

УДК 621.391.2 : 519.24

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТЕЙ ФИЛЬТРА КАЛМАНА И ФИЛЬТРА ЧАСТИЦ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ СОПРОВОЖДЕНИЯ ОБЪЕКТА В СЕЙСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ОБНАРУЖЕНИЯ

С. А. Алямкин, Е. С. Нежевенко

*Институт автоматики и электрометрии СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1
E-mail: nejevenko@iae.nsk.su*

Исследованы алгоритмы фильтрации точек траектории на основе фильтра Калмана и фильтра частиц применительно к решению задачи сопровождения объекта в сейсмической системе обнаружения. Проведён сравнительный анализ алгоритмов по точности определения координат точек траектории объекта и вычислительной сложности.

Ключевые слова: сейсмические системы охраны, сопровождение объекта, фильтр Калмана, фильтр частиц.

Введение. Сейсмические системы обнаружения (ССО) являются эффективным средством охраны периметра объектов. Преимущества этого средства обнаружения — скрытность установки и пассивный принцип работы — позволяют снизить вероятность пересечения рубежа даже в случае осведомлённости нарушителя о принципах работы средства обнаружения. Основной недостаток ССО — низкая помехоустойчивость, которая в случае высокого уровня сейсмических помех приводит к низкому качеству обнаружения. Общий принцип повышения вероятности обнаружения и снижения вероятности ложной тревоги очевиден: необходимо привлечение дополнительных признаков, например данных как с сейсмических датчиков, так и с датчиков, основанных на других физических принципах [1]. В работе [2] предложено в качестве дополнительного признака использовать информацию о траектории и скорости передвижения объекта, получаемую из анализа сейсмических данных. Впрочем, эти данные иногда могут иметь и самостоятельное значение, например, если важен не только факт обнаружения объекта (нарушителя), но и его местоположение. При решении задачи нахождения местоположения нарушителя требования к точности сформулируем с учётом следующих соображений: при охране особо важного объекта необходимо знать, где (внутри или снаружи периметра) находится нарушитель, поэтому ошибка определения координат объекта не должна превышать 5–10 м.

Ряд теоретических работ посвящён алгоритмам сопровождения движущихся объектов в ССО [3, 4], но в них не представлены методы получения первичных точек, по которым восстанавливается траектория. От метода определения координат этих точек существенно зависят требования к алгоритмам вторичной (траекторной) обработки, поскольку первичная задаёт модель шума процесса, которую необходимо заложить в траекторную обработку. В [5] полностью дан алгоритм сопровождения траектории движущегося объекта, но недостатком предложенного подхода является большая плотность установки чувствительных элементов датчика на местности (порядка 400 шт./км).

Цель предлагаемого исследования — провести сравнительный анализ метода обработки данных с разнесённых в пространстве сейсмоприёмников, обеспечивающего восстановление траектории движущегося объекта на основе фильтра Калмана и фильтра частиц. При синхронной обработке сигналов от нескольких сейсмоприёмников, разнесённых в пространстве, и измерении времени относительной задержки сигнала между ними появляется

возможность получать пеленг на источник колебаний [2]. Наличие минимум двух пеленгующих систем, разнесённых в пространстве, позволяет определять координаты движущегося объекта методом триангуляции. Таким образом, имеем систему наблюдения, состоящую из пеленгующих датчиков и формирующую вектор наблюдения, задаваемый координатами и скоростью объекта, и вектор состояния системы, поэтому имеются все предпосылки для использования фильтра Калмана в целях уточнения траектории движущегося объекта. Известно, однако, что классическая фильтрация Калмана применима в случае линейной динамики объекта и нормального шума [6]. При нарушении линейности динамики работает расширенный фильтр Калмана [7], а при отступлении от нормальности шума — фильтр частиц [8]. В представленной работе производится сравнительный анализ фильтра Калмана и фильтра частиц на основе данных, полученных с реальной ССО. Отметим, что помимо точности сопровождения траектории важным критерием сравнения алгоритмов является их вычислительная сложность.

Характеристики векторов наблюдения и состояния системы. Алгоритмы пеленгования движущихся объектов для ССО предложены и проанализированы в [2]. В данной работе за основу была принята следующая принципиальная схема ССО: вдоль рубежа охраны устанавливаются сейсмические пеленгующие датчики (СПД), которые при появлении объекта в зоне обнаружения посылают информацию о текущем азимуте объекта на блок обработки. Блок обработки, используя метод триангуляции (рис. 1), производит первичную обработку полученных данных с сети СПД — определяет координаты объекта по информации о положении СПД и значениях азимутов движущегося объекта с датчиков (Д):

$$y = \frac{x_{Д1} - x_{Д2} + y_{Д2} \operatorname{ctg}(\beta) - y_{Д1} \operatorname{ctg}(\alpha)}{\operatorname{ctg}(\beta) - \operatorname{ctg}(\alpha)}, \quad (1)$$

$$x = (y - y_{Д1}) \operatorname{ctg}(\beta) + x_{Д2}, \quad (2)$$

где $(x_{Д1}, y_{Д1})$, $(x_{Д2}, y_{Д2})$ — координаты первого и второго СПД соответственно; α, β — значения азимутов с первого и второго СПД.

При определении траектории движущегося объекта имеется ряд проблем, обусловленных следующими факторами:

1. Данные, поступающие с СПД, зашумлены за счёт наличия сейсмического шума, затухания и дисперсии сейсмических волн.

2. Наличие нелинейной зависимости ошибки определения первичной точки траектории методом триангуляции, обусловленной положением объекта относительно рубежа. Эта нелинейность возникает из-за того, что чем меньше угол между направлениями пеленга, тем больше неопределённость координат точки их пересечения.

Таким образом, задача состоит в уточнении траектории динамического объекта, положение которого вычисляется по косвенным зашумлённым измерениям.

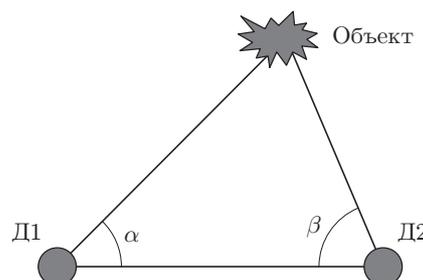


Рис. 1

Фильтр Калмана. Модель движения объекта в ССО описывается разностным уравнением

$$A_{k+1} = F(k+1|k)A_k + \Gamma(k+1|k)w_k, \quad (3)$$

где k — индекс момента времени; $A_k \in R^m$ — вектор состояния системы в момент времени $t = t_k$; $F(k+1|k)$ — переходная матрица системы $\in R^m \times R^m$; $\Gamma(k+1|k)$ — переходная матрица шумов $\in R^m \times R^m$; w_k — шум объекта с характеристиками $\sim N(0, Q_k)$, $\text{cov}(w_k, w_k) = Q_k \delta_{kj}$.

Модель измерения задаётся соотношением

$$Y_k = H_k A_k + v_k, \quad (4)$$

где H_k — матрица измерений $\in R^n \times R^m$; v_k — шум измерения с характеристиками $\sim N(0, R_k)$, $\text{cov}(v_k, v_k) = R_k \delta_{kj}$.

Задача фильтрации траектории заключается в оценке вектора состояния объекта A_{k+1} .

Исходя из характера движения объекта по поверхности земли, приняли следующее допущение: объект движется равномерно, прямолинейно и в плоскости (пренебрегаем радиусом кривизны земной поверхности). В таком случае измеряемыми параметрами являются координаты объекта — точки на плоскости:

$$Y_k = (x, y). \quad (5)$$

Вектор состояния системы

$$A_k = (x, y, u_x, u_y), \quad (6)$$

где u_x, u_y — проекции вектора скорости на оси OX и OY соответственно.

Переходная матрица системы при принятых выше допущениях о характере движения

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Матрица измерений

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Алгоритм, реализующий фильтр Калмана, даёт возможность оценить состояние A_{k+1} и обеспечивает несмещённую оценку с минимальной среднеквадратической ошибкой (СКО) [2]. Фильтр Калмана позволяет эффективно решить задачу фильтрации в случае нормально распределённых шумов и матриц перехода $F(k+1|k)$, $\Gamma(k+1|k)$, которые не зависят от измеряемых параметров и описываются рекуррентными формулами [5]:

$$A(k+1|k) = F(k+1|k)A(k|k) \quad (9)$$

— прогноз вектора состояния в следующий момент времени;

$$P(k+1|k) = F(k+1|k)P(k|k)F^T(k+1|k) + \Gamma(k+1|k)Q_k\Gamma^T(k+1|k) \quad (10)$$

— прогноз корреляционной матрицы $P(k|k)$;

$$K_k = P(k | k - 1)H^T [HP(k | k - 1)H^T + R_k]^{-1} \quad (11)$$

— коэффициент усиления фильтра Калмана;

$$A(k | k) = A(k | k - 1) + K_k[Y_k - HA(k | k - 1)] \quad (12)$$

— оценка вектора состояния в текущий момент времени;

$$P(k | k) = (I - K_kH)P(k | k) \quad (13)$$

— оценка значения корреляционной матрицы в текущий момент времени.

Расширенный фильтр Калмана и фильтр частиц. В случае нелинейной зависимости переходной матрицы шумов от измеряемых параметров используется модификация фильтра Калмана — расширенный фильтр Калмана. В представленной геометрии расположения пеленгующих датчиков (см. рис. 1) ошибка восстановления координаты объекта по формулам (1), (2) зависит от углов α, β и ошибки измерения пеленга объекта Δ , определяемой выражениями

$$E_x = \Delta \cos(\alpha) \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad (14)$$

$$E_y = \Delta \cos(\alpha) \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad (15)$$

где E_x, E_y — ошибки вычисления координат точки по осям OX и OY .

Таким образом, имеется нелинейная зависимость между ошибкой измерения координат точки методом триангуляции и положением объекта относительно линии рубежа, которая определяется углами α, β .

Чтобы учесть зависимость ошибки измерения от углов α, β , необходимо внести изменение в формулу (11):

$$K_k = P(k | k - 1)H^T [HP(k | k - 1)H^T + V_k R_k V_k^T]^{-1}, \quad (16)$$

где $V_k = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)^2 / \sin(\alpha + \beta) & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) / \sin(\alpha + \beta) \end{pmatrix}$.

Фильтр Калмана (обычный или расширенный) позволяет эффективно решать задачу фильтрации в случае, если шумы являются нормальными. Если шумы измерений не подчиняются нормальному распределению (например, шумы многомодальные), тогда для решения задачи фильтрации в режиме реального времени применяется фильтр частиц, основанный на последовательном методе Монте-Карло. Суть метода заключается в оценке апостериорного распределения $p(A_n | Y_{n-1})$ на основе априорного распределения вида $p(A_n | A_{n-1})$ и формулы Байеса.

Алгоритм фильтра частиц.

В первый момент времени происходит инициализация начального множества частиц $A_0^1, A_0^2, \dots, A_0^L$, генерируемых на основе исходного распределения $p(A | Y)$.

Далее используем итеративную процедуру:

1. Предсказание. Каждую частицу переместим в соответствии с переходной матрицей системы $F(k + 1 | k)$.

2. Наблюдение. Для каждой частицы, полученной на предыдущем шаге, вычисляем нормированный весовой коэффициент

$$w_n^l = p(Y_{n+1} | A_n^l) / \sum_{m=1}^L p(Y_{n+1} | A_n^m), \quad l = 1, \dots, L, \quad n = 1, \dots, N - 1,$$

где L — число частиц, N — индекс момента времени.

3. Селекция выборки $A_n^1, A_n^2, \dots, A_n^L$ из вероятностной смеси $\sum_{l=1}^L w_{n-1}^l p(A_n | A_{n-1}^l)$.

Выбирается N частиц с вероятностью, пропорциональной весу. Частицы с весом аппроксимируют апостериорное распределение.

4. Оценка состояния системы: вычисление математического ожидания распределения $p(A_n | Y_n)$.

Очевидно, что эффективность фильтрации и вычислительная сложность фильтра частиц зависят от числа частиц L , сгенерированных на основе априорного распределения.

Результаты сравнения алгоритмов восстановления траектории. В данной работе сравнивались траектории, полученные как с применением фильтра Калмана и фильтра частиц, так и без фильтрации. Для этого был проведён полевой эксперимент: установлены четыре СПД, которые с частотой 1 Гц посылали на центральный блок обработки по радиоканалу значения азимутов объекта. На полигоне была размечена трасса для движения объекта. Принципиальная схема эксперимента приведена на рис. 2. Обработка информации, полученной с датчиков, и моделирование работы алгоритмов фильтрации проводились в среде Matlab.

Вычислительная сложность алгоритмов. Ошибка определения координат точки траектории при использовании фильтра частиц уменьшается с увеличением числа частиц. С другой стороны, с ростом числа частиц требуется больше времени на расчёт точки траектории, поэтому необходимо выбрать оптимальное значение числа частиц при реализации алгоритма.

Проведено исследование значений СКО определения точки траектории и вычислительного времени, затраченного на фильтрацию траектории, соответствующей прохождению пешехода через рубеж.

Из табл. 1 видно, что при увеличении числа частиц от 10 до 1000 с каждым шагом уменьшается как СКО, так и максимальное отклонение полученной точки траектории от реальной. При дальнейшем росте числа частиц с 1000 до 5000 точность определения точки траектории не повышается. Также из таблицы следует, что с ростом числа частиц практически линейно увеличивается вычислительное время. В результате эксперимента было выбрано оптимальное число частиц ~ 1000 , соответствующее минимальным значениям ошибки определения координат и минимальному вычислительному времени 2,14 с. Для сравнения время, требуемое на реализацию фильтра Калмана и расширенного фильтра Калмана, для этого случая составило 0,0021 и 0,0027 с.

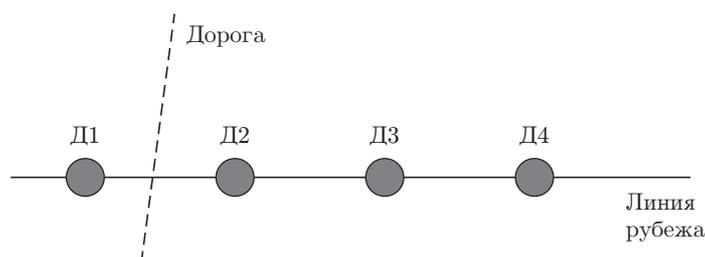


Рис. 2

Таблица 1

**Зависимость времени и результатов фильтрации
фильтром частиц от числа частиц**

| Число частиц | T , с | СКО, м | Максимальная ошибка, м |
|--------------|---------|--------|---------------------------|
| 10 | 0,033 | 2,42 | 10,1 |
| 20 | 0,06 | 2,1 | 8 |
| 50 | 0,133 | 1,81 | 7,6 |
| 100 | 0,218 | 1,69 | 5,89 |
| 200 | 0,399 | 1,3 | 5,45 |
| 500 | 1,001 | 1,41 | 4,89 |
| 1000 | 2,14 | 1,1 | 4,2 |
| 2000 | 4,48 | 1,03 | 4,24 |
| 5000 | 15,11 | 1,05 | 4,18 |

Сравнение алгоритмов. На рис. 3 отображены траектории движения автомобиля, определённые с помощью фильтра Калмана (кривая 1), расширенного фильтра Калмана (кривая 2), фильтра частиц (кривая 3) и без фильтрации (первичные координаты — кривая 4). Пунктирной линией обозначена трасса движения объекта. Видно, что первичные координаты объекта, полученные методом триангуляции, имеют существенное отклонение от трассы движения объекта. Это связано с наличием ошибки в (14), (15), которая достигает максимального значения на линии, соединяющей СПД, поскольку на этой линии величина угла $(\alpha + \beta) \equiv 0$. Траектория, образованная на основе фильтра Калмана, также имеет существенную ошибку на линии между датчиками, так как не выполняется предположение о нормально распределённых шумах.

Из рисунка видно, что использование расширенного фильтра Калмана и фильтра частиц существенно снижает величину ошибки, возникающей на линии рубежа. Это происходит из-за учёта нелинейной ошибки (16) в рекуррентных формулах расчёта.

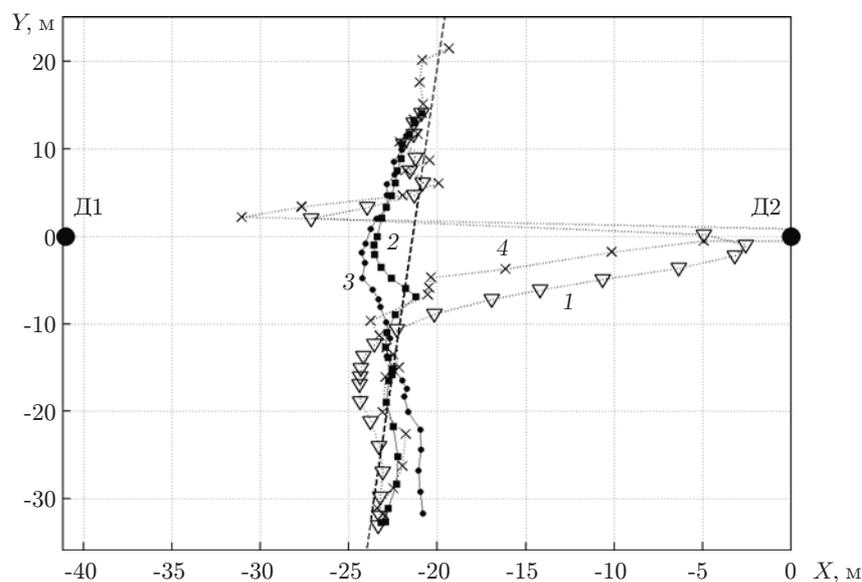


Рис. 3

Таблица 2

Результаты сравнения алгоритмов фильтрации точек траектории

| Эксперимент | Без фильтрации | | Фильтр Калмана | | Расширенный фильтр Калмана | | Фильтр частиц (1000 частиц) | |
|----------------------------------|----------------|------------------------|----------------|------------------------|----------------------------|------------------------|-----------------------------|------------------------|
| | СКО, м | Максимальная ошибка, м | СКО, м | Максимальная ошибка, м | СКО, м | Максимальная ошибка, м | СКО, м | Максимальная ошибка, м |
| Движение пешехода вдоль рубежа | 7,5 | 21,3 | 3,6 | 12,4 | 0,6 | 2,1 | 0,5 | 1,9 |
| Движение пешехода через рубеж | 10,7 | 51,9 | 6,8 | 16,9 | 1,0 | 4,1 | 1,1 | 4,2 |
| Движение автомобиля вдоль рубежа | 6,9 | 18,2 | 4,0 | 9,9 | 0,7 | 2,1 | 0,8 | 2,6 |
| Движение автомобиля через рубеж | 8,3 | 31,1 | 4,8 | 12,2 | 0,9 | 3,3 | 0,9 | 3,2 |

В табл. 2 приведены результаты, характеризующие погрешность определения траектории объекта без фильтрации и с обработкой на основе фильтра Калмана, расширенного фильтра Калмана, фильтра частиц (1000 частиц). Записи пеленгов с сети сейсмических пеленгующих датчиков проводились для объектов типа «пешеход» и «автомобиль». Из таблицы видно, что точки траектории, полученные методом триангуляции (без фильтрации), имеют существенную ошибку: максимальное отклонение достигает 51,9 м и СКО — 10,7 м, поэтому использование методов уточнения траектории необходимо при решении поставленной задачи. Фильтр Калмана также не даёт существенного улучшения точности определения траектории. Применение расширенного фильтра Калмана и фильтра частиц, которые учитывают нелинейную зависимость ошибки измерения координат, приводит к уменьшению максимальных ошибок до 5 м, а СКО до величин порядка 1 м.

Заключение. В данной работе показано, что величина максимальной ошибки для точек траектории, полученных на основе метода триангуляции, достигает порядка 51 м и СКО — 10 м, поэтому необходимо использовать алгоритмы уточнения траектории объекта. Были разработаны и исследованы алгоритмы уточнения траектории движущегося объекта на основе фильтра Калмана, расширенного фильтра Калмана и фильтра частиц. Для фильтра частиц показано, что при увеличении числа частиц с 10 до 1000 уменьшается величина СКО определения координат точки траектории с 2,4 до 1,1 м и повышается вычислительное время с 0,033 до 2,14 с.

Основным результатом работы явилось то, что использование расширенного фильтра Калмана и фильтра частиц приводит к существенному улучшению точности определения траектории движущегося объекта в ССО. Величина максимального отклонения не превышает 5 м, а величина СКО составляет порядка 1 м, что полностью соответствует исходным требованиям для большинства задач сейсмических систем охраны. Несмотря на то что алгоритмы демонстрируют одинаковую точность определения координат точек траектории, следует отметить, что расширенный фильтр Калмана обладает существенно

меньшей вычислительной сложностью и поэтому является более предпочтительным алгоритмом фильтрации для ССО. Однако не исключены ситуации, когда из-за большого отклонения закона распределения помехи от нормального существенно возрастёт СКО, и тогда применение фильтра частиц станет оправданным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Sankaranayanan A. C., Zheng Q., Chellappa R. et al.** Vehicle tracking using acoustic and video sensors // Proc. of the 24th Army Science Conference. Orlando, USA, Nov.—Dec., 2004. ADM001736.
2. **Алямкин С. А., Нежевенко Е. С.** Сопровождение нескольких объектов в сейсмической системе обнаружения // Автометрия. 2013. **49**, № 2. С. 49–56.
3. **Coraluppi S., Luettgen M., Carthel C.** A hybrid-state estimation algorithms for multi-sensor // Proc. of the 3rd International Conference on Information Fusion. Paris, France, 2000. P. 221–226.
4. **Bar-Shalom Y.** Tracking with classification-aided multiframe data association // IEEE Trans. Aerospace and Electron. Syst. 2005. **41**, Is. 3. P. 868–878.
5. **Мархакшинов А. Л., Спектор А. А.** Оценивание траектории движения человека на локальном участке в сейсмической системе охраны // Сб. науч. тр. НГТУ. 2010. № 1(59). С. 59–64.
6. **Kalman R. E.** A new approach to linear filtering and prediction problems // Journ. Basic Eng. 1960. N 82. P. 35–45.
7. **McElhoe B. A.** An assessment of the navigation and course corrections for a manned flyby of Mars or Venus // IEEE Trans. Aerospace and Electron. Syst. 1966. **AES-2**, Is. 4. P. 613–623.
8. **Gordon N. J., Salmond D. J., Smith A. F. M.** Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation // IEEE Proc. F. Radar and Signal Processing. 1993. **140**, Is. 2. P. 107–113.

Поступила в редакцию 3 июня 2013 г.
