

## СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ И ПРОМЫШЛЕННОСТИ

УДК 62-40

### СОВМЕСТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПО СИСТЕМНЫМ КРИТЕРИЯМ КАЧЕСТВА ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ПРОЦЕССОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ТЕПЛОФИЗИКИ В ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ КОМПЛЕКСАХ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛА ДАВЛЕНИЕМ\*

Ю. Э. Плешивцева, Э. Я. Рапопорт

*Самарский государственный технический университет,  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244  
E-mail: rapoport@samgtu.ru*

Предлагается метод решения задачи совместной оптимизации по системным критериям качества теплофизических процессов предварительного нагрева и последующей пластической деформации металлических полуфабрикатов в производственных комплексах обработки металла давлением в условиях свободы выбора допустимых начальных температурных состояний перед операцией пластического деформирования, связывающих эти процессы в единую технологическую систему. Возможности практического применения метода иллюстрируются на примере технологического комплекса, предназначенного для изготовления пресс-изделий из алюминиевых сплавов.

*Ключевые слова:* технологический комплекс, обработка металла давлением, индукционный нагрев, совместная оптимизация, системные критерии качества, оптимальное управление, альтернативный метод, оптимальное проектирование.

**Введение.** Современные требования системного подхода к задаче повышения эффективности промышленного производства приводят к актуальной проблеме совместной оптимизации по совокупным критериям качества взаимосвязанных смежных технологических процессов, образующих единый производственный комплекс, который характеризуется определённым типом конечной продукции с заданными свойствами. Согласно существующим типовым методикам эта проблема обычно сводится к независимым друг от друга локальным задачам оптимального проектирования и управления режимами работы производственного оборудования на каждом участке технологического комплекса в отдельности. Основанием для данного подхода является формулировка каждой из таких задач в замкнутых рамках априори предъявляемых технологических требований (инструкций), заранее жёстко фиксирующих исходя из накопленного производственного опыта некоторые конкретные значения характеристик взаимосвязей смежных технологических операций в пределах известного допустимого множества их возможного изменения и заменяющих тем самым эти взаимосвязи. Качественно более широкие возможности появляются при решении общей задачи достижения экстремума совокупного критерия оптимизации работы комплекса в целом в условиях максимального числа степеней свободы для выбора в допус-

---

\*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 13-08-00926).

тимых пределах различных характеристик взаимных связей его компонентов, оптимизируемых в процессе совместного поиска управляющих воздействий на различных участках технологической линии [1].

Подобная методология выводит возможности управляющих алгоритмов за рамки традиционных задач «обслуживания» технологии, обеспечивая активное участие в её формировании путём попутного решения (на основании устанавливаемых оптимальных значений параметров взаимосвязей смежных операций) принципиальных проблем разработки технологических инструкций и оптимального проектирования каждого из производственных участков с позиций его последующего функционирования в оптимальном режиме.

В данной работе рассматривается с указанной точки зрения представляющая самостоятельный интерес задача совместной оптимизации по базовым технико-экономическим критериям теплофизических процессов предварительного нагрева и последующей пластической деформации металлических полуфабрикатов в широко распространённых в промышленном производстве технологических комплексах обработки металла давлением на примере производственной системы «печь — пресс», предназначенной для горячего прессования на горизонтальных гидравлических прессах цилиндрических слитков после их предварительного нагрева в индукционной нагревательной установке (ИНУ) [2–4].

**Математические модели управляемых процессов.** Рассматриваемый объект технологической теплофизики представляет собой сложную ступенчатую динамическую систему с распределёнными параметрами, моделируемую совокупностью уравнений в частных производных параболического типа, которые описывают последовательно сменяющиеся друг друга во времени и взаимосвязанные граничными температурными состояниями процессы тепловой обработки на стадиях предварительного индукционного нагрева, передачи нагретых изделий от ИНУ к деформирующему оборудованию и пластического формоизменения металлических полуфабрикатов в процессе горячего прессования на горизонтальных гидравлических прессах [2–4].

Применительно к периодическим процессам осесимметричного индукционного нагрева цилиндрических заготовок распределение температуры  $T(l, y, t)$  по радиальной и осевой координатам ( $l \in [0, R]$  и  $y \in [0, L]$  соответственно, где  $R$  и  $L$  — радиус и длина цилиндра) на всём протяжении процесса нагрева длительностью  $t^0$  описывается двумерным уравнением теплопроводности [2–4]

$$c\gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial l} \left( \lambda l \frac{\partial T}{\partial l} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + W, \quad 0 < l < R, \quad 0 < y < L, \quad 0 < t \leq t^0. \quad (1)$$

Здесь  $W$  — объёмная плотность пространственно-временного распределения мощности внутренних источников тепла, возбуждаемых в электромагнитном поле индуктора;  $c$ ,  $\gamma$ ,  $\lambda$  — удельная теплоёмкость, плотность и коэффициент теплопроводности нагреваемого материала соответственно.

Температурное поле  $T_1(l, y, t)$  цилиндрического слитка на последующей стадии длительностью  $t_{tr}$  в процессе его передачи (транспортирования) к деформирующему оборудованию моделируется уравнением вида (1) при  $W = 0$ :

$$c\gamma \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial l} \left( \lambda l \frac{\partial T_1}{\partial l} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T_1}{\partial y} \right), \quad t^0 \leq t \leq t^0 + t_{tr}. \quad (2)$$

Линейная модель температурного поля заготовки  $T_2(l, y, t)$  в процессе прямого осесимметричного прессования на протяжении заключительной стадии технологического цикла,

оканчивающегося в момент времени  $t = t_2^0$ , описывается уравнением [2–4]

$$c\gamma \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial l} \left( \lambda l \frac{\partial T_2}{\partial l} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T_2}{\partial y} \right) - V_y \frac{\partial T_2}{\partial y} - V_l \frac{\partial T_2}{\partial l} + W^*, \quad t^0 + t_{tr} \leq t \leq t_2^0, \quad (3)$$

учитывающим скорости  $V_l$  и  $V_y$  течения прессуемого металла в радиальном и осевом направлениях и мощность  $W^*$  внутреннего тепловыделения, зависящую от энергии пластического формоизменения. Величины  $V_l$ ,  $V_y$  и  $W^*$  в (3) являются сложными функциями пространственных координат  $l, y$  и скорости прессования  $V_p$ , определение которых представляет собой самостоятельную проблему из области механики сплошных сред.

Система уравнений (1)–(3) должна быть дополнена соответствующими граничными условиями для каждого температурного распределения с учётом повышенного уровня тепловых потерь для  $T_1$  в процессе интенсивного охлаждения нагретого слитка на стадии его передачи к прессу [2–4].

Взаимосвязи  $T, T_1$  и  $T_2$  обуславливаются равенствами температурных состояний на границах  $t = t^0$  и  $t = t^0 + t_{tr}$  последовательно сменяющих друг друга во времени стадий технологического цикла:

$$T(l, y, t^0) = T_1(l, y, t^0); \quad T_1(l, y, t^0 + t_{tr}) = T_2(l, y, t^0 + t_{tr}). \quad (4)$$

Выходным продуктом технологической системы «печь — пресс» является пресс-изделие, длина  $z$  которого в процессе прессования определяется уравнением [2–4]

$$\frac{dz}{dt} = kV_p, \quad z(t^0 + t_{tr}) = 0; \quad z(t_2^0) = z_{\text{кон}} \quad (5)$$

(где  $k$  — коэффициент вытяжки), и в момент  $t = t_2^0$  выдачи пресс-изделия фиксируется требуемая конечная величина  $z(t_2^0)$ , равная  $z_{\text{кон}}$ .

Наряду с технологическими ограничениями на максимальную температуру и максимум растягивающих термонапряжений, которые часто приходится учитывать в процессе нагрева [2–4], поведение температурного поля  $T_2(l, y, t)$  во время прессования должно быть подчинено основному условию

$$T_2(l_k, L, t) \leq T_{2cr}, \quad t^0 + t_{tr} \leq t \leq t_2^0, \quad (6)$$

согласно которому максимальная температура в зоне деформирования, достижимая в фильере матрицы пресса с координатами  $l = l_k$  ( $0 < l_k < R$ ),  $y = L$ , не должна превышать допустимого критического предела  $T_{2cr}$ , гарантирующего отсутствие трещин на пресс-изделиях [2–4]. Кроме того, силовые возможности оборудования, прочность инструмента, температурный интервал пластичности деформируемого металла и другие факторы позволяют осуществить процесс прессования лишь в определённой области  $H$  начальных температурных состояний

$$T_2(l, y, t^0 + t_{tr}) \in H. \quad (7)$$

В качестве управляющих воздействий для процессов нагрева и прессования будем рассматривать напряжение на индукторе  $U(t)$  с ограничением  $0 \leq U(t) \leq U_{\text{max}}$ ,  $t \in [0, t^0]$ , и скорость прессования  $V_p(t)$ , которая также может изменяться в заданных пределах:

$$0 \leq V_p(t) \leq V_{p\text{max}}, \quad t^0 + t_{tr} \leq t \leq t_2^0, \quad (8)$$

где максимальная величина  $V_{p \max}$  находится известными методами [2–4].

Уравнения (1)–(5) вместе с соответствующими краевыми условиями и ограничениями представляют в совокупности математическую модель технологического комплекса «нагрев — прессование» как объекта управления с управляемой величиной  $z(t)$  и управляющими воздействиями  $U(t)$  и  $V_p(t)$ .

**Общая постановка задачи совместной оптимизации.** В рамках приведенных моделей можно следующим образом сформулировать задачу оптимизации режимов работы технологического комплекса «ИНУ — пресс».

Требуется найти такие программы  $U^*(t)$ ,  $0 \leq t \leq t^0$ , и  $V_p^*(t)$ ,  $t^0 + t_{tr} \leq t \leq t_2^0$ , изменения во времени управляющих воздействий по напряжению на индукторе и скорости прессования, которые при фиксированной длительности  $t_{tr}$  периода передачи нагреваемой заготовки к прессу обеспечивают для управляемой системы (1)–(5) получение пресс-изделия заданной длины  $z_{\text{кон}}$  при экстремальном значении некоторого совокупного критерия оптимальности  $I$  в условиях заданных ограничений, в том числе вида (6)–(8) на стадии обработки металла давлением. В зависимости от конкретной производственной ситуации в качестве такого критерия чаще всего следует рассматривать производительность комплекса или себестоимость его продукции [2–4].

Аналогичные задачи экономической оптимизации сводятся к минимизации длительности  $t_c$  цикла обработки одной заготовки или суммы основных статей расходов, зависящих от управляемых величин и управляющих воздействий и учитываемых с соответствующими стоимостными коэффициентами.

Сформулированная задача предусматривает свободу выбора начальных температур  $T_2(l, y, t^0 + t_{tr})$  перед прессованием на множестве температурных состояний, одновременно удовлетворяющих возможностям как ИНУ, так и пресса. Оптимальные температурные состояния  $T_2^*(l, y, t^0 + t_{tr})$ , обеспечивающие достижение минимальной величины выбранного критерия эффективности и определяющие тем самым искомые значения параметров технологических инструкций на нагрев заготовок, должны быть найдены вместе с  $U^*(t)$  и  $V_p^*(t)$ .

В свою очередь, фиксация этих параметров позволяет осуществить декомпозицию общей задачи совместной оптимизации на локальные задачи оптимального управления отдельно для ИНУ и пресса.

Задача определения  $T_2^*(l, y, t^0 + t_{tr})$  упрощается априори формулируемыми технологическими требованиями к начальным температурам прессования. В наиболее простой, но достаточно характерной ситуации эти требования сводятся к обеспечению равномерного нагрева заготовок с заданной абсолютной точностью  $\varepsilon$  [2–4] до некоторой заранее не фиксируемой температуры  $T_2^{**} = \text{const}$ , к отысканию которой и сводится в таком случае проблема вычисления  $T_2^*(l, y, t^0 + t_{tr})$ .

Диапазон возможных значений  $T_2^{**}$  ограничивается в соответствии с условием (7) неравенством

$$T_2^{**} \geq T_{2 \min}^{**}, \quad (9)$$

где  $T_{2 \min}^{**}$  — минимально допустимая величина  $T_2^{**}$  по условиям прочности прессового инструмента, обычно с запасом определяющая допустимый температурный интервал пластичности прессуемого металла [2–4].

**Задача достижения максимальной производительности технологического комплекса.** Рассмотрим центральную задачу обеспечения максимальной производительности системы «ИНУ — пресс» в установившемся режиме работы технологического комплекса. Поскольку для каждого фиксированного значения  $T_2^{**}$  минимальная длительность

$t_{c \min}(T_2^{**})$  цикла обработки одной заготовки определяется предельными по быстродействию возможностями «узкого» участка, сдерживающего производительность комплекса, то максимальной производительности системы «ИНУ — пресс» в условиях таких ограничений соответствует величина  $t_c = t_{c \text{opt}}$ , вычисляемая из равенства

$$t_{c \text{opt}} = \min_{T_2^{**} \geq T_{2 \min}^{**}} \left[ \max \left( \frac{1}{B} t_{\min}^0(T_2^{**}), t_{g \min}(T_2^{**}) + \psi t_{tr} \right) \right]. \quad (10)$$

Здесь  $t_{\min}^0(T_2^{**})$  — минимальное время нагрева одной заготовки до температуры  $T_2^{**}$  с заданной точностью  $\varepsilon$  перед прессованием с учётом периода транспортирования слитка к прессу;  $t_{g \min}(T_2^{**})$  — минимальное время прессования изделия заданной длины  $z_{\text{кон}}$  при начальной температуре  $T_2^{**} \pm \varepsilon$ ;  $B$  — число заготовок, одновременно нагреваемых в ИНУ методического действия;  $\psi \in [0, 1]$  — коэффициент, учитывающий возможные варианты соотношения между моментом выгрузки очередной заготовки из нагревателя и окончанием процесса её прессования [3, 4].

Зависимости  $t_{\min}^0(T_2^{**})$  и  $t_{g \min}(T_2^{**})$  от  $T_2^{**}$  должны быть найдены в результате решения локальных задач оптимального по быстродействию управления отдельно процессами нагрева и прессования заготовки для ряда фиксированных величин  $T_2^{**}$ , удовлетворяющих условию (9).

Первая из этих задач применительно к моделям (1), (2) управляемых процессов решается известными методами [2–5], а вторая представляет собой самостоятельную проблему, сложность которой определяется в первую очередь трудностями решения краевой задачи для температурного поля прессуемого металла, описываемого уравнением (3).

При известных зависимостях  $t_{\min}^0(T_2^{**})$  и  $t_{g \min}(T_2^{**})$  выражение (10) позволяет найти оптимальную конечную температуру нагрева

$$T_{2 \text{opt}}^{**} = \arg \min_{T_2^{**} \geq T_{2 \min}^{**}} \left[ \max \left( \frac{1}{B} t_{\min}^0(T_2^{**}), t_{g \min}(T_2^{**}) + \psi t_{tr} \right) \right] \quad (11)$$

и вычислить саму величину  $t_{c \text{opt}}$ .

Найденное таким образом значение  $T_{2 \text{opt}}^{**}$ , в свою очередь, даёт возможность осуществить декомпозицию задачи совместной оптимизации процессов нагрева и прессования из условий достижения максимальной производительности комплекса. Такая декомпозиция сводится к постановке задачи достижения максимальной производительности для узкого участка комплекса, лимитирующего величину  $t_{c \text{opt}}$  (т. е. для участка, определяющего при  $T_2^{**} = T_{2 \text{opt}}^{**}$  максимальную величину из двух, выбираемых в (10)), и задачи достижения минимальных затрат, оцениваемых взвешенной суммой соответствующих расходных статей при этом же значении  $T_2^{**}$ , для второго участка, если он обладает неиспользуемыми резервами снижения длительности производственного цикла.

На рис. 1, *a–c* показаны возможные ситуации, складывающиеся в процессе решения задачи (10), (11) при различных вариантах соотношений между минимальными длительностями процессов нагрева и прессования заготовки в рассматриваемом температурном диапазоне по величине  $T_2^{**}$ .

Особенностью кривой  $t_{g \min}(T_2^{**})$  по сравнению с монотонно возрастающей зависимостью  $t_{\min}^0(T_2^{**})$  является её экстремальный характер, обусловленный, с одной стороны, снижением максимальной скорости прессования в системе с аккумуляторным гидроприводом пресса из-за увеличения усилия прессования при пониженных температурах заготовки, а с другой — вынужденным снижением скорости прессования в условиях ограничения (6) [2].

Выбор максимальной из двух величин  $t_{\min}^0$  и  $t_{g \min} + \psi t_{tr}$  для каждого из значений  $T_2^{**} \geq T_{2 \min}^{**}$  в соответствии с алгоритмом (10) приводит во всех возможных вариантах взаимного расположения кривых  $t_{\min}^0(T_2^{**})$  и  $t_{g \min}(T_2^{**}) + \psi t_{tr}$  к компоновке по этому правилу

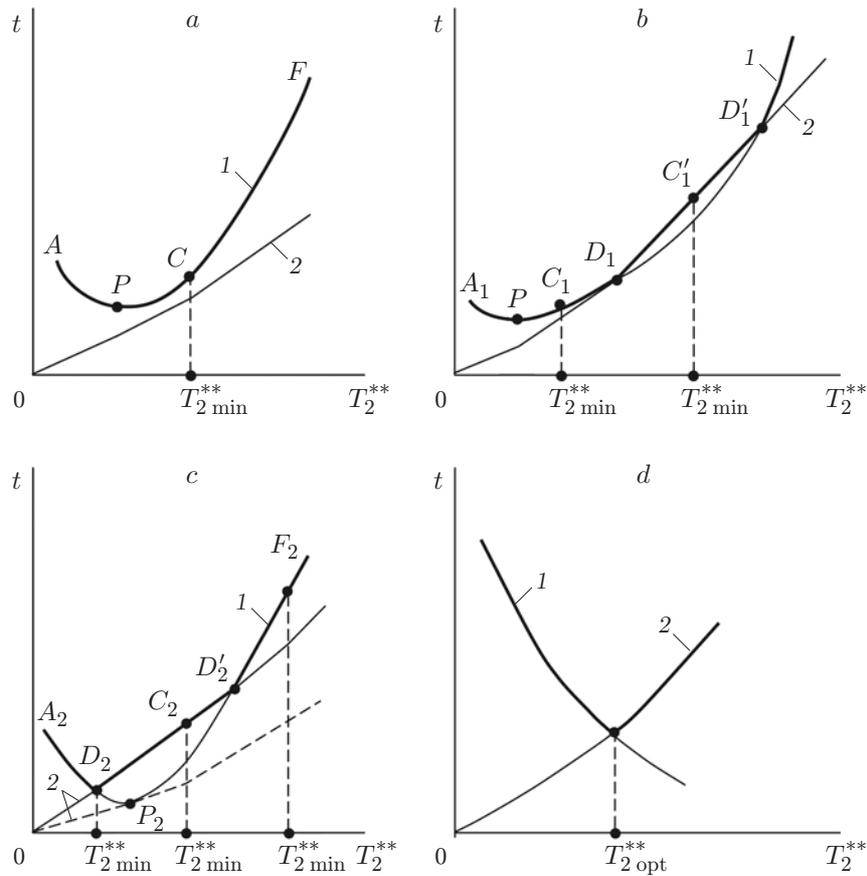


Рис. 1. Варианты зависимостей минимальной длительности производственного цикла от температуры нагрева перед обработкой давлением: *a–c* — для технологического комплекса «нагрев — прессование»; *d* — для комплекса «нагрев — прокатка». Кривые 1 —  $t_{g\min} + \psi t_{tr}$ , 2 —  $t_{\min}^0/B$

из их отдельных частей составным зависимостям минимальной длительности цикла  $t_{c\min}$  от  $T_2^{**}$  (жирные кривые на рис. 1, *a–c*). По этим зависимостям сразу устанавливаются величина  $T_{2\text{opt}}^{**}$  в (11), оптимальная длительность цикла  $t_{c\text{opt}}$  согласно (10) и производится так же, как и для  $T_2^{**} = T_{2\text{opt}}^{**}$ , декомпозиция на локальные задачи управления ИСУ и прессом для любой фиксируемой заранее допустимой температуры  $T_2^{**}$ , отличной от  $T_{2\text{opt}}^{**}$ .

Заметим, что подобным образом могут быть решены задачи достижения максимальной производительности комплекса для других технологий пластической деформации металла. Так, для системы «нагрев — прокатка», где зависимость  $t_{g\min}(T_2^{**})$  имеет монотонно убывающий характер, всегда получаем однозначную ситуацию, соответствующую рис. 1, *d*.

В качестве примера на рис. 2 приведены некоторые результаты решения задачи достижения максимальной производительности комплекса «ИСУ — пресс», предназначенного для изготовления полуфабрикатов из алюминиевых сплавов. Зависимость  $t_{\min}^0(T_2^{**})$  получена путём расчёта оптимальных по быстрдействию процессов нагрева по известным методикам [2–5]. Характер оптимальной программы  $V_p^*(t)$ , отвечающей минимальному времени прессования изделия заданной длины  $z_{\text{кон}}$ , определяется на приближённой математической модели температурного поля прессуемого металла [2–4] из условий выбора в каждый момент времени предельно допустимой скорости прессования. В начальной стадии  $V_p^*(t) = V_{p\max}$  согласно (8) вплоть до момента выхода на ограничение (6), после чего  $V_p^*(t)$

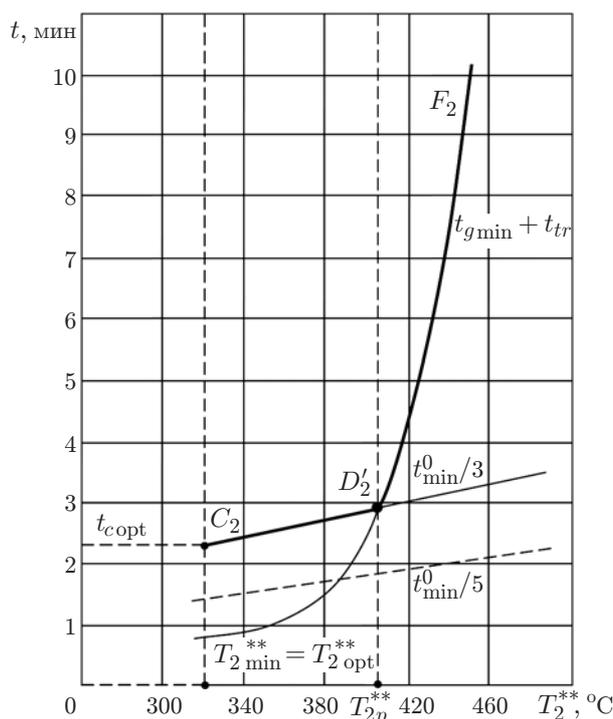


Рис. 2. Зависимости минимальных длительностей процессов индукционного нагрева и прессования прутков из алюминиевых сплавов от температуры заготовки после её передачи к прессу

до конца процесса находится из условий поддержания предельно допустимой температуры  $T_{2cr}$  в фильере матрицы (режим изотермического прессования).

Как следует из рис. 2, оптимальная температура  $T_{2opt}^{**}$  совпадает в данном случае с минимально допустимой величиной  $T_{2min}^{**}$ . При этом производительность комплекса сдерживается нагревательной установкой и длительность цикла  $t_{c opt}$  оказывается равной темпу выдачи заготовок из ИНУ. Образующийся резерв времени для пресса может быть использован для повышения экономических показателей его работы, например для прессования на пониженных скоростях в целях снижения требуемого расхода жидкости высокого давления.

Подобная ситуация согласно рис. 2 сохраняется с соответствующей потерей по производительности комплекса при выборе любой начальной температуры  $T_2^{**} < 408$  °С. Если  $T_2^{**} > 408$  °С, то  $t_{c min}$  лимитируется уже прессом, а при  $T_2^{**} = T_{2p}^{**} = 408$  °С значение  $t_{c min}(T_2^{**})$  достигается на предельных по производительности режимах как нагрева, так и прессования.

Если в качестве критерия оптимальности рассматривается себестоимость продукции комплекса «нагрев — прессование», то задача совместной оптимизации может быть решена по той же схеме, что и задача достижения максимальной производительности [2–5].

**Многопараметрическая постановка задачи совместной оптимизации процессов нагрева и прессования.** Описанная методика решения задачи совместной оптимизации процессов нагрева и прессования по критерию производительности технологического комплекса «ИНУ — пресс» использует однопараметрическое представление множества допустимых начальных температур  $T_2(l, y, t^0 + t_{tr})$  прессуемого металла с точностью до одного параметра  $T_2^{**}$ . В более общем случае можно перейти к опосредованному параметрическому заданию области  $H$  допустимых начальных температур прессования в (7) на

множестве параметров  $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N)$ , с точностью до которых априори задаётся программное оптимальное управляющее воздействие  $U^*(t)$  [2–5].

На множестве этих параметров вместо  $T_2^{**}$  следует теперь рассматривать базовые соотношения вида (10), (11) для определения оптимальных длительности технологического цикла и величины  $\Delta^0$  вектора  $\Delta$ :

$$t_{c \text{ opt}} = \min_{\Delta \in H^*} \left[ \max \left( \frac{1}{B} t_{\min}^0(\Delta), t_{g \text{ min}}(\Delta) + \psi t_{tr} \right) \right], \quad (12)$$

$$\Delta^0 = \arg \min_{\Delta \in H^*} \left[ \max \left( \frac{1}{B} t_{\min}^0(\Delta), t_{g \text{ min}}(\Delta) + \psi t_{tr} \right) \right]. \quad (13)$$

Здесь  $H^*$  представляет собой такое множество значений  $\Delta$ , на котором отвечающая параметризованному управлению начальная температура прессования  $T_2(l, y, t^0 + t_{tr}) = T_2(l, y, \Delta)$  удовлетворяет ограничению (7) в форме, подобной (9):

$$H^* = \left\{ \Delta: \min_{l, y} T_2(l, y, \Delta) \geq T_{2 \text{ min}}^{**} \right\}. \quad (14)$$

Дальнейшее решение задачи совместной оптимизации на основе соотношений (12), (13) производится по описанной выше схеме, реализация которой усложняется процедурой  $N$ -мерного поиска величины  $\Delta_i^0$ ,  $i = \overline{1, N}$ , согласно алгоритму (12), (13) по сравнению с одномерным вариантом (10), (11).

Представленный способ параметрического задания множества начальных температур прессования не предопределяет заранее характера их пространственного распределения по объёму прессуемой заготовки и тем самым за счёт расширения области  $H^*$  в (14) по сравнению с условием (9) обеспечивает возможности дополнительного выигрыша по совокупному критерию оптимальности.

**Оптимизация процессов градиентного нагрева в технологическом комплексе «ИНУ — пресс».** Многопараметрические задачи оптимизации (12)–(14) представляют существенный интерес при переходе к перспективной технологии градиентного нагрева с неравномерным начальным распределением температур  $T_2(l, y, \Delta)$ , характеризующим положительным температурным градиентом по длине слитка в направлении прессования, за счёт которого достигаются большие скорости прессования в условиях главного ограничения (6) [6]. Такого рода температурное состояние можно обеспечить только с помощью, по меньшей мере, двухпараметрического представления  $T_2(l, y, \Delta)$  [7].

Основную часть оптимальной по быстродействию программы  $V_p^*(t)$  изменения скорости прессования занимает стадия с поддержанием температуры  $T_2(l_k, L, t)$  в фильтре матрицы на предельном уровне  $T_{2 \text{ cr}}$  согласно ограничению (6) [2–4], что во многих ситуациях позволяет с допустимой погрешностью заменить  $V_p^*(t)$  режимом прессования с постоянной скоростью  $V_p = V_p^{**} = \text{const}$  в соответствии с типичными условиями работы прессового оборудования [2–4, 6, 7].

При фиксируемой величине  $V_p^{**}$  задача управления прессом может быть сведена в целях уменьшения погрешности отклонения от  $V_p^*(t)$  к минимизации на протяжении процесса прессования  $t^0 + t_{tr} \leq t \leq t_2^0$  ошибки  $I(\Delta)$  равномерного приближения к  $T_{2 \text{ cr}}$  температуры  $T_2(l_k, L, t)$ , задаваемой на моделях (1)–(5) системы «ИНУ — пресс» в форме явной зависимости  $T_2(l_k, L, t, \Delta)$  от вектора  $\Delta$  параметров управления ИНУ в любой момент времени  $t \in [t^0 + t_{tr}, t_2^0]$ :

$$I(\Delta) = \max_{t \in [t^0 + t_{tr}, t_2^0]} \left| T_2(l_k, L, t, \Delta) - T_{2 \text{ cr}} \right| \rightarrow \min_{\Delta}. \quad (15)$$

Решение  $\Delta^0$  задачи (15) определяет оптимальные параметры управляющих воздействий ИНУ, при которых достигается максимальная производительность всего технологического комплекса «нагрев — прессование», если она сдерживается возможностями пресса. Градиентный нагрев заготовок обеспечивается в многосекционной ИНУ периодического действия ( $B = 1$  в (12), (13)) с автономными управляющими воздействиями по мощности тепловыделения на различных участках по длине слитка, каждое из которых в общем случае реализуется в форме соответствующей оптимальной программы его изменения во времени. В простейшем варианте технология градиентного нагрева организуется в двухсекционном нагревателе заданной конструкции с постоянными во времени неравными мощностями  $P_1, P_2$  обеих секций заданной длины при  $P_2 > P_1$ .

При выбранной величине  $V_p(t) = V_p^{**} = \text{const}$  длительность  $t_p$  процесса прессования, равная  $z_{\text{кон}}/(kV_p^{**})$ , согласно уравнению (5) однозначно определяется заданной длиной  $z_{\text{кон}}$  пресс-изделия. При этом дополнительные требования минимизации простоя деформирующего оборудования и согласования режимов работы ИНУ и пресса приводят к равенству

$$t_p = t^0 + t_{tr}, \quad (16)$$

фиксирующему время нагрева  $t^0$  при известных значениях  $t_p$  и  $t_{tr}$ .

Тогда управляющее воздействие с неизменными во времени напряжениями питания индукторов в ИНУ двухсекционного исполнения априори задаётся с точностью до двух параметров  $\Delta_1 = P_1$ ,  $\Delta_2 = P_2$ , в роли которых фигурируют мощности отдельных секций нагревателя. В таком случае задача минимизации критерия оптимальности (15), по существу, сводится к выбору оптимальных базовых характеристик нагревательной установки в процессе её проектирования как элемента технологического комплекса для производства пресс-изделий. Выражение (15) является задачей параметрической оптимизации, формальная постановка которой отличается от известной задачи достижения максимальной точности равномерного приближения пространственного распределения температурного поля к заданному состоянию в конце процесса оптимального управления [2–5] необходимостью минимизации температурного отклонения от требуемой величины не в пределах простран-

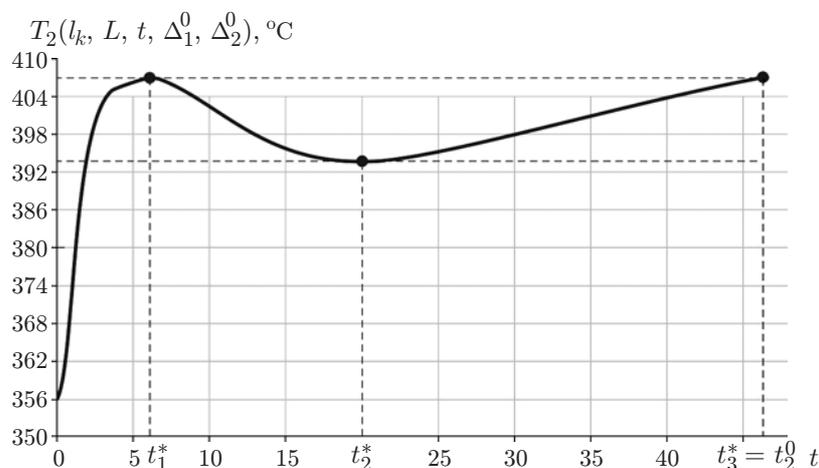


Рис. 3. График максимальной температуры деформируемого металла в оптимальном процессе прессования ( $V_p = 450$  мм/мин;  $T_{2cr} = 400$  °C;  $\varepsilon_{\min}^{(2)} = 7$  °C;  $P_1 = 2,73 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup>;  $P_2 = 3,62 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup>;  $R = 125$  мм;  $L = 430$  мм)

венной области его изменения, а по временному аргументу на всём протяжении процесса прессования.

Согласно общим характеристикам решений  $\Delta^0$  подобных задач математического программирования [8, 9], устанавливаемым независимо от физической природы аргументов функции максимума в (15) и в соответствии с физическими особенностями процесса прессования [6], для задачи (15) сохраняются альтернансные свойства температурного состояния  $T_2(l_k, L, t, \Delta^0)$ , которые теперь должны выполняться на промежутке  $[t^0 + t_{tr}, t_2^0] \ni t$ . В частности, в рассматриваемом случае при  $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2)$ ,  $\Delta_1 = P_1$ ,  $\Delta_2 = P_2$  минимальное значение  $I(\Delta^0)$  критерия оптимальности (15), равное предельно достижимой точности  $\varepsilon_{\min}^{(2)}$  равномерного приближения температуры в фильере матрицы  $T_2(l_k, L, t, \Delta_1, \Delta_2)$  к  $T_{2cr}$  в классе таких двухпараметрических управляющих воздействий, достигается согласно этим свойствам, если на протяжении процесса прессования  $T_2(l_k, L, t, \Delta_1^0, \Delta_2^0)$  трижды отклоняется от  $T_{2cr}$  на величину  $\varepsilon_{\min}^{(2)}$  при  $t = t_1^*$ ,  $t = t_2^*$ ,  $t = t_3^* = t_2^0$ , где  $t^0 + t_{tr} < t_1^* < t_2^* < t_3^* = t_2^0$ , со знаочередованием разности  $T_2(l_k, L, t, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T_{2cr}$  [7, 8] (рис. 3). Расчётная система уравнений альтернансного метода

$$\begin{aligned} T_2(l_k, L, t_1^*, P_1, P_2) - T_{2cr} &= +\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ T_2(l_k, L, t_2^*, P_1, P_2) - T_{2cr} &= -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ T_2(l_k, L, t_2^0, P_1, P_2) - T_{2cr} &= +\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ \frac{\partial T_2(l_k, L, t_1^*, P_1, P_2)}{\partial t} &= \frac{\partial T_2(l_k, L, t_2^*, P_1, P_2)}{\partial t} = 0 \end{aligned} \tag{17}$$

может быть решена относительно всех пяти неизвестных параметров  $(P_1, P_2, \varepsilon_{\min}^{(2)}, t_1^*, t_2^*)$  оптимального процесса при фиксируемом постоянной скоростью  $V_p^{**}$  конечном моменте  $t_2^0$  процесса прессования. Некоторые расчётные результаты, полученные применительно к технологическим комплексам, предназначенным для изготовления пресс-изделий из алюминиевых сплавов, приведены на рис. 3. Зависимости температуры в фильере матрицы  $T_2(l_k, L, t, P_1, P_2)$  от своих аргументов находились с использованием специальной численной модели процесса прессования, построенной на основе упрощённых представлений о поле скоростей  $V_i$  и  $V_y$  течения металла в (3) в рамках известной гипотезы сферических сечений [2–4].

**Заключение.** Предлагаемый в данной работе метод позволяет установить оптимальные по системным критериям качества параметрические характеристики начальных температурных состояний перед операциями пластического деформирования в технологических комплексах обработки металла давлением; определить оптимальные значения узловых параметров технологических инструкций на организацию процессов функционирования комплекса; выполнить на значениях этих параметров процедуру декомпозиции общей задачи оптимизации на локальные задачи оптимального проектирования и управления режимом работы отдельных участков технологической системы и найти в итоге решения этих задач в форме искомым локальных управляющих воздействий.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бутковский А. Г., Малый С. А., Андреев Ю. Н. Управление нагревом металла. М.: Металлургия, 1981. 271 с.

2. **Рапопорт Э. Я.** Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. М.: Metallurgy, 1993. 278 с.
3. **Рапопорт Е., Pleshivtseva Yu.** Optimal Control of Induction Heating Processes. London — New York: CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2007. 349 p.
4. **Рапопорт Э. Я., Плешивцева Ю. Э.** Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева. М.: Наука, 2012. 309 с.
5. **Рапопорт Э. Я., Плешивцева Ю. Э.** Оптимальное управление нелинейными объектами технологической теплофизики // Автометрия. 2012. **48**, № 5. С. 3–13.
6. **Гун Г. Я., Яковлев В. И., Прудковский Б. А. и др.** Прессование алюминиевых сплавов (математическое моделирование и оптимизация). М.: Metallurgy, 1974. 336 с.
7. **Плешивцева Ю. Э., Афиногентов А. А.** Оптимальное управление энерготехнологическими процессами в производственных комплексах // Изв. вузов. Электромеханика. 2008. № 3. С. 51–55.
8. **Рапопорт Э. Я.** Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации. М.: Наука, 2000. 336 с.
9. **Рапопорт Э. Я., Плешивцева Ю. Э.** Алгоритмически точный метод параметрической оптимизации в краевых задачах оптимального управления системами с распределенными параметрами // Автометрия. 2009. **45**, № 5. С. 103–112.

*Поступила в редакцию 29 апреля 2013 г.*

---