

УДК 621.37 : 681.7.069.24

КВАЗИОПТИМАЛЬНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛА ЛАЗЕРНОГО ДОПЛЕРОВСКОГО ВИБРОМЕТРА

В. А. Гречихин, Д. А. Титов

*Национальный исследовательский университет «МЭИ»,
111250, Москва, ул. Красноказарменная, 14
E-mail: GrechikhinVA@mpei.ru
TitovDA@mpei.ru*

Рассмотрено решение задачи квазиоптимальной нелинейной фильтрации сигнала лазерного доплеровского виброметра гетеродинного типа в гауссовом приближении апостериорной плотности вероятности вектора оцениваемых параметров. Проведён синтез алгоритма фильтрации для случая моногармонических колебаний с моделью флуктуирующей амплитуды вибросмещения в виде нормального марковского случайного процесса. Методом математического моделирования показана работоспособность алгоритма слежения за неизвестными параметрами сигнала лазерного доплеровского виброметра при наличии аддитивного шума наблюдения и детерминированного тренда информационного параметра.

Ключевые слова: лазерный доплеровский виброметр, алгоритм квазиоптимальной нелинейной фильтрации, относительная амплитуда вибросмещения, метод математического моделирования.

Введение. Чрезвычайно важной составляющей эксплуатационной безопасности машин и механизмов роторного типа является контроль вибрационной напряжённости деталей ответственных узлов в различных режимах работы [1]. Так, например, оценку запасов прочности элементов газотурбинных установок (ГТУ) получают при стендовых испытаниях, измеряя параметры быстропеременных деформаций, возникающих в материале в режиме рабочих силовых и температурных нагрузок. Вибрационные напряжения в деталях авиационных ГТУ последних поколений (особенно в лопатках турбокомпрессоров) характеризуются высокими частотами (до 35000 Гц и выше). Детали подвержены, как правило, сложному нагружению. Динамический процесс состоит из гармоник, кратных частотам вращения роторных систем, связанных с неравномерностью газового потока, и случайной составляющей — шума. Степень деформации отдельных участков лопатки ГТУ часто оценивают косвенным методом — по величине отклонения внешнего по отношению к валу торца лопатки от положения равновесия, занимаемого в статическом состоянии [2–4]. В ряде практических приложений требуется обеспечить непрерывный контроль параметров виброколебаний вращающегося вала, неподвижного корпуса и т. д. Использование в этих целях акселерометров различных типов, размещаемых на поверхности контролируемой детали или в непосредственной близости от неё, не всегда возможно.

Для бесконтактной оценки параметров виброколебаний различных объектов давно и с успехом применяются оптические методы и устройства, в частности лазерные приборы вибрационного контроля и точного позиционирования [5, 6]. Регистрация и обработка сигналов вибродатчиков в таких системах в настоящее время проводятся с помощью цифровых методов. В [7] предложен квазиоптимальный алгоритм оценки информационного параметра сигнала гетеродинного лазерного доплеровского виброметра (ЛДВ), предусматривающий обработку записанного в оперативную память ЭВМ массива отсчётов поступающей с лазерного вибродатчика смеси сигнала и шума. Однако такой принцип регистрации и обработки сигналов измерительной информации не является единственным. Так, в [8] для

оценки мгновенной частоты сигнала лазерной доплеровской системы применяется принцип слежения.

Цель данной работы — создание алгоритма квазиоптимальной нелинейной фильтрации для получения текущих оценок относительной амплитуды виброколебаний по сигналу гетеродинного ЛДВ.

Синтез алгоритма квазиоптимальной нелинейной фильтрации информационного параметра сигнала ЛДВ. В работе [9] представлен метод оценки изменяющейся амплитуды вибросмещения гетеродинным ЛДВ, основанный на алгоритме квазиоптимальной нелинейной фильтрации информационного параметра сигнала вибродатчика. Результаты были получены для случая, когда все неинформационные параметры сигнала считались известными. При проведении реальных измерений сигнал гетеродинного ЛДВ может иметь как известные (например, частота гетеродина), так и неизвестные параметры. При обработке аддитивной смеси сигнала ЛДВ и шума неизвестным информационным параметром является индекс модуляции m [9], который нелинейно входит в наблюдение. При наличии неизвестных неинформационных параметров сигнала вибродатчика представленный в [9] подход должен быть расширен на случай фильтрации вектора параметров [10].

Следуя [9], примем, что выходной сигнал вибродатчика имеет следующий вид:

$$y(t) = S(t, \boldsymbol{\lambda}) + n(t) = U(t) \cos[\omega_0 t + m(t) \sin(\Omega t + \Phi(t)) + \varphi(t)] + n(t), \quad (1)$$

где $S(t, \boldsymbol{\lambda})$ — модель сигнала гетеродинного ЛДВ; $n(t)$ — белый гауссов шум с двусторонней спектральной плотностью мощности $N_0/2$; $\boldsymbol{\lambda} = [m, U, \Phi, \varphi]$ — вектор неизвестных параметров. Оцениваемый информационный параметр сигнала ЛДВ $m(t)$ связан с относительной амплитудой вибросмещения соотношением $m(t) = 2\pi \frac{L(t)}{\Lambda}$, где $L(t)$ — оцениваемая амплитуда, а Λ — период интерференционной картины в измерительном объеме ЛДВ. Остальные составляющие вектора неизвестных параметров сигнала $U(t)$, $\Phi(t)$ и $\varphi(t)$ являются неинформационными, но подлежащими оценке в соответствии с выбранным методом. Частота гетеродина ω_0 и частота виброколебаний Ω считаются известными либо измеренными другими средствами, что обычно выполняется на практике. Будем полагать, что составляющие вектора параметров сигнала $m(t)$, $U(t)$, $\Phi(t)$ и $\varphi(t)$ подвержены флуктуациям и могут быть описаны как случайные процессы с известными статистическими характеристиками. В частности, адекватной моделью фазовых и амплитудных шумов является гауссов случайный процесс [11]. При этом переменная амплитуда сигнала вибродатчика может содержать гармоники частоты виброколебаний. Закон распределения начальной фазы вибросигнала зависит от апертуры приёмной оптической системы виброметра и для случая относительно больших апертур считается гауссовым [12]. Флуктуации параметра $m(t)$ определяются источником вибросмещений, и их природа в каждом отдельно взятом случае различна. В то же время любая реальная механическая система обладает инерционностью, что эквивалентно низкочастотной фильтрации спектра её флуктуаций. Здесь правомерно описание флуктуаций $m(t)$ марковским нормальным случайным процессом. При этом в распределении параметра $m(t)$ могут присутствовать детерминированные тренды, которые будем полагать медленными по сравнению со случайными флуктуациями. Поскольку источники флуктуаций перечисленных параметров различны и независимы, считаются независимыми и сами флуктуации. При таких предположениях математической моделью вектора параметров $\boldsymbol{\lambda}(t)$ может служить векторный нормальный марковский процесс, описываемый стохастическим векторным дифференциальным уравнением [10]

$$\frac{d\boldsymbol{\lambda}}{dt} = -\mathbf{A}(\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\lambda}_{cp}) + \boldsymbol{\xi}(t) \quad (2)$$

с начальным условием $\boldsymbol{\lambda}(t_0) = \boldsymbol{\lambda}_0$. Здесь $\mathbf{A} = \text{diag}(\alpha_U, \alpha_m, \alpha_\Phi, \alpha_\varphi)$ — диагональная матрица; $\boldsymbol{\lambda}_{\text{cp}}$ — вектор, задающий средние значения параметров; $\boldsymbol{\xi}(t)$ — векторный белый гауссов шум с матрицей двусторонней спектральной плотности $\mathbf{N}_\xi/2$; $\boldsymbol{\lambda}_0$ — векторная случайная величина, распределение которой будем считать известным. В соответствии с принятой моделью (2) коэффициенты $\alpha_U, \alpha_m, \alpha_\Phi, \alpha_\varphi$ имеют смысл ширины спектра флуктуаций параметров вибросигнала [10] и используются в системе слежения в качестве априорных данных.

При принятых выше условиях апостериорная плотность вероятности $p(\boldsymbol{\lambda} | y_0^t)$ является гауссовой [10, с. 293]:

$$p(\boldsymbol{\lambda} | y_0^t) = \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{\det(\mathbf{D}_\lambda)}} \exp \left\{ -\frac{1}{2}(\boldsymbol{\lambda} - \hat{\boldsymbol{\lambda}})^T \mathbf{D}_\lambda^{-1}(\boldsymbol{\lambda} - \hat{\boldsymbol{\lambda}}) \right\}. \quad (3)$$

Здесь y_0^t — реализация сигнала (1), наблюдаемая на интервале $(0, t)$; $\mathbf{D}_\lambda = \text{diag}(D_U, D_m, D_\Phi, D_\varphi)$ — матрица дисперсий гауссова распределения параметров сигнала. Согласно независимости оцениваемых параметров данная матрица является диагональной.

Уравнения квазиоптимальной нелинейной фильтрации для условного среднего $\hat{\boldsymbol{\lambda}} = M[\boldsymbol{\lambda} | y_0^t]$, записанные в векторной форме для рассматриваемой модели (2), имеют следующий вид [10]:

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\lambda}}}{dt} = -\mathbf{A}(\hat{\boldsymbol{\lambda}} - \boldsymbol{\lambda}_{\text{cp}}) + \mathbf{D}_\lambda(t) \frac{2}{N_0} (y(t) - S(\hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)) \left[\frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \right]^T, \quad (4)$$

$$\frac{d\mathbf{D}_\lambda}{dt} = -2\mathbf{A}\mathbf{D}_\lambda(t) + \frac{1}{2}\mathbf{N}_\xi - \frac{2}{N_0}\mathbf{D}_\lambda(t) \left[\frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \right]^T \left[\frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \right] \mathbf{D}_\lambda(t), \quad (5)$$

где $\left[\frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \right] = \left[\frac{\partial S}{\partial U}, \frac{\partial S}{\partial m}, \frac{\partial S}{\partial \Phi}, \frac{\partial S}{\partial \varphi} \right]$ — вектор-строка.

Уравнения фильтрации в скалярной форме запишем как

$$\frac{d\hat{U}}{dt} = -\alpha_U(\hat{U}(t) - U_{\text{cp}}) + D_U(t) \frac{2}{N_0} (y(t) - S(\hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)) \cos(\omega_0 t + \hat{m}(t) \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)) + \hat{\varphi}(t)),$$

$$\frac{d\hat{m}}{dt} = -\alpha_m(\hat{m}(t) - m_{\text{cp}}) - D_m(t) \frac{2}{N_0} (y(t) - S(\hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)) \hat{U}(t) \times$$

$$\times \sin(\omega_0 t + \hat{m}(t) \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)) + \hat{\varphi}(t)) \cdot \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)),$$

$$\frac{d\hat{\Phi}}{dt} = -\alpha_\Phi(\hat{\Phi}(t) - \Phi_{\text{cp}}) - D_\Phi(t) \frac{2}{N_0} (y(t) - S(\hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)) \hat{U}(t) \times$$

$$\times \sin(\omega_0 t + \hat{m}(t) \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)) + \hat{\varphi}(t)) \hat{m}(t) \cos(\Omega t + \hat{\Phi}(t)),$$

$$\frac{d\hat{\varphi}}{dt} = -\alpha_\varphi(\hat{\varphi}(t) - \varphi_{\text{cp}}) - D_\varphi(t) \frac{2}{N_0} (y(t) - S(\hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)) \hat{U}(t) \sin(\omega_0 t + \hat{m}(t) \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)) + \hat{\varphi}(t)),$$

$$\begin{aligned} \frac{dD_U}{dt} &= -2\alpha_U D_U(t) + \frac{N_{\xi, U}}{2} - \frac{2}{N_0} D_U^2(t) [\cos(\omega_0 t + \hat{m}(t) \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)) + \hat{\varphi}(t))]^2, \\ \frac{dD_m}{dt} &= -2\alpha_m D_m(t) + \frac{N_{\xi, m}}{2} - \frac{2}{N_0} D_m^2(t) \times \\ &\times [-\hat{U}(t) \sin(\omega_0 t + \hat{m}(t) \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)) + \hat{\varphi}(t)) \cdot \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t))]^2, \\ \frac{dD_\Phi}{dt} &= -2\alpha_\Phi D_\Phi(t) + \frac{N_{\xi, \Phi}}{2} - \frac{2}{N_0} D_\Phi^2(t) \times \\ &\times [-\hat{U}(t) \sin(\omega_0 t + \hat{m}(t) \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)) + \hat{\varphi}(t)) \hat{m}(t) \cos(\Omega t + \hat{\Phi}(t))]^2, \\ \frac{dD_\varphi}{dt} &= -2\alpha_\varphi D_\varphi(t) + \frac{N_{\xi, \varphi}}{2} - \frac{2}{N_0} D_\varphi^2(t) [-\hat{U}(t) \sin(\omega_0 t + \hat{m}(t) \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)) + \hat{\varphi}(t))]^2. \end{aligned}$$

Структурная схема устройства нелинейной фильтрации информационных параметров приведена на рис. 1. Для упрощения рисунка на схеме в виде отдельных функциональных узлов показаны генераторы опорных сигналов, вырабатывающие под действием управляющих воздействий сигналы Γ_1 — Γ_4 :

$$\begin{aligned} &-\cos(\omega_0 t + \hat{m}(t) \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)) + \hat{\varphi}(t)), \\ &\hat{U}(t) \sin(\omega_0 t + \hat{m}(t) \sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)) + \hat{\varphi}(t)), \\ &\sin(\Omega t + \hat{\Phi}(t)), \\ &\hat{m}(t) \cos(\Omega t + \hat{\Phi}(t)). \end{aligned}$$

Управляющими воздействиями служат получаемые на выходе следящей системы оценки параметров $m(t)$, $U(t)$, $\Phi(t)$ и $\varphi(t)$. В алгоритме слежения использована также априорная информация о статистических характеристиках наблюдаемой смеси сигнала и шума, а именно о компонентах матрицы \mathbf{A} , средних значениях и дисперсиях параметров сигнала $\lambda_{\text{ср}}$ и о спектральной плотности мощности аддитивного шума N_0 . Следящая система состоит из четырёх подсистем, осуществляющих слежение за параметрами $m(t)$, $U(t)$, $\Phi(t)$ и $\varphi(t)$. В каждой из подсистем имеются блоки, отвечающие за текущую оценку параметра и определение дисперсии этой оценки. Блоки оценок текущих дисперсий $\mathbf{D}_\lambda(t)$ выделены на рис. 1 пунктирными линиями. Каждый из них представляет собой двухпетлевую схему слежения, параметры цепей обратной связи которой используют априорные данные о ширине спектра оцениваемого параметра и уровне аддитивного шума наблюдения. В состав схемы входят масштабные усилители, перемножители, сумматоры, устройства возведения в квадрат, интегратор. С выходов блоков оценки $\mathbf{D}_\lambda(t)$ поступают на перемножители блоков оценки текущих значений соответствующих параметров. Данные блоки представляют собой однопетлевые схемы слежения, к входам которых подключены генераторы опорных сигналов, выходы блоков оценки дисперсий, а также выход схемы, вычисляющей разность моделируемого с учётом полученных текущих оценок сигнала $S(\lambda, t)$ и наблюдаемой смеси сигнала и шума $y(t)$. На выходах блоков формируются оценки параметров $m(t)$, $U(t)$, $\Phi(t)$ и $\varphi(t)$. Каждая из описанных подсистем моделирует соответствующие уравнения из (5) и (6).

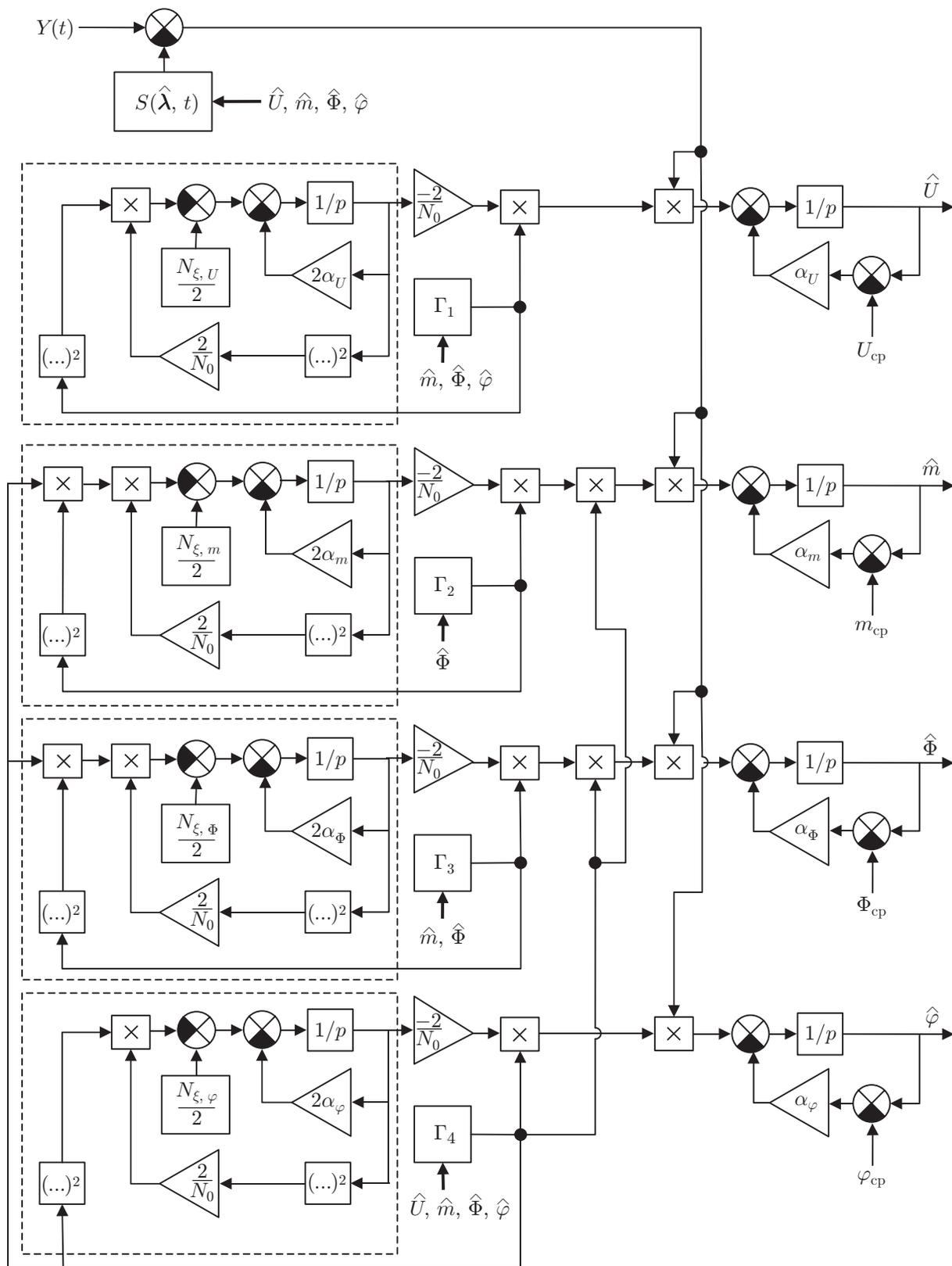


Рис. 1

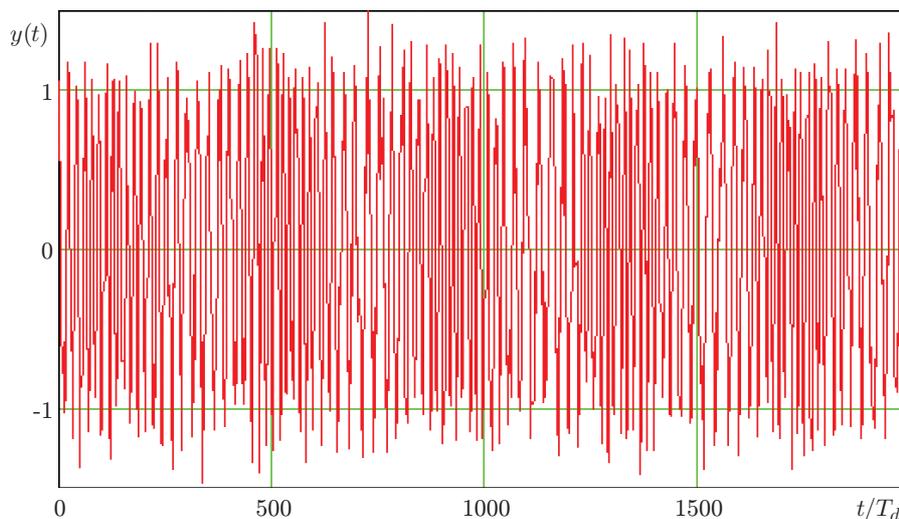


Рис. 2

Тестирование алгоритма оценки вектора параметров. Работа синтезированной схемы промоделирована на ЭВМ. При численном моделировании использовался метод Эйлера — Коши [13, с. 435]. Формируемая смесь сигнала и шума (1) поступала на вход алгоритма слежения, в который заложена априорная информация о статистических характеристиках неизвестных флуктуирующих параметров сигнала и ожидаемом отношении сигнал/шум.

На рис. 2 изображена временная диаграмма смеси сигнала и гауссова широкополосного шума. Здесь и далее на временных диаграммах по горизонтальной оси отложено текущее время, нормированное на период дискретизации сигнала T_d . Начальные фазы $\Phi(t)$ и $\varphi(t)$ моделируются в виде медленно меняющихся по сравнению с периодом виброколебаний нормальных марковских процессов, случайные значения которых при $t = 0$ распределены по равномерному закону в пределах от $-\pi$ до $+\pi$. Отношение амплитуды сигнала U к среднему квадратическому значению σ аддитивного гауссова шума (отношение сигнал/шум) в полосе сигнала в данном случае равно 5.

На рис. 3 показаны временные диаграммы модельного значения параметра $m(t)$ (кривая 1) и его текущей оценки $\hat{m}(t)$ (кривая 2), полученной схемой четырёхконтурной фильтрации. При моделировании полагалось, что среднее значение параметра $m_{\text{ср}} = 3$, средне-

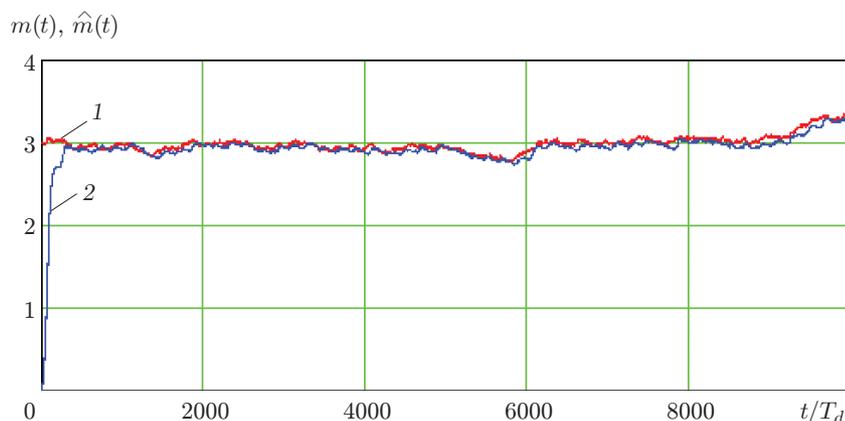


Рис. 3

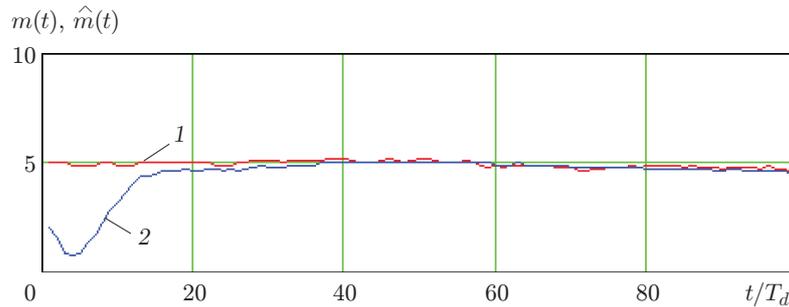


Рис. 4

квадратическое отклонение параметров φ и Φ составляет 5 %, а для стабилизации параметра U используется автоматическая регулировка усиления. Начальные приближения для оцениваемых параметров φ и Φ берутся равными их априорному математическому ожиданию. Отношение сигнал/шум в полосе сигнала $U/\sigma = 5$. Видно, что следящая система обеспечивает устойчивое сопровождение информационного параметра $m(t)$ и отслеживает все его флуктуации. Среднеквадратическое отклонение оценки параметра $m(t)$ составило 0,1 на интервале наблюдения $10^4 T_d$. Как любая система слежения алгоритм предусматривает на начальном этапе работу в режиме «захвата». В зависимости от точности априорных оценок параметров распределений и начальных значений оцениваемых параметров интервалы времени, в течение которых алгоритм осуществляет «приближение» оценки $\hat{m}(t)$ к реальным значениям $m(t)$, могут сильно различаться.

На рис. 4 приведены временные диаграммы значений параметров $m(t)$ (кривая 1) и $\hat{m}(t)$ (кривая 2) с выделением интервала времени захвата. Видно, что в данном случае этот интервал составил около 40 периодов частоты дискретизации.

На рис. 5 показаны результаты работы системы слежения при добавлении к модели флуктуаций детерминированного тренда $m_{cp}(t) = 5 + 5 \sin^2(2\pi t/4T)$, где T — интервал времени наблюдения (временные диаграммы значений параметра $m(t)$ (кривая 1) и его текущей оценки $\hat{m}(t)$ (кривая 2)). Видно, что обеспечивается надёжное слежение за информационным параметром при его значительных изменениях. Аналогичный результат имеет место и при малом отношении сигнал/шум.

На рис. 6 представлены временные диаграммы модельного значения параметра $m(t)$ (кривая 1) и его текущей оценки $\hat{m}(t)$ (кривая 2), имеющие место при отношении сигнал/шум в полосе сигнала $U/\sigma = 1$. Среднеквадратическое отклонение оценки σ_m составило при этом 0,3. Результаты моделирования показали, что даже при таком значитель-

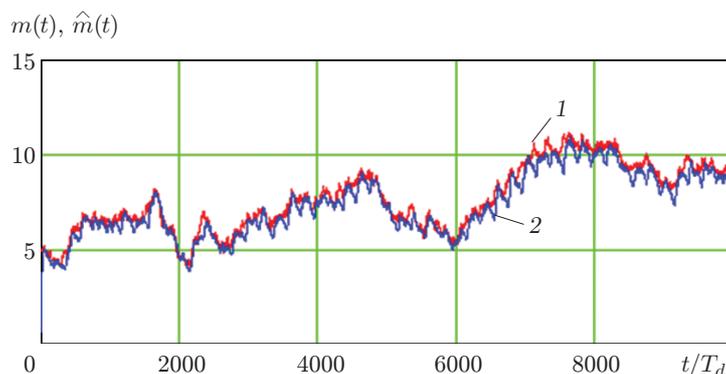


Рис. 5

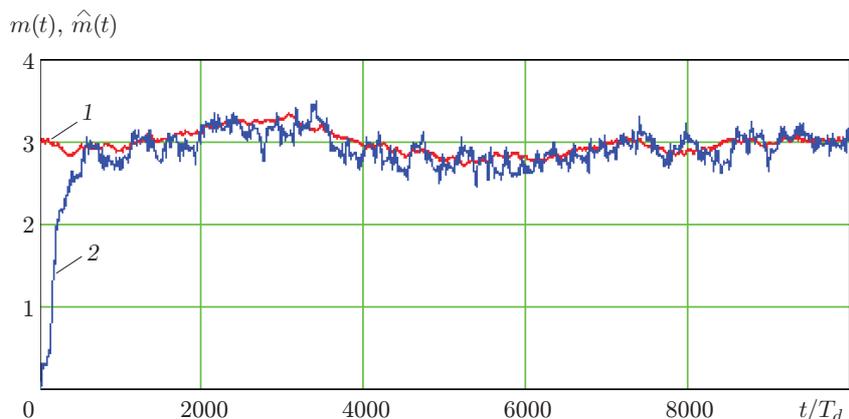


Рис. 6

ном уровне аддитивного шума система обеспечивает устойчивое слежение с относительной среднеквадратической погрешностью оценки параметра $m(t)$ не более 10 %.

Заключение. Результаты проведённых исследований показывают, что разработанный алгоритм квазиоптимальной нелинейной фильтрации вектора параметров сигнала ЛДВ обеспечивает возможность получения непрерывной текущей оценки относительной амплитуды вибросмещения при наличии неизвестных флуктуирующих неинформационных параметров сигнала ЛДВ. Методом математического моделирования установлено, что можно обеспечить устойчивое слежение за меняющейся амплитудой вибросмещения даже в случае малого отношения сигнал/шум ($U/\sigma \sim 1$). Алгоритм устойчиво отслеживает не только случайные «блуждания», но и значительные (до 100 % и более) детерминированные отклонения информационного параметра от среднего значения (тренды), что может быть использовано для анализа нестационарного поведения амплитуды вибросмещения (например, на участках «разгона» двигателей, турбин и т. д.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Боришанский К. Н., Григорьев Б. Е., Григорьев С. Ю., Наумов А. В.** Контроль вибрационного состояния лопаток турбин в эксплуатационных условиях как способ повышения надёжности их работы // Энергетик. 2010. № 8. С. 26–29.
2. **Дорошко С. М., Тойбер М. Л.** Об исследовании колебаний рабочих лопаток турбокомпрессоров бесконтактными методами // Вопросы динамики и прочности. Рига: Зинатне, 1973. Вып. 25. С. 199–208.
3. **Заблоцкий И. Е., Коростелев Ю. А., Шипов Р. А.** Бесконтактные измерения колебаний лопаток турбомашин. М.: Машиностроение, 1977. 160 с.
4. **Данилин А. И., Чернявский А. Ж., Сазанов В. П.** Диагностика и контроль деформационного состояния лопаток турбоагрегатов // Контроль. Диагностика. 2003. № 1. С. 23–28.
5. **Застрогин Ю. Ф., Застрогин О. Ю., Кулебякин А. З.** Лазерные приборы вибрационного контроля и точного позиционирования. М.: Машиностроение, 1995. 320 с.
6. **Коронкевич В. П., Соболев В. С., Дубнищев Ю. Н.** Лазерная интерферометрия. М.: Наука, 1983. 216 с.
7. **Гречихин В. А.** Оценка относительной амплитуды вибросмещения в лазерном доплеровском виброметре // Автометрия. 2012. 48, № 3. С. 33–38.

8. **Соболев В. С., Столповский А. А., Щербаченко А. М. и др.** Следящая лазерная доплеровская система на основе оптимальных оценок мгновенной частоты // *Автометрия*. 2006. **42**, № 1. С. 103–115.
9. **Гречихин В. А.** Оптимальная обработка сигналов лазерного доплеровского виброметра // Тр. XI Междунар. науч.-техн. конф. «Оптические методы исследования потоков». М.: НИУ «МЭИ», 2011. [CD-ROM].
10. **Перов А. И.** Статистическая теория радиотехнических систем: Учеб. пособие для вузов. М.: Радиотехника, 2003. 400 с.
11. **Тихонов В. И., Кульман Н. К.** Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М.: Сов. радио, 1975. 704 с.
12. **Чмутин А. А.** Лазерный доплеровский виброметр // Тез. докл. науч. сем. «Лазеры и современное приборостроение». С.-Пб.: ЛООЗ, 1991. С. 122–124.
13. **Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В.** Вычислительные методы для инженеров. М.: Высш. шк., 1994. 544 с.

Поступила в редакцию 14 декабря 2013 г.
