

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.383

МОДЕЛЬ ИНЕРЦИОННОГО ФОТОПРИЁМНОГО УСТРОЙСТВА  
ДЛЯ АНАЛИЗА ПОРОГОВОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ  
В ЗАДАЧЕ ОБНАРУЖЕНИЯ  
ДВИЖУЩЕГОСЯ ТОЧЕЧНОГО ОБЪЕКТА

В. А. Иванов, В. С. Киричук

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1  
E-mail: vaivanov@iae.nsk.su*

Предложена модель пеленгационной характеристики движущегося точечного объекта для инерционного фотоприёмного устройства. Модель позволяет вычислять значения пеленгационной характеристики в зависимости от параметров устройства и скорости объекта, которые являются основой для расчёта вероятности обнаружения движущихся точечных объектов. Приведены результаты численных экспериментов.

*Ключевые слова:* фотоприёмное устройство, пеленгационная характеристика, точечный объект.

**Введение.** Точечным объектом считается световое пятно, спроектированное на плоскость матрицы фотоприёмного устройства (ФПУ), эффективный диаметр которого соизмерим с размером элемента матрицы.

Пеленгационная характеристика (ПХ) — зависимость амплитуды отклика от положения точечного движущегося объекта относительно элементов матричного фотоприёмника. Пеленгационная характеристика инерционного матричного ФПУ позволяет исследовать пороговую чувствительность при обнаружении с заданной вероятностью подвижных точечных объектов. Основными факторами, определяющими ПХ, являются параметры инерционного ФПУ и скорость перемещения точечного объекта. Другие факторы: шум, неравномерность чувствительности элементов матрицы, фотосвязь — здесь не рассматриваются. Частично они представлены в [1, 2]. Инерционность ФПУ — это время установления стационарного значения выходного сигнала при включении/выключении источника постоянной яркости. Она обусловлена физическими свойствами матрицы, величиной яркости источника излучения и схемами считывания ФПУ [3–6].

Целью данного исследования являются разработка и анализ модели пеленгационной характеристики при различных параметрах инерционного ФПУ и скорости подвижного точечного объекта, а также проверка адекватности модели реальным данным.

**Формирование отклика при движении объекта.** Модель точечного объекта представим в виде

$$\text{obj}(x, y) = E_0 \exp \left[ -\frac{(x - x_c)^2}{2r_x^2} - \frac{(y - y_c)^2}{2r_y^2} \right],$$

где  $x_c, y_c$  — координаты центра изображения объекта (obj);  $E_0$  — нормирующий множитель;  $r_x, r_y$  — эффективные радиусы по координатам  $x$  и  $y$ .

Изображение объекта формируется путём накопления значений яркости пятна при его движении относительно элементов матрицы со скоростью  $\mathbf{V}(v_x, v_y)$  в течение времени накопления  $\tau_n$ . Величина  $\tau_n \leq \tau_k$ , где  $\tau_k$  — интервал времени между кадрами.

Разбив траекторию движения пятна в течение времени  $\tau_H$  на  $NS$  интервалов, вычислим яркость пятна на каждом интервале, а затем найдём среднее значение сигнала в каждом пикселе матрицы, в котором произошла засветка при движении объекта:

$$D(k) = \frac{A}{NS} \sum_{i=1}^{NS} \text{obj}(s + \mathbf{V}i), \quad i = \overline{1, NS}, k = \overline{1, NK}. \quad (1)$$

Здесь  $D(k)$  — изображение пятна, накопленное за  $k$ -й кадр при движении объекта;  $\text{obj}$  — текущее изображение пятна с вектором координат  $s + \mathbf{V}i$ ,  $s = (x - x_c, y - y_c)$ ,  $\mathbf{V}i$  — текущее приращение координат;  $A$  — амплитуда объекта;  $NK$  — число кадров генерируемой последовательности.

*Моделирование пеленгационной характеристики движущегося объекта.* Объект — гауссоида с координатами центра  $x_c, y_c$  и эффективными радиусами  $r_x, r_y$ . Изображение точечного объекта формируется на фрагменте размером  $5 \times 5$  пикселей интегрированием гауссоиды в каждом квадратном пикселе с межпиксельным промежутком  $\Delta$ .

На рис. 1 приведены графики пеленгационных характеристик  $P(k) = \max(D(k))$  в зависимости от номера кадра  $k = \overline{1, 50}$  для скоростей движения объекта по диагонали  $v_x = v_y = [0,025; 0,125; 0,25; 0,375]$  пиксель/кадр (п/к) с параметрами объекта:  $x_c = 10$ ,

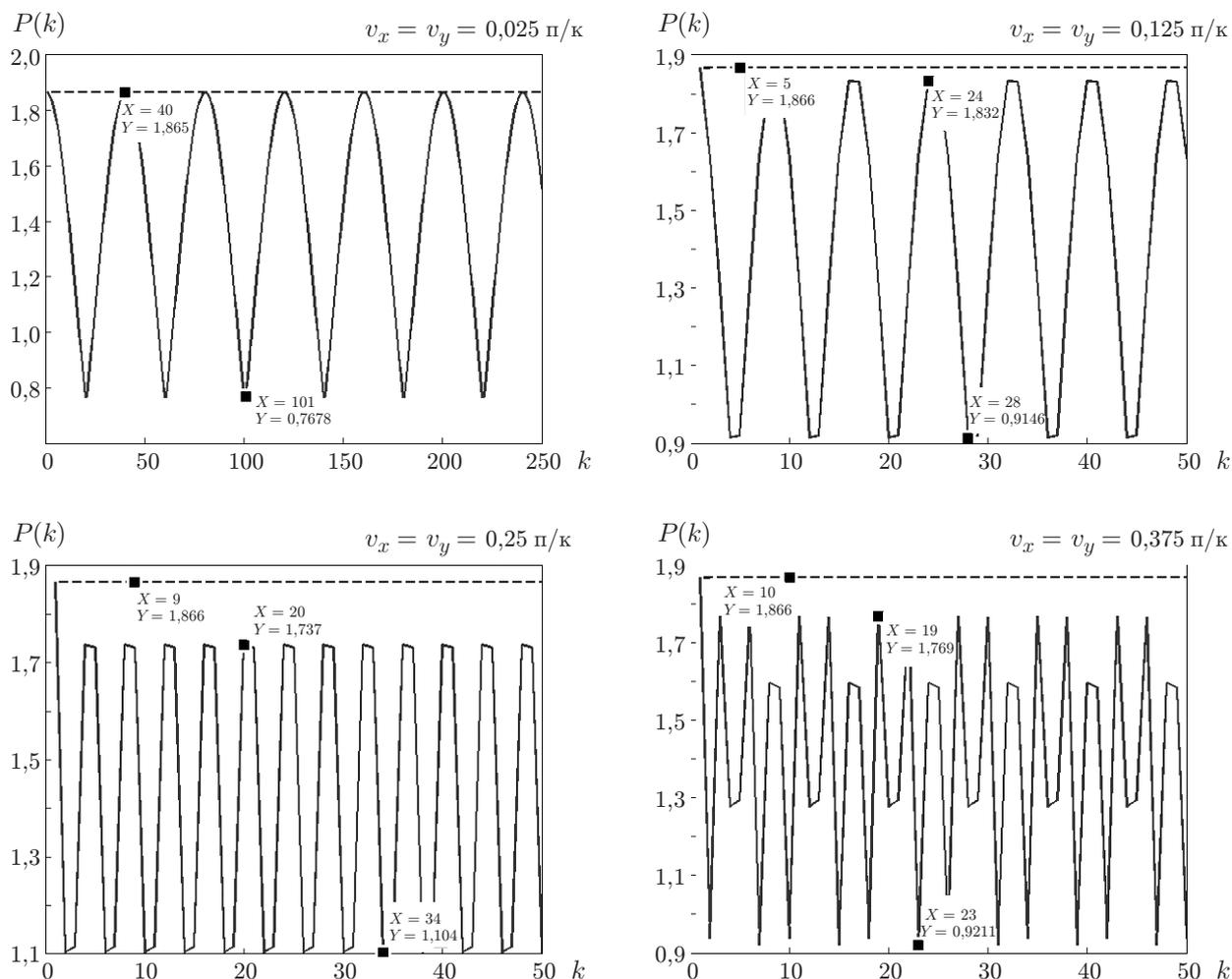


Рис. 1

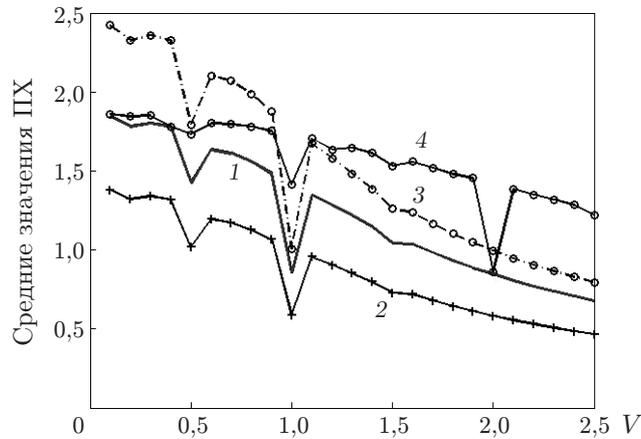


Рис. 2

$y_c = 10$ ,  $A = 3$ ,  $r_x = 0,4$ ,  $r_y = 0,4$ ,  $\Delta = 0$ . Время накопления сигнала  $\tau_n$  равно интервалу времени между кадрами  $\tau_k$ .

На рис. 2 приведены графики средних значений ПХ, вычисляемых на интервале стационарности, в зависимости от скорости для четырёх наборов параметров. Данные получены при шаге по скорости 0,05 п/к. Параметры для графиков (для кривых 2–4 меняется один из параметров, остальные, как для 1): кривая 1 —  $x_c = 10$ ,  $y_c = 10$ ,  $A = 3$ ,  $r_x = 0,4$ ,  $r_y = 0,4$ ,  $\Delta = 0$ ,  $\tau_n = \tau_k$ ; 2 —  $\Delta = 0,1$ ; 3 —  $r_x = 0,35$ ,  $r_y = 0,35$ ; 4 —  $\tau_n = \tau_k/4$ . Выбросы на кривых обусловлены значениями скорости, кратными размеру пикселя.

Из рис. 2 видно, что величина межпиксельного промежутка существенно влияет на пеленгационную характеристику (кривая 2); уменьшение эффективного радиуса (3) качественно не меняет формы кривой, кроме очевидного увеличения амплитуды отклика, что связано с энергией сигнала в центральном пикселе пятна; время накопления  $\tau_n = \tau_k/4$  (4) ослабляет зависимость от скорости объекта. Из приведённых данных следует, что пеленгационная характеристика при  $|\mathbf{V}| < 0,1$  п/к слабо зависит от скорости объекта и практически полностью определяется параметрами ФПУ.

**Модели инерционности.** Сложность учёта инерционности связана с её нелинейной зависимостью от физических процессов, происходящих в ФПУ.

*Модель первого порядка.* В первом приближении модель инерционности можно принять в виде дифференциального уравнения первого порядка

$$T(dy_1(t))/dt + y_1(t) = x(t). \quad (2)$$

Соответствующее разностное уравнение первого порядка запишется как

$$Y_1(t+1) = (1 - \alpha)Y_1(t) + \alpha x(t), \quad (3)$$

где  $\alpha = 1/T$ ,  $T$  — постоянная времени. Решение непрерывного неоднородного уравнения (2) при единичном ступенчатом входном сигнале  $x(t) = 1(t)$  и нулевых начальных условиях имеет вид

$$y_1(t) = (1 - e^{-t/T}). \quad (4)$$

Переходная характеристика яркости пикселя матрицы (инерционная кривая) получается включением/выключением точечного источника излучения, причём пиксель расположен в центре светового пятна.

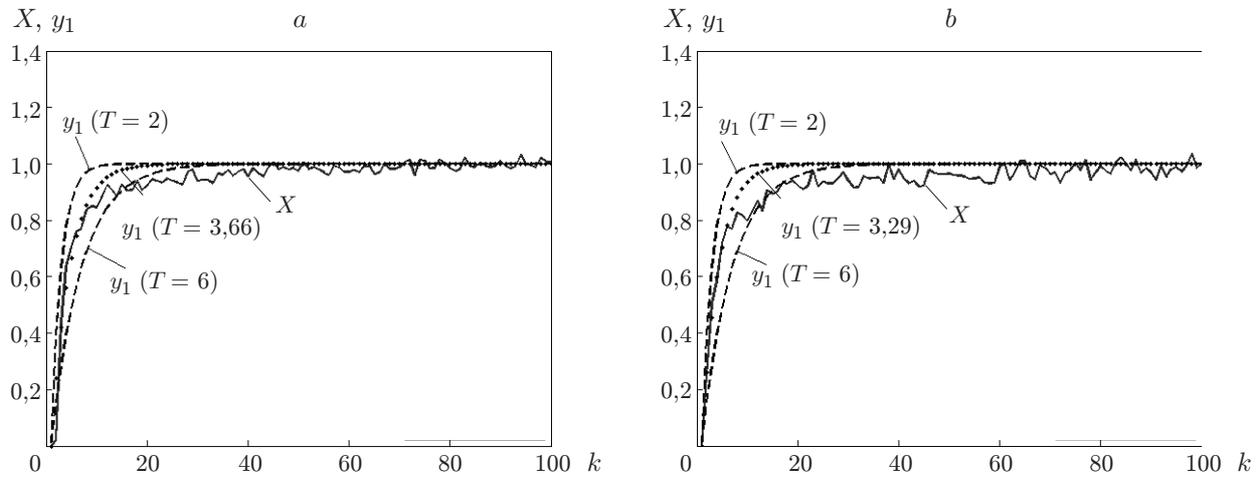


Рис. 3

На рис. 3, *a* представлена нормализованная инерционная кривая  $X(k) = \frac{I(k) - \hat{I}_0}{\hat{I}_1 - \hat{I}_0}$ ,  $k = \overline{1, NK}$ ,  $NK = 100$ , характеризующая инерционность одного из пикселей реальной матрицы, где  $I(k)$  — исходные значения яркости,  $\hat{I}_0$  — среднее значение яркости до включения,  $\hat{I}_1$  — среднее значение стационарной части  $I(k)$  после включения источника излучения. Кривая  $y_1$  соответствует описанию (4) с параметром  $T = 3,66$ , полученным минимизацией функционала  $J = \min_T \sum_k (X(k) - y_1(k))^2 / NK$ . Для сравнения приведены две кривые  $y_1$  с постоянными времени  $T = [2, 6]$ , которые являются граничными значениями для большинства элементов матрицы:  $J = 0,0049$  ( $T = 2$ ),  $J = 0,0018$  ( $T = 3,66$ ),  $J = 0,00316$  ( $T = 6$ ). Из рисунка видно, что кривая  $y_1$  ( $T = 3,66$ ) наиболее близка к кривой инерционности. На рис. 3, *b* представлены такие же данные, но для другого пикселя матрицы. Оценка постоянной времени  $T = 3,29$ , а значения функционалов  $J = 0,00517$  ( $T = 2$ ),  $J = 0,00288$  ( $T = 3,29$ ),  $J = 0,00388$  ( $T = 6$ ).

Значения функционалов и графики на рис. 3 указывают на неполное соответствие кривой инерционности модели первого порядка.

*Модель второго порядка.* Для более точного описания инерционности рассмотрим модель второго порядка, состоящую из двух инерционных звеньев с двумя постоянными времени и представленную дифференциальным уравнением

$$T_1 T_2 \frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dy_2(t)}{dt} + y_2(t) = x(t), \quad (5)$$

а также разностное уравнение

$$Y_2(t+2) = (2 - a_1)Y_2(t+1) + (a_1 - a_0 - 1)Y_2(t) + a_0 x(t), \quad (6)$$

где  $a_1 = (T_1 + T_2)/(T_1 T_2)$ ;  $a_0 = 1/(T_1 T_2)$ ;  $x(t)$  — входной сигнал.

Решение уравнения (5) при единичном ступенчатом входном сигнале  $x(t) = 1(t)$  записывается в виде

$$y_2(t) = (1 - C_1 e^{-t/T_1} - C_2 e^{-t/T_2}),$$

где постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определяются начальными условиями. Подобное описание инерционности уравнениями первого (2) и второго (5) порядков использовано в [6]. Если  $y_2(0) = 0$ ,

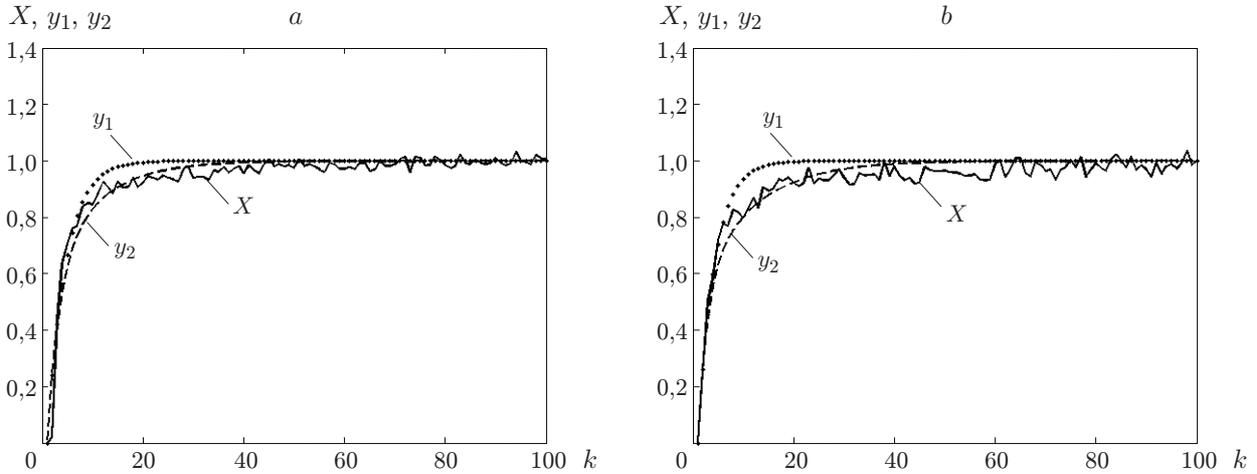


Рис. 4

то  $C_2 = 1 - C_1$  и решение (5) имеет вид

$$y_2(t) = 1 - C_1 e^{-t/T_1} - (1 - C_1) e^{-t/T_2}. \quad (7)$$

Из (7) следует, что данное решение с помощью параметров  $T_1, T_2, C_1$  может обеспечить достаточно крутой начальный фронт и довольно длительный выход на стационарное значение. Параметры  $T_1, T_2, C_1$  оцениваются по переходной характеристике инерционности, которую можно получить включением/выключением точечного источника излучения при его регистрации реальным фотоприёмником.

На рис. 4, *a* представлены инерционная кривая одного из пикселей реальной матрицы  $X(k)$  (см. рис. 3, *a*) и кривые  $y_1, y_2$ . Оценивание параметров осуществлялось минимизацией функционалов  $J_1$  и  $J_2$  для описания инерционности первым (4) и вторым (7) порядками. Полученные значения параметров:  $T = 3,66$ ,  $T_1 = 2,32$ ,  $T_2 = 9,26$ ,  $C_1 = 0,578$ . Значения  $J_1 = 0,0018$  и  $J_2 = 0,00128$  свидетельствуют о более точном соответствии модели второго порядка ( $J_2 < J_1$ ) данной кривой инерционности. Графики для другого пикселя матрицы приведены на рис. 4, *b* со следующими значениями параметров и функционалов:  $T = 3,29$ ,  $T_1 = 1,72$ ,  $T_2 = 10,56$ ,  $C_1 = 0,539$ ,  $J_1 = 0,0033$  и  $J_2 = 0,0018$ . Из рис. 4 следует, что реальные инерционные кривые точнее описываются уравнением (5).

**Имитация пеленгационной характеристики инерционного ФПУ.** Алгоритм имитации ПХ состоит из формирования текущего кадра движущегося объекта согласно (1), вычисления максимального значения яркости объекта, формирования «инерционных кадров» (фильтры (3), (6)) и вычисления максимальных значений яркости объекта в этих кадрах. Имитацию ПХ начинаем с кадра, в котором объект неподвижен и расположен в центре пикселя.

**Результаты моделирования.** Для принятых моделей были проведены вычислительные эксперименты по получению ПХ с различными значениями скорости объекта и инерционности ФПУ. Отклик объекта зависит от параметров ФПУ ( $A, \Delta, r_x, r_y, x_c, y_c$ ). В вычислительных экспериментах в первом кадре объект располагается в центре пикселя матрицы, а величина  $A = 3$ . Отклик также зависит от величины вектора скорости  $\mathbf{V}(v_x, v_y)$  объекта и постоянных времени инерционности  $T$  (первый порядок),  $T_1, T_2$  (второй порядок).

На рис. 5, *a, b* представлены пеленгационные характеристики  $P(k), P_1(k), P_2(k)$  (без инерционности, первый и второй порядки) для параметров:  $T = 2,5$ ,  $T_1 = 1,5$ ,  $T_2 = 5$ ,  $A = 3$ ,  $r_x = r_y = 0,4$ ,  $\Delta = 0,1$ , двух значений скоростей  $\mathbf{V}(v_x, v_y) = [0,025; 0,025]$ ,  $\mathbf{V}(v_x, v_y) =$

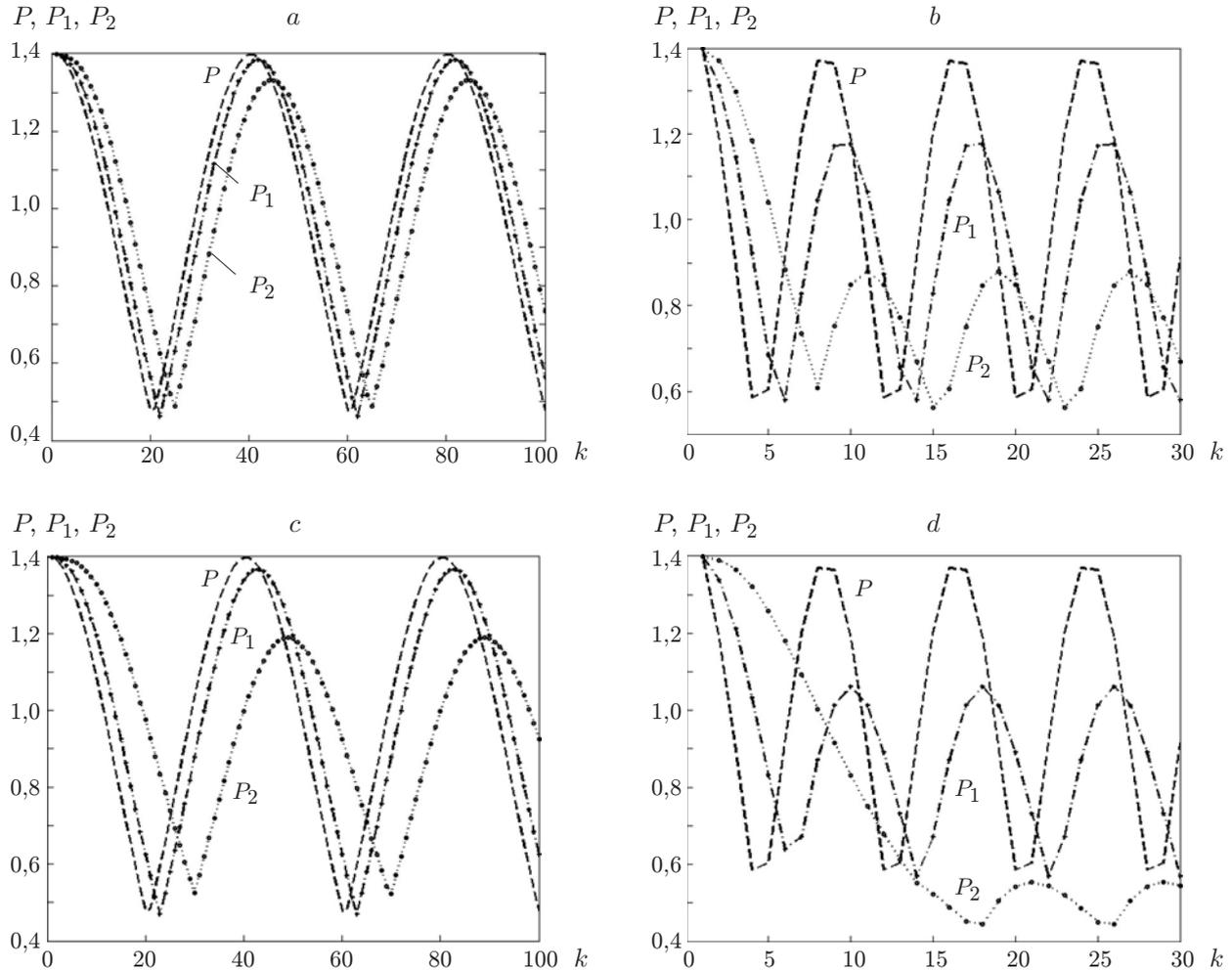


Рис. 5

$= [0,125; 0,125]$  и  $\tau_{\text{н}} = \tau_{\text{к}}$ . На рис. 5, *c, d* показаны такие же графики для бóльших значений параметров инерционности:  $T = 3,5$ ,  $T_1 = 2,5$ ,  $T_2 = 10$ .

На рис. 6, *a, b* приведены графики средних значений ПХ в зависимости от скорости. Параметры ФПУ соответствуют рис. 5. Средние значения вычисляются по стационарной части пеленгационной характеристики для каждого значения скорости (например, на рис. 5, *b* вычисление среднего для одного значения скорости осуществляется при  $k > 15$  по нескольким периодам ПХ). Шаг по скорости на рис. 6 составлял 0,05 п/к (график 1 — данные без инерционности, 2 — фильтр первого порядка, 3 — фильтр второго порядка).

Из рис. 5, 6 следует, что инерционность значительно снижает средние значения пеленгационных характеристик, и это уменьшает обнаружительную способность точечных движущихся объектов.

**Проверка адекватности модели.** Для проверки адекватности модели использованы две нормализованные реальные ПХ движущегося объекта (для двух значений скорости), которые имеют значительную модуляцию по амплитуде (объект движется по траектории, близкой к диагонали, и движение начинается не из центра пикселя).

На рис. 7, *a, b* представлены графики двух реальных пеленгационных характеристик  $\text{Pr}(k)$  (нормализованных под модельные линейным преобразованием) для скоростей объектов  $\mathbf{V}(v_x, v_y) = [0,0252; 0,0277]$  и  $\mathbf{V}(v_x, v_y) = [0,125; 0,137]$  соответственно, которые начинают движение после 14 и 43 кадра. На рис. 7, *c, d* даны графики реальных  $\text{Pr}(k)$  и

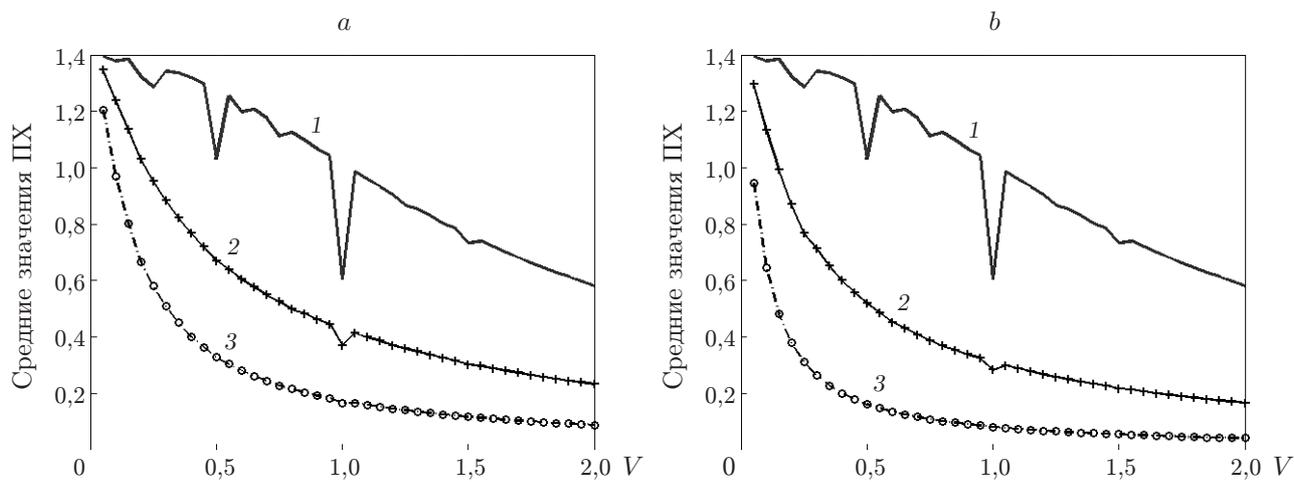


Рис. 6

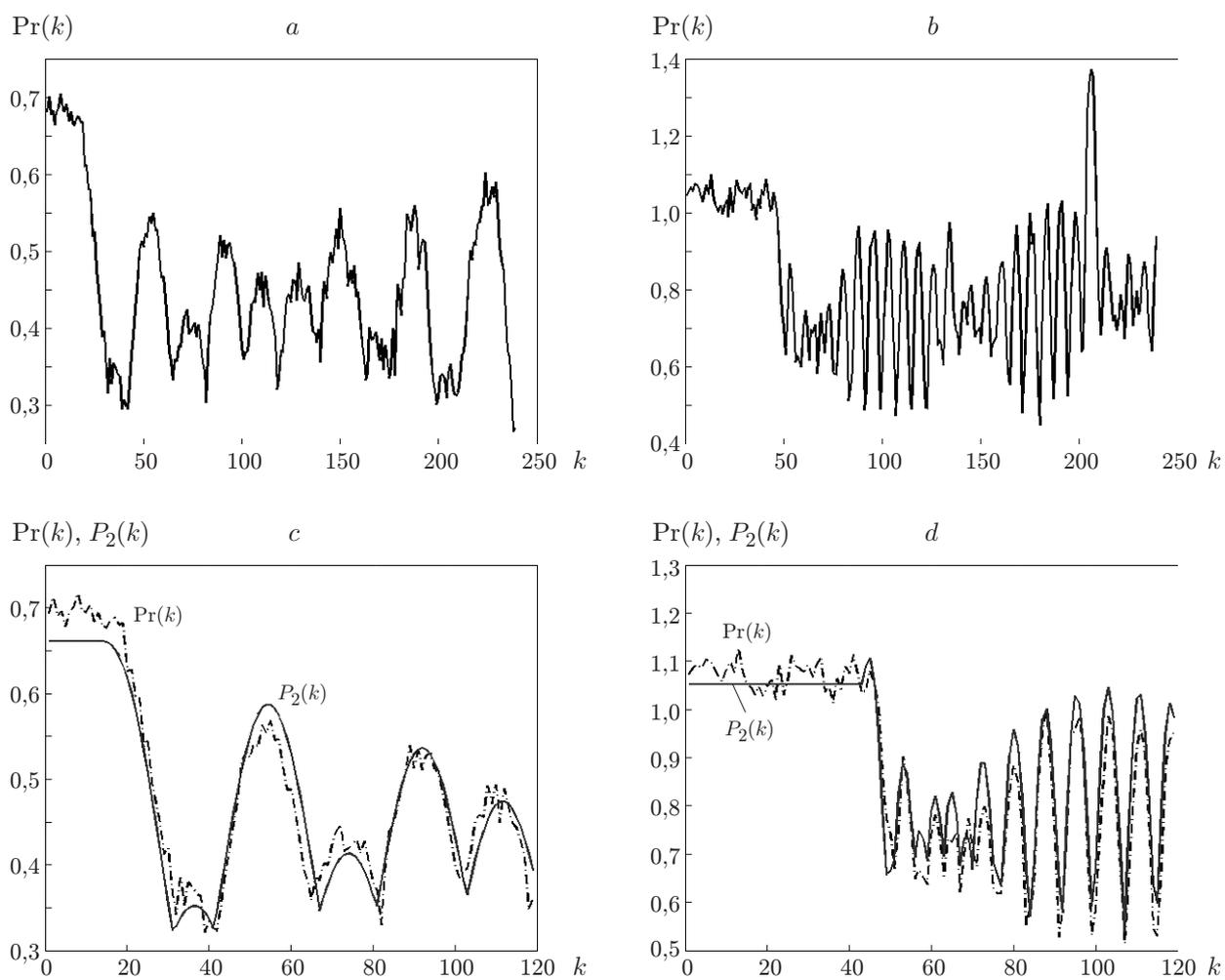


Рис. 7

$a, c$		$b, d$	
$J_0$	0,2928	$J_0$	5,4360
$J_1$	0,2452	$J_1$	2,2368
$J_2$	0,2275	$J_2$	1,8334

модельных  $P_2(k)$  пеленгационных характеристик (с увеличенным масштабом по  $k$ ) для фильтра второго порядка (графики для случаев без фильтра и фильтра первого порядка не приводятся, так как они аналогичны).

Оценивание параметров моделей осуществлялось минимизацией функционалов  $J_0$  (без фильтра),  $J_1$  (фильтр первого порядка),  $J_2$  (фильтр второго порядка).

Из сравнения значений функционалов, представленных в таблице, следует, что для больших скоростей объекта предпочтительнее аппроксимация фильтром второго порядка.

**Заключение.** Разработанная модель позволяет описать реальные данные и вычислить ПХ инерционного ФПУ (в зависимости от его параметров и скорости движения точечного объекта) и необходима при оценке статистических критериев системы обнаружения точечных объектов. Для описания инерционности целесообразно использовать модель второго порядка. Полученные результаты показали, что наличие инерционности и скорость точечного объекта (больше 0,125 п/к) существенно влияют на поведение пеленгационных характеристик.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гридин А. С., Дмитриев И. Ю., Васильев В. Н.** Влияние пеленгационных характеристик и разброса чувствительности элементов фотоприемника на распределение пороговой чувствительности оптико-электронного прибора // Тр. конф. «Прикладная оптика-2006». Т. 1. С. 139–143. URL: [http://www.niiki.ru/doc/konf/ro2006/1\\_33.pdf](http://www.niiki.ru/doc/konf/ro2006/1_33.pdf) (дата обращения: 13.07.2012).
2. **Васильев В. Н., Гридин А. С.** Методы калибровки системных параметров многоканальных оптико-электронных приборов // Приборостроение. 2005. № 3. С. 58–61.
3. **Smith R. M., Zavodny M., Rahmer G., Bonati M.** A theory for image persistence in HgCdTe photodiodes // Proc. SPIE. 2008. **7021**. 70210J.
4. **Smith R. M., Zavodny M., Rahmer G., Bonati M.** Calibration of image persistence in HgCdTe photodiodes // Ibid. 70210K.
5. **Simms L. M., Figer D. F., Hanold B. J. et al.** First use of a HyViSI H4RG for astronomical observations // Proc. SPIE. 2007. **6690**. 66900H.
6. **Simms L. M.** Hybrid CMOS SiPIN detectors as astronomical imagers: Ph. D. dissertation. Stanford University, 2009. URL: <http://gradworks.umi.com/3395872.pdf> (дата обращения: 13.07.2012).

*Поступила в редакцию 13 июля 2012 г.*