overline{1, N}.$$

Как правило, наиболее вероятные циклы в графе удовлетворяют данному требованию. Из (7) видно, что чем меньше сумма значений  $E^{*2}$  рёбер цикла, тем он вероятнее, поэтому задача состоит в поиске минимальных циклов на  $G^*$  по значениям рёбер  $E^{*2}$ . Так как они всегда положительны, целесообразным является использование эффективных процедур поиска минимального пути на графе, например алгоритма Дейкстры. Поиск циклов выполняется следующим образом: для каждого ребра  $E_{(i_1, j_1), (i_2, j_2)}^*$  из  $G^*$  при  $p_{(i_1, j_1), (i_2, j_2)} > u$  ( $u$  — некоторая пороговая вероятность) выполняется поиск минимального пути из  $V_{(i_1, j_1)}^*$  в  $V_{(i_2, j_2)}^*$  при условии запрета перехода по ребру  $E_{(i_1, j_1), (i_2, j_2)}^*$ . Найденный в результате поиска цикл  $P$  отвергается, если  $\text{Likelihood}(P) < 0$ , иначе он запоминается в массиве найденных путей  $P^*$ .

Главной проблемой алгоритмов сегментации, основанных на поиске наиболее вероятных циклов на изображении, является то, что короткие циклы зачастую обладают большей вероятностью, чем длинные. Для увеличения длины находимых циклов предлагается две модификации алгоритма. Первая состоит в умножении значений рёбер графа в процессе поиска на значение некоторой невозрастающей функции  $I(r)$ , зависящей от расстояния до



*Рис. 5.* Процесс восстановления изображения разработанным алгоритмом: *a* — неискажённое изображение; *b* — искажённое изображение; *c* — восстановленное изображение; *d* — границы обнаруженных искажений

стартового ребра; вторая — во введении зависимости цены перехода по ребру в процессе поиска от вероятностей предшествующих рёбер маршрута. Пусть на некотором этапе поиска пути рассматривается возможность перехода из вершины  $V_{k-1}$  в вершину  $V_k$  и  $W_{k-1} = \{V_0, V_1, \dots, V_{k-1}\}$  — лучший найденный маршрут до вершины  $V_{k-1}$ ;  $A_{k-1}$  — стоимость следования по маршруту  $W_{k-1}$ . Тогда цена перехода по ребру  $V_{k-1, k}$  в вершину  $V_k$  зависит от вероятностей  $p_{0,1}, \dots, p_{k-2, k-1}, p_{k-1, k}$  предшествующих рёбер маршрута следующим образом:

$$A_k = A_{k-1} + E_{k-1, k}^{*2} S_k, \quad S_k = S_{k-1} D^{p_{k-1, k}} I^{1-p_{k-1, k}}, \quad S_0 = 1, \quad D \leq 1, \quad I \geq 1,$$

где  $I$  и  $D$  — некоторые коэффициенты уменьшения и увеличения стоимости перехода по ребру. Таким образом, чем больше шагов сделано по высоковероятным рёбрам маршрута, тем меньше стоимость следующего шага; шаг через неправдоподобное ребро повышает цену следующего шага. Заметим, что при использовании данных модификаций найденный маршрут не обязательно будет оптимальным.

Определив замкнутые контуры на изображении, можно выделить сегменты изображения алгоритмом поиска связных компонент. Два соседних пикселя будут считаться принадлежащими к одному сегменту, если между ними не проходит ребро из  $P^*$ . Пусть  $Y = \{y_i\}$ ,  $i = \overline{1, K}$ , — множество полученных таким образом сегментов, а  $b_{i, j}$ ,  $i, j = \overline{1, K}$ , — множества рёбер, которые разделяют сегменты  $y_i$  и  $y_j$ . Аналогично переопределим правдоподобие  $b_{i, j}$  как сумму всех значений  $E^{(L)}$  рёбер графа  $G$ , соединяющих соответствующие вершины сегментов  $y_i$  и  $y_j$ . Если  $\text{Likelihood}(b_{i, j}) < 0$ , то эти рёбра можно удалить путём слияния  $y_i$  и  $y_j$  и заново пересчитать  $\text{Likelihood}(b_{i, j})$  для изменившихся сегментов. Порядок проведения слияния имеет важное значение, поэтому в первую очередь следует исключать наиболее неправдоподобные границы. Процесс повторяется до тех пор, пока они присутствуют на изображении.

Выделенные сегменты требуют разбиения на два класса: изображения и помехи. Все сегменты с площадью больше  $T_{\max}$  будем считать принадлежащими к классу изображения. Ошибки НС на этапе детектирования рёбер могут проявиться в виде небольших сегментов класса изображения, состоящих из нескольких пикселей. Чтобы найти их, объединим все соседние сегменты, не принадлежащие к классу изображения, для устранения сегментов, примыкающих к более крупным сегментам, которые могут привести к серьёзным погрешностям на этапе закраски. Сегменты, имеющие площадь меньше  $T_{\min}$ , будем считать сегментами полезного изображения. Это требует отсутствия искажений площади меньше  $T_{\min}$ , что достигается определённой предобработкой исходного изображения. Оставшиеся неклассифицированные сегменты будем считать принадлежащими к классу помехи. Помимо площади сегментов для классификации возможно использовать и другую информацию, такую как периметр искажения, форму или текстуру. Результаты обработки фрагмента изображения [12] для модели аппликативной помехи, описанной в [3], на данном этапе приведены на рис. 5.

На последнем этапе проводится закрашка искажённых частей изображения, для чего, в частности, можно воспользоваться алгоритмом [13].

**Закключение.** Таким образом, применение комбинированного подхода к решению задачи позволяет добиться приемлемых результатов при фильтрации аппликативных помех на реальных изображениях. Разработанный многоэтапный алгоритм, объединяющий процедуры классификации элементов изображения (поиска рёбер графа), поиска пути на графе, сегментации и закрасивания отсутствующих частей изображений для удаления аппликативных помех, даёт возможность проводить процедуру восстановления более эффективно по сравнению с алгоритмами линейной и нелинейной фильтрации, синтезируемыми на основе моделей однородных случайных полей изображений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Egmont-Petersen M., de Ridder D., Handels H.** Image processing with neural networks — a review // Pattern Recogn. 2002. **35**, N 10. P. 2279–2301.
2. **Киричук В. С., Куликов В. А.** Быстрый алгоритм выделения граничных точек на изображениях // Автометрия. 2011. **47**, № 3. С. 19–24.
3. **Сирота А. А., Попов В. Г.** Статистические и нейросетевые алгоритмы восстановления цифровых изображений в условиях аппликативных искажений // Вестн. ВГУ. Сер. Системный анализ и информационные технологии. 2006. № 1. С. 115–120.
4. **Алгазинов Э. К., Сирота А. А.** Анализ и компьютерное моделирование информационных процессов и систем. М.: Диалог-МИФИ, 2009. 416 с.
5. **Теребиж В. Ю.** Введение в статистическую теорию обратных задач. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 376 с.
6. **Тихонов В. И., Харисов В. Н.** Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.
7. **Cybenco G.** Approximation by superpositions of a sigmoidal function // Math. Control Signals and Systems. 1989. **2**, N 4. P. 303–314.
8. **Boycov Y., Jolly M. P.** Interactive graph cuts for optimal boundary and region segmentation of objects in N-D images // Proc. of the Intern. Conf. on Computer Vision. 2001. Vol. 1. P. 105–112.
9. **Введение** в контурный анализ: приложения к обработке изображений и сигналов /Под ред. Я. А. Фурмана. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 592 с.
10. **Parzen E.** On the estimation of a probability density function and mode // Ann. Math. Statist. 1962. **33**, N 3. P. 1065–1076.
11. **Kolmogorov V., Zabih R.** What energy functions can be minimized via graph cuts? // IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2004. **26**, N 2. P. 147–159.
12. **The USC-SIPI Image Database** // University of Southern California.  
URL: <http://sipi.usc.edu/database/> (дата обращения: 24.02.2012).
13. **Bertalmio M., Sapiro G., Caselles V., Ballester C.** Image inpainting // Proc. of the ACM Conf. Computer Graphics (SIGGRAPH). July, 2000. P. 417–424.

*Поступила в редакцию 24 февраля 2012 г.*

---