УДК 681.5

СИНТЕЗ ПИД-РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ОБЪЕКТОВ*

А. С. Востриков, Г. А. Французова

Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: vostrikov@sintez.nstu.ru
frants@ac.cs.nstu.ru

Рассматривается один из возможных подходов к расчёту параметров типовых регуляторов на основе метода локализации. Показано, что рассчитанные таким способом регуляторы полностью решают задачу стабилизации нелинейных нестационарных объектов первого и второго порядков. Представлены варианты реализации типовых регуляторов и рекомендации по расчёту их параметров, исследованы свойства полученных автоматических систем. Отмечается общая характерная особенность систем с предложенным ПИД-регулятором, которая заключается в возникновении быстрых составляющих движения на фоне медленных рабочих процессов. Результаты численного моделирования иллюстрируют основные свойства рассмотренных систем.

Ключевые слова: управление, ПИД-регулятор, нелинейный объект, метод локализации, разнотемповые процессы.

Введение. Одни из первых промышленных регуляторов — типовые ПИД-регуляторы, которые до сих пор широко применяются в различных технических системах. Их популярность объясняется простотой построения и использования, ясностью функционирования, пригодностью для решения многих практических задач и низкой стоимостью. Благодаря своей универсальной структуре такие регуляторы позволяют добиться приемлемых результатов применительно к широкому классу встречающихся в промышленности объектов низкого порядка.

Несмотря на то что к настоящему времени существует большое число рекомендаций по настройке [1–3], расчёту [4–7] и оптимизации параметров типовых регуляторов [8], универсальной методики их синтеза пока не предложено. Нередко после расчёта ПИД-регулятора приходится уточнять его параметры и осуществлять их ручную подстройку. В ситуации, когда существенное влияние оказывают внешние факторы (изменения нагрузки, температуры окружающей среды и т. п.) или с течением времени меняются параметры самого объекта, типовые регуляторы не всегда обеспечивают заданное качество работы автоматической системы. В некоторых случаях настройка параметров регуляторов может быть проведена с помощью процедуры формирования требуемой передаточной функции с заданными показателями качества [9].

Эффективным подходом к синтезу регуляторов для класса нелинейных объектов, функционирующих в условиях действия внешних возмущений, является метод локализации [10–13]. Суть его заключается в использовании для формирования закона управления старшей производной выходной переменной, которая в неявной форме содержит всю информацию об объекте в текущий момент времени. Полученный в результате регулятор обладает свойством «грубости» как по отношению к нелинейным характеристикам объекта, так и к действию внешних возмущающих факторов.

*Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (государственное задание № 2014/138, проект № 471).

Поскольку стандартные промышленные ПИД-регуляторы содержат в своём составе дифференциальную составляющую, то для объектов низкого порядка естественно попытаться использовать соотношения метода локализации при расчёте параметров таких регуляторов [14–16].

Цель данной работы — предложить общие рекомендации по расчёту параметров типовых регуляторов для класса нелинейных нестационарных объектов первого и второго порядков на основе соотношений метода локализации.

ПД-регулятор для объектов первого порядка. Рассмотрим задачу стабилизации для нелинейного нестационарного объекта первого порядка, модель которого имеет вид

$$\dot{y} = f(t, y) + b(t, y)u, \tag{1}$$

где $y \in R^1$ — выходная переменная объекта; $u \in R^1$ — управляющее воздействие; $f(t, y)$ и $b(t, y)$ — непрерывные и дифференцируемые функции, которые имеют ограниченные производные, их значения находятся в рабочем диапазоне $|f(\cdot)| \leq f_{\max}$, $0 < b_{\min} \leq |b(\cdot)| \leq$ $\leq b_{\max}$. Далее символы f и b будут применяться как для обозначения вида этих функций, так и их значений.

Запишем уравнение (1) в символической форме с использованием оператора дифференцирования $p = d/dt$:

$$py = f(\cdot) + b(\cdot)u. \tag{2}$$

Для стабилизации объекта (2) выберем ПД-регулятор с законом управления вида

$$u = k(cp + 1)(v - y), \tag{3}$$

где $v \in R^1$ — входное воздействие на систему; k — общий коэффициент усиления регулятора; c — коэффициент при дифференциальной составляющей. Подставляя (3) в уравнение объекта (2), получим следующее описание системы:

$$py = (1 + bkc)^{-1}[f - bky + bk(cp + 1)v].$$

При увеличении общего коэффициента усиления регулятора (в асимптотике при $k \to \infty$) это соотношение вырождается в уравнение

$$y = (cp + 1)^{-1}(cp + 1)v. \tag{4}$$

Видно, что в пределе для существенно нелинейного объекта (1) получили линейную систему (4). Свободная составляющая процессов для неё соответствует характеристическому уравнению

$$cp + 1 = 0, \tag{5}$$

в котором задаётся один параметр регулятора c, определяющий инерционность системы (4). Точность подчинения движения объекта уравнению (4) зависит от численного значения коэффициента k.

Процедура настройки регулятора очевидна. В режиме отработки входного сигнала v и в режиме слежения ошибка регулирования $e = v - y$ в соответствии с (4) тождественно равна нулю. Начальные состояния $y(0)$ отрабатываются системой в соответствии с характеристическим уравнением (5). Следовательно, ПД-регулятор полностью решает задачу стабилизации нелинейного нестационарного объекта первого порядка.

Быстрые подпроцессы в системе с ПД-регулятором. В соответствии с методом локализации [10, 11] эффективность ПД-регулятора (3) для класса объектов (1) объясняется наличием обратной связи по старшей (в данном случае первой) производной выходной переменной и достаточно большим коэффициентом усиления регулятора k. В реальной системе это может привести (и приводит) к возникновению быстрых подпроцессов на фоне медленных основных. Свойства этих движений зависят от инерционности фильтра, используемого для оценки производных, и той неучтённой (пренебрегаемой) части объекта, которую трудно или невозможно описать на языке существующих математических моделей. Такая составляющая всегда имеется и, как правило, создаёт основные сложности для инженеров при настройке системы. Для работоспособности последней необходимо, чтобы порождаемые пренебрегаемой частью объекта в совокупности с большим коэффициентом усиления регулятора быстрые подпроцессы оставались устойчивыми [17].

Выделим быструю составляющую движения, учитывая только инерционность дифференцирующего устройства (фильтра) [11, 13]. В этом случае модель реального ПД-регулятора имеет вид

$$u = k\frac{cp+1}{\mu p+1}\,(v-y), \tag{6}$$

где параметр μ определяет инерционность дифференцирующего фильтра, причём его значение на порядок меньше инерционности объекта и инерционности эталонной системы (5). Представим описание регулятора (6) в форме

$$(\mu p+1)u = k(cp+1)v - kcpy - ky$$

и после подстановки вместо py правой части (2) получим

$$(\mu p+1)u + kcbu = k(cp+1)v - k(y+cf). \tag{7}$$

Отметим, что уравнение (7) вместе с (1) образует модель поведения исследуемой системы, в которой управление u является «быстрой» переменной. Следуя технике разделения движений в системах со старшей производной в управлении [11, 12], выделим быструю составляющую процесса, характеристическое уравнение которой запишем в виде

$$\mu p + 1 + kcb = 0. \tag{8}$$

Как видно, в уравнении (8) фигурирует часть объекта b, т. е. неучтённые при формировании модели объекта составляющие попадают в контур быстрых движений. Таковы свойства реальных технических систем, и все методы расчёта систем автоматики должны обеспечивать определённый «запас» качественных свойств по отношению к возможным «паразитным» инерционностям и ошибкам при оценке значений параметров.

На практике в целях фильтрации помех при оценке производных, как правило, используется дифференцирующий фильтр более высокого порядка, чем требуемая производная [11–13]. В общем случае его передаточная функция имеет следующий вид:

$$W(\mu p) = \frac{p}{D(\mu p)}, \tag{9}$$

где полином $D(\mu p)$ отражает инерционность фильтра, которая и обеспечивает подавление высокочастотных помех:

$$D(\mu p) = d_l\mu^l p^l + d_{l-1}\mu^{l-1}p^{l-1} + \ldots + d_1\mu p + 1. \tag{10}$$

Здесь l — порядок фильтра; d_i — его коэффициенты, $i=\overline{1,l}$.

С учётом (10) уравнение ПД-регулятора (6) принимает форму

$$u = k\frac{cp+1}{D(\mu p)}(v-y), \tag{11}$$

а уравнение системы (7) для переменной u приобретает вид

$$D(\mu p)u + kcbu = k(cp+1)v - k(y+cf),$$

откуда в результате разделения движений следует описание быстрых движений:

$$D(\mu p) + kcb = 0. \tag{12}$$

При использовании дифференцирующего фильтра выше второго порядка контур быстрых движений (12) может оказаться неустойчивым и для его коррекции потребуется дополнительное звено стабилизации, для расчёта которого следует воспользоваться методами линейной теории управления.

ПИД-регулятор для объектов первого порядка. Рассмотрим возможности наиболее полного типового регулятора, алгоритм управления которого представим в виде

$$u = k[(cp+1) + k_1p^{-1}](v-y), \tag{13}$$

и выделим интегральную составляющую с коэффициентом k_1, а для пропорционально-дифференциальной части сохраним форму ПД-регулятора (3). В результате подстановки (13) в (2) получим описание системы

$$py = f + bk(cp+1)(v-y) + bkk_1p^{-1}(v-y)$$

или после несложных преобразований

$$py = (1+bkc)^{-1}[f - bky + bk(cp+1)v + bkk_1p^{-1}(v-y)]. \tag{14}$$

В данном случае также наблюдается эффект «подавления» собственных свойств объекта (функции f и b) за счёт выбора достаточно больших значений коэффициента усиления регулятора k. При $k \to \infty$ получим предельное соотношение для замкнутой системы в форме

$$(cp^2 + p + k_1)y = (cp^2 + p + k_1)v. \tag{15}$$

Уравнение (15) является линейным, имеет второй порядок, и качество переходных процессов обеспечивается выбором параметров регулятора c и k_1. При этом свободная составляющая движений соответствует характеристическому уравнению

$$cp^2 + p + k_1 = 0.$$

Отметим, что в данном случае для получения требуемых динамических свойств достаточно двух коэффициентов, а третий можно использовать в целях обеспечения глубины подавления влияния свойств объекта и внешних возмущений. Таким образом, ПИД-регулятор также полностью решает задачу стабилизации нелинейных нестационарных объектов первого порядка.

К сожалению, обычное включение ПИД-регуляторов в канал ошибки $e = v - y$ предполагает режим отработки начальных условий и возмущений. В режимах слежения или отработки ступенчатых входных сигналов из-за дифференцирования входа возникают сколь угодно большие значения управляющих воздействий, что технически нереализуемо. Для таких ситуаций необходимо перенести точку входа дифференцирующего канала с сигнала ошибки e на выходной сигнал y, т. е. реализовать ПИД-алгоритм в виде

$$u = k[k_1 p^{-1}(v - y) - (cp + 1)y]. \tag{16}$$

Поскольку здесь дифференцируется только сигнал обратной связи, который обычно изменяется медленно, на выходе дифференциального канала не возникает «бросков», приводящих к сколь угодно большим значениям управления.

Быстрые подпроцессы в системе с ПИД-регулятором. Как и в случае применения ПД-регулятора, будем полагать, что оценивание форсирующей части (16) осуществляется дифференцирующим фильтром и, следовательно, реальный закон управления имеет вид

$$u = k\Big[k_1 p^{-1}(v - y) - \frac{cp + 1}{D(\mu p)}\, y\Big]. \tag{17}$$

Управляющее воздействие в замкнутой системе (2), (17) будет изменяться по аналогии с (7) согласно выражению

$$D(\mu p)u + kcbu = kk_1 p^{-1}(v - y) - kcf - ky,$$

из которого видно, что быстрые процессы порождаются малой инерционностью дифференцирующего фильтра (9). В этом нетрудно убедиться, если в полученное выражение ввести замену $q = \mu p$, где $\mu \to 0$ [11, 17]. Эффект влияния интегрального канала станет пренебрежимо малым, и быстрая составляющая движений будет соответствовать характеристическому уравнению (12).

ПИД-регулятор для объектов второго порядка. Покажем теперь, что ПИД-регулятор может обеспечить стабилизацию объектов второго порядка, модель которых представлена в форме символической записи дифференциального уравнения:

$$p^2 y = f(t, y, py) + bu. \tag{18}$$

Организуем алгоритм управления в виде (16), т. е.

$$u = k[k_1 p^{-1}(v - y) - (cp + 1)y],$$

что соответствует следующему представлению ПИД-регулятора: интегральная составляющая находится в прямом канале, а пропорционально-дифференциальная — в канале обратной связи (рис. 1).

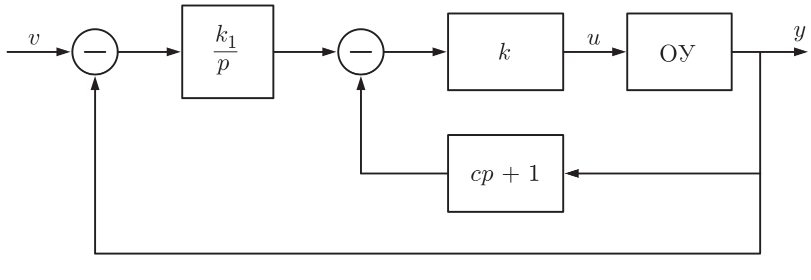

Рис. 1. Иллюстрация включения ПИД-регулятора (ОУ — объект управления)

Уравнение замкнутой системы (16), (18) запишем в символической форме

$$p^2 y = f + bkk_1 p^{-1}(v - y) - bk(cp + 1)y \tag{19}$$

и домножим обе части (19) на оператор p:

$$p^3 y = pf + bkk_1(v - y) - bkp(cp + 1)y. \tag{20}$$

Увеличивая коэффициент регулятора в пределе при $k \to \infty$, вместо (20) получим

$$0 = k_1 p^{-1}(v - y) - (cp + 1)y,$$

или после преобразования

$$(cp^2 + p + k_1)y = k_1 v. \tag{21}$$

Как видно, свойства системы с ПИД-регулятором (16) описывает линейное уравнение второго порядка (21). При расчёте такого регулятора необходимо предусмотреть подавление влияния нелинейностей и возмущений (функции f и b) с помощью коэффициента k, а требуемые динамические свойства обеспечить соответствующим выбором параметров c и k_1. Заметим, что регулятор (16) может быть эффективным в режиме отработки ступенчатых входных воздействий.

Исследуем теперь быстрые подпроцессы, возникающие в системе. С этой целью в законе управления (16) учтём инерционность дифференцирующего фильтра и запишем уравнение реального ПИД-регулятора в форме (17). Преобразуем его к виду

$$pD(\mu p)u = kk_1 v - kk_1 y - kcp^2 y - kpy$$

и с учётом (18) получим выражение для управления в замкнутой системе:

$$[pD(\mu p) + bkc]u = kk_1 v - kk_1 y - kpy - cf. \tag{22}$$

Если в системе (18), (22) разделить движения на быстрые и медленные составляющие рассмотренным выше способом, то получим эталонное уравнение (21) для медленных движений и следующее характеристическое уравнение для быстрых:

$$pD(\mu p) + bkc = 0. \tag{23}$$

Заметим, что предельное уравнение (21) имеет на единицу меньший порядок, чем исходное описание системы (20). Однако при этом увеличился на единицу порядок (23) по сравнению с (12), т. е. отброшенный старший член уравнения (21) «вошёл» в контур локализации и вместе с инерционностью дифференцирующего фильтра образовал подсистему быстрых движений (23). Эта подсистема может оказаться неустойчивой, её нужно будет стабилизировать способами линейной коррекции.

Пример. Рассмотрим свойства системы с ПИД-регулятором (17) и объектом вида

$$\ddot{y} = -a_1 y^2 - a_2 y\dot{y} + bu + M(t),$$

где $a_1 = 2$; $a_2 = 3$; $b = 5$; $M(t) = M_m(t - t_0)$; $M_m = 10$; $t_0 = 1$ с. Требования к переходным процессам системы следующие: $t_n \leq 1$ с, $\sigma \leq 10$ %. В соответствии с ними сформировано эталонное уравнение (21), где $c = 0{,}125$, $k_1 = 5{,}125$. Общий коэффициент k выбран из соотношения $bk = 100$, т. е. $k = 20$. Дифференцирующий фильтр первого порядка имеет параметр $\mu = 0{,}01$.

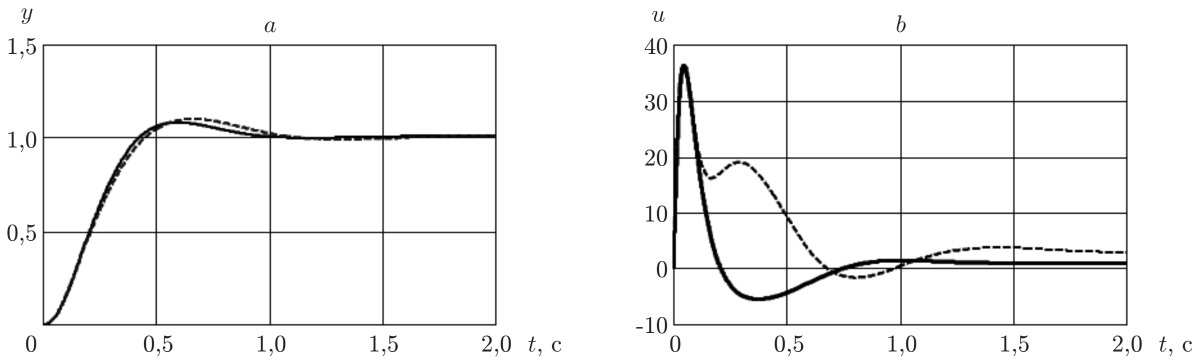

Рис. 2. Влияние изменения параметров объекта на свойства системы

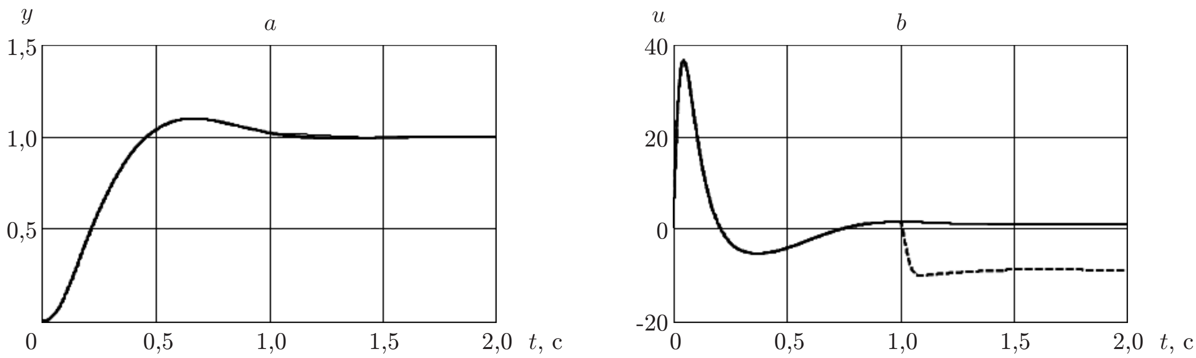

Рис. 3. Влияние возмущения на процессы в системе

На рис. 2 представлены переходная характеристика (рис. 2, *a*) и управляющее воздействие в системе (рис. 2, *b*) для исходных значений параметров (сплошные кривые) и при изменении коэффициентов от процесса к процессу (пунктирные кривые), когда a_1 изменялся в 5 раз, a_2 — в 3 раза в сторону увеличения. Видно, что данный регулятор обеспечивает требуемое качество процессов и обладает свойством грубости по отношению к изменению параметров нелинейного объекта в широком диапазоне.

Рис. 3 иллюстрирует влияние ступенчатого возмущения $M(t)$ на процессы, которые на выходе системы остаются неизменными (рис. 3, *a*), наблюдается только изменение управления (рис. 3, *b*) в момент действия возмущения. Таким образом, ПИД-регулятор позволяет стабилизировать процессы в системе для существенно нелинейного нестационарного объекта.

Заключение. В данной работе рассмотрена возможность применения соотношений метода локализации к расчёту параметров типовых ПИД-регуляторов, которые широко используются для решения технической задачи стабилизации систем управления низкого порядка. Преимущество представленного подхода заключается в том, что коэффициенты рассчитанного регулятора не зависят от свойств объекта, что позволяет обеспечить требуемое динамическое качество процессов в системе в условиях нелинейных характеристик и нестационарных параметров объекта, а также при действии внешних неконтролируемых возмущений.

Представленные рекомендации могут быть использованы при проектировании автоматических систем для сложных технологических процессов или технических устройств, поведение которых описывают дифференциальные уравнения первого или второго порядка с не полностью известными коэффициентами. При этом выбор ПД- или ПИД-регулятора должен соответствовать конкретной технической ситуации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Энциклопедия АСУ ТП.** URL: http://www.bookasutp.ru/ (дата обращения: 31.03.2015).
2. **Метод Зиглера — Николса.** URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Ziegler—Nichols_method (дата обращения: 23.03.2015).
3. **Денисенко В. В.** ПИД-регуляторы: вопросы реализации. URL: http://www.cta.ru/cms/f/374303.pdf (дата обращения: 28.03.2015).
4. **Никулин Е. Ф.** Основы теории автоматического управления. Частотные методы анализа и синтеза систем: Учеб. пособие для вузов. С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2004. 631 с.
5. **Денисенко В. В.** ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации // Современные технологии автоматизации. 2006. № 4. С. 66–74.
6. **Шляйхер М.** Техника автоматического регулирования для практиков. М.: JUMO, 2006. 273 с.
7. **Дорф Р., Бишоп Р.** Современные системы управления: Пер. с англ. М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. 832 с.
8. **Воевода А. А., Жмудь В. А., Заворин А. Н., Ядрышников О. Д.** Сравнительный анализ методов оптимизации регуляторов с использованием программных средств VisSim и MATLAB // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 9. С. 37–43.
9. **Ефимов С. В., Курганкин В. В., Замятин С. В.** Проектирование передаточных функций с требуемыми прямыми показателями качества на базе преобразований Лапласа // Автометрия. 2014. **50**, № 4. С. 34–40.
10. **Востриков А. С., Уткин В. И., Французова Г. А.** Системы с производной вектора состояния в управлении // АиТ. 1982. № 3. С. 22–25.
11. **Востриков А. С.** Синтез систем регулирования методом локализации. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. 252 с.
12. **Востриков А. С.** Проблема синтеза регуляторов для систем автоматики: состояние и перспективы // Автометрия. 2010. **46**, № 2. С. 3–19.
13. **Востриков А. С., Французова Г. А.** Теория автоматического регулирования. М.: Высш. шк., 2006. 368 с.
14. **Никулин Г. Л., Французова Г. А.** Синтез системы регулирования электромеханического усилителя руля автомобиля // Автометрия. 2008. **44**, № 5. С. 93–99.
15. **Frantsuzova G. A., Zemtsov N. S., Hubka L., Modrlak O.** Calculation of robust PID-controller // Proc. of the 12th Intern. Conf. "Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE-2014)". Novosibirsk, 2014. Vol. 1. P. 675–678.
16. **Французова Г. А., Земцов Н. С.** Расчет параметров робастного ПИД-регулятора на основе метода локализации // Вестн. ЮУрГУ. Сер. Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2013. **13**, № 4. С. 134–138.
17. **Геращенко Е. И., Геращенко С. М.** Метод разделения движений и оптимизация нелинейных систем. М.: Наука, 1975. 296 с.

Поступила в редакцию 20 февраля 2015 г.