

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 004.932.4

### АЛГОРИТМЫ ФИЛЬТРАЦИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ РАЗРЕШЕНИЯ В УСЛОВИЯХ АППЛИКАТИВНЫХ ПОМЕХ

А. Ю. Иванков, А. А. Сирота

*Воронежский государственный университет,  
394006, г. Воронеж, Университетская площадь, 1  
E-mail: ivankovay@gmail.com  
sir@cs.vsu.ru*

Проведены синтез и анализ алгоритмов повышения разрешения по серии изображений, искажённых аппликативными помехами, проявляющимися в виде локальных областей закрытия случайной формы. В основе лежит реализация алгоритма оптимальной линейной фильтрации в блочной форме, синтезируемого с учётом возможности появления ложных наблюдений в отдельных элементах анализируемых изображений. Предложен способ включения результатов независимой сегментации каждого отдельного изображения в процедуру рекуррентной фильтрации, что позволяет повысить качество итоговой обработки.

*Ключевые слова:* обработка изображений, сегментация, аппликативные помехи, суперразрешение, фильтр Калмана.

**Введение.** В системах анализа изображений получаемые графические данные нередко подвержены воздействию аддитивных и аппликативных помех (АП) (затенение объектов, возникновение поражённых участков изображений и аномальных наблюдений). Кроме того, для эффективного функционирования многих систем обработки информации требуются изображения высокого разрешения (ВР), которые обеспечивают необходимый уровень детализации сцен. Уменьшить воздействие мешающих факторов и ограничений разрешения возможно за счёт накопления информации путём обработки нескольких изображений интересующей сцены. В этом направлении известны алгоритмы суперразрешения (СР) [1–4], позволяющие восстанавливать изображения ВР за счёт накопления последовательности изображений низкого разрешения (НР) при наличии между ними дробных пиксельных смещений (не кратных одному пикселю НР).

Эффективным подходом к оценке изображения интересующего объекта по совокупности наблюдений НР представляется использование алгоритмов фильтрации калмановского типа [2–4]. Однако проблемой реализации фильтра Калмана при обработке изображений является большой размер системных матриц, вычисляемых и обрабатываемых в процессе фильтрации, что приводит к неоправданному расходу вычислительных ресурсов и возникновению случаев расходимости. Один из способов сокращения объёма вычислений — блочная обработка изображений в процессе фильтрации [3, 4], что применяется в данной работе.

Существенным недостатком фильтра Калмана является также высокая чувствительность результирующей оценки по отношению к влиянию аномальных воздействий и, прежде всего, наличию аппликативных помех в процессе получения наблюдений, что приводит к значительному снижению качества восстановления изображений. Действие аппликативных помех проявляется в замещении отдельных участков полезного изображения ложными наблюдениями — локальными областями закрытия со случайными амплитудой и формой, причём сам факт подобного замещения может быть зафиксирован наблюдателем лишь с

некоторой вероятностью [5, 6]. Применяемые в этих условиях стандартные алгоритмы линейной фильтрации не всегда эффективны, в то время как оптимальная нелинейная фильтрация сопряжена с существенным повышением сложности выполняемой обработки [5].

Для реализации алгоритма восстановления изображений ВР по серии изображений НР, подверженных воздействию аппликативных помех, целесообразным подходом является использование модифицированных алгоритмов линейной фильтрации, позволяющих задавать структуру фильтра, исходя из имеющихся ограничений без существенного усложнения обработки. При этом оценка изображения ВР опирается на априорные знания как об анализируемом изображении высокого разрешения, так и о статистических характеристиках АП. Для конструктивного решения данной задачи разумным представляется введение ограничений на характер АП, а именно необходимо, чтобы искажения в пределах локальных областей закрытия отличались от полезных участков изображения перепадом яркости и/или текстуры.

Цель данной работы — синтез и анализ блочных алгоритмов рекуррентной фильтрации для получения изображений ВР, синтезированных с учётом возможного появления ложных наблюдений при воздействии АП в серии изображений низкого разрешения. Особенностью синтезированных алгоритмов является возможность их интеграции с независимо работающими алгоритмами сегментации каждого отдельного изображения НР, что позволяет повысить качество восстановления за счёт использования дополнительной информации.

**Модель изображения в блочной форме.** Анализируемые изображения высокого разрешения интерпретируются как последовательность случайных ненаблюдаемых векторов  $\mathbf{x}_k$ ,  $k = \overline{1, K}$ . Каждое изображение ВР имеет размер  $L \times L$  пикселей. Наблюдаемые изображения НР имеют размер  $M \times M$  ( $L > M$ ,  $L/M = \mu$ ) и определяются последовательностью  $\mathbf{y}_k$ . Задача восстановления заключается в нахождении возможно более близких по заданному критерию оценок значений ненаблюдаемых векторов  $\mathbf{x}_k$  по полученной совокупности  $\mathbf{y}^k = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_k)$ .

Организация блочной обработки основана на результатах [3] и предполагает разбиение изображений на  $B$  перекрывающихся блоков по вертикали и горизонтали. Размер блока НР равен  $\hat{s} \times \hat{s}$  ( $\hat{s} = s + 2\Delta s$ , где  $s = M/B$ ;  $\Delta s$  — ширина области перекрытия для НР). Для удобства разбиения на перекрывающиеся блоки изображения низкого разрешения необходимо расширить на величину  $\Delta s$  с каждой стороны до размера  $(M + 2\Delta s) \times (M + 2\Delta s)$ . Блок ВР имеет размер  $\hat{s}_h \times \hat{s}_h$  ( $\hat{s}_h = s_h + 2\Delta s_h$ , где  $s_h = \mu s = L/B$ ;  $\Delta s_h$  — ширина области перекрытия для ВР), определение параметров  $\Delta s$  и  $\Delta s_h$  рассмотрено далее. Использование расширенных (перекрывающихся) блоков позволяет избежать возникновения осцилляций яркости на краях блоков восстановленного изображения высокого разрешения [3, 4]. Значения яркости изображений низкого разрешения в точках расширения полагаются равными среднему значению компонент вектора оценки состояния системы в начальный момент времени  $\mathbf{x}_1|_0$ .

В результате возникает возможность работать с  $B^2$  цепочками блоков как с отдельными изображениями, что позволяет потенциально распараллелить процесс обработки, проводя вычисления для каждой цепочки блоков независимо. В итоге получается оценка ВР для каждой цепочки, из которой вырезается центральная часть размером  $s_h \times s_h$  и помещается на результирующее изображение размером  $L \times L$  на место соответствующего блока (рис. 1). Для удобства последующего анализа все блоки изображения представлены как векторы, полученные после развёртки исходных матриц блоков по столбцам.

Пусть модель состояний анализируемой сцены удовлетворяет следующему уравнению:

$$\mathbf{x}_{k+1}^{p,q} = \mathbf{F}_k^{p,q} \mathbf{x}_k^{p,q} + \mathbf{u}_k^{p,q},$$

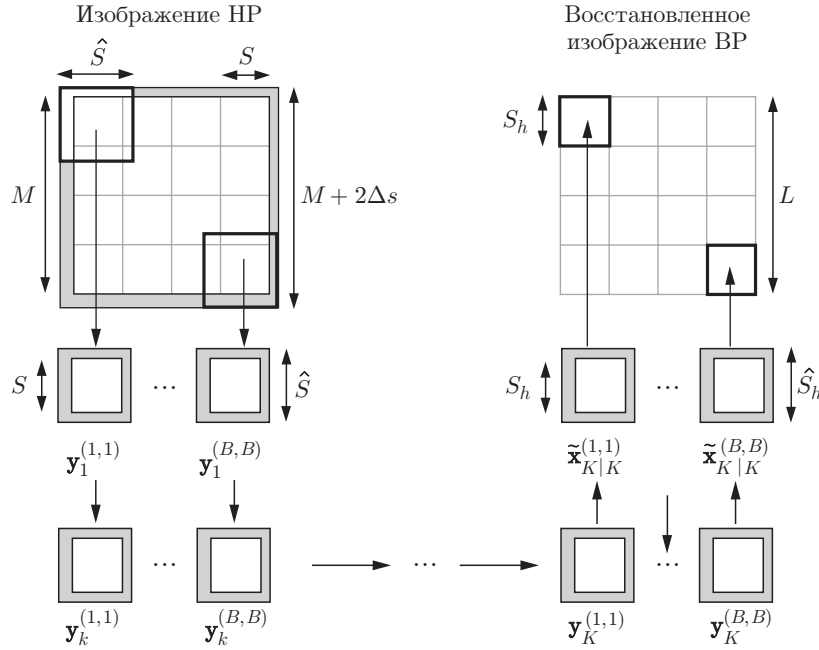


Рис. 1. Блочная обработка последовательности изображений НР

где  $\mathbf{x}_k^{p,q}$  — вектор блока изображения ВР  $\mathbf{x}_{k+1}$ , полученный из соответствующего блока  $\mathbf{x}_k^{p,q}$  предыдущего изображения  $\mathbf{x}_k$  в результате перемещения камеры и/или объекта в процессе получения изображений ( $p, q = \overline{1, B}$ );  $\mathbf{F}_k^{p,q}$  — матрица сдвига размера  $\hat{s}_h^2 \times \hat{s}_h^2$ , описывающая геометрические взаимные деформации (смещения) блоков изображений;  $\mathbf{u}_k^{p,q}$  — гауссовский шум ( $M\{\mathbf{u}_k^{p,q}\} = 0$ ,  $M\{\mathbf{u}_k^{p,q}(\mathbf{u}_k^{p,q})^T\} = \mathbf{Q}_k^{p,q}$ ). Смещения между соседними изображениями носят глобальный характер, что подразумевает одинаковую величину смещений для всех пикселей одного изображения ( $\mathbf{F}_k^{p,q} = \mathbf{F}_k$ ,  $p, q = \overline{1, B}$ ) и определяет перемещение камеры относительно сцены.

Каждый вектор блока  $\mathbf{y}_k^{p,q}$  изображения НР из последовательности  $\mathbf{y}_k$  связан с вектором соответствующего блока ВР  $\mathbf{x}_k^{p,q}$  оператором децимации  $\mathbf{H}_k^{p,q}$ , представляющим измерительно-регистрирующую систему. С учётом результатов [7] в ситуации возможного возникновения ложных наблюдений в процессе регистрации изображений низкого разрешения модель наблюдений может быть представлена в виде

$$\mathbf{y}_k^{p,q} = \mathbf{A}_k^{p,q}(\mathbf{H}_k^{p,q}\mathbf{x}_k^{p,q} + \mathbf{v}_k^{p,q}) + \mathbf{B}_k^{p,q}(\tilde{\mathbf{z}}_{k|k*}^{p,q} + \mathbf{w}_k^{p,q}),$$

где

$$\mathbf{A}_k^{p,q} = \begin{bmatrix} a_{k1}^{p,q} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & a_{k\hat{s}^2}^{p,q} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_k^{p,q} = \begin{bmatrix} b_{k1}^{p,q} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & b_{k\hat{s}^2}^{p,q} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_k^{p,q} + \mathbf{B}_k^{p,q} = \mathbf{I};$$

$k = \overline{1, K}$ ;  $\mathbf{I}$  — единичная матрица;  $\mathbf{A}_k^{p,q}$ ,  $\mathbf{B}_k^{p,q}$  — диагональные матрицы со случайными ненаблюдаемыми элементами  $a_{kl}^{p,q}$ ,  $b_{kl}^{p,q}$ , принимающими значения 0 или 1 при получении от  $l$ -го датчика ( $l = \overline{1, \hat{s}^2}$ ) в блоке  $(p, q)$  полезной ( $a_{kl}^{p,q} = 1$ ) или ложной ( $b_{kl}^{p,q} = 1$ ) ин-

формации в компоненте  $\mathbf{y}_k^{p,q}$ ;  $\mathbf{H}_k^{p,q}$  — матрица децимации размера  $\hat{s}^2 \times \hat{s}_h^2$ ;  $\mathbf{v}_k^{p,q}$  — центрированный вектор, характеризующий ошибку измерения, с матрицей ковариации  $\mathbf{R}_k^{p,q}$ ;  $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k_*}^{p,q}$  — линейная или нелинейная оценка-прогноз нового наблюдения  $\mathbf{H}_k^{p,q} \mathbf{x}_k^{p,q} + \mathbf{v}_k^{p,q}$ , определяющая центр области возможных значений наблюдений, формируемой исходя из априорных сведений или на основе обработки  $k_*$  ( $0 \leq k_* < k$ ) предшествующих наблюдений;  $\mathbf{w}_k^{p,q}$  — центрированный вектор отклонения значений АП от центра области возможных значений с матрицей ковариации  $\mathbf{S}_k^{p,q}$ , в общем случае не являющийся гауссовским. Параметры децимации идентичны для всех пикселей одного изображения, т. е.  $\mathbf{H}_k^{p,q} = \mathbf{H}_k$ ,  $p, q = \overline{1, B}$ . Далее для упрощения записей индексы блока  $p, q$  опускаются. Предполагается, что элементы матриц  $\mathbf{A}_k$  и  $\mathbf{B}_k$  не коррелированы с элементами матриц  $\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T$ ,  $\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T$ ,  $\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T$ .

Для дальнейшего синтеза оптимального фильтра необходимо задание матриц  $\mathbf{P}_{Ak} = M\{\mathbf{A}_k\}$ ,  $\mathbf{P}_{Bk} = M\{\mathbf{B}_k\}$ ,  $\mathbf{P}_{Ak} + \mathbf{P}_{Bk} = \mathbf{I}$  (диагональные элементы этих матриц содержат вероятности единичных значений  $p_{akl} = M\{a_{kl}\}$ ,  $p_{bkl} = M\{b_{kl}\}$ ,  $l = \overline{1, \hat{s}^2}$ ), а также матриц попарных вероятностей совместного появления полезных  $\tilde{\mathbf{P}}_{Ak} = \|\tilde{p}_{aklm}\|$  или ложных  $\tilde{\mathbf{P}}_{Bk} = \|\tilde{p}_{bklm}\|$  наблюдений в различных пикселях изображения, где  $\tilde{p}_{aklm} = P(a_{kl} = 1, a_{km} = 1)$ ,  $\tilde{p}_{bklm} = P(b_{kl} = 1, b_{km} = 1)$ ,  $m = \overline{1, \hat{s}^2}$ . Задание последних в общем случае требует наличия информации о корреляционной функции локализации областей закрытия [6].

Матрицы  $\mathbf{H}_k$ ,  $\mathbf{F}_k$ ,  $\mathbf{R}_k$  и  $\mathbf{Q}_k$ , определяющие систему пространства состояний, считаются известными. Матрица сдвига  $\mathbf{F}_k$  имеет структуру, обусловленную ядром фильтра  $\Phi_k = \|\varphi_{pq}^{(k)}\|$ , в результате свёртки которого с исходным изображением получается смещённое изображение:

$$\mathbf{F}_k = \|f_{rt}^{(k)}\|, \quad \Phi_k = \|\varphi_{pq}^{(k)}\|,$$

$$f_{rt}^{(k)} = \begin{cases} \varphi_{pq}^{(k)}, & r = (j-1)\hat{s}_h + i, \quad t = (j+n)\hat{s}_h + i + m, \\ & -m < i \leq \hat{s}_h - m, \quad -n < j < \hat{s}_h - n, \\ 0, & r \neq (j-1)\hat{s}_h + i, \quad t \neq (j+n)\hat{s}_h + i + m, \\ & -m < i \leq \hat{s}_h - m, \quad -n < j < \hat{s}_h - n, \end{cases}$$

где  $i = \overline{1, \hat{s}_h}$ ;  $j = \overline{1, \hat{s}_h}$ ;  $p = \overline{1, N_\Phi}$ ;  $q = \overline{1, N_\Phi}$ ;  $m = p - (N_\Phi + 1)/2$ ;  $n = q - (N_\Phi + 3)/2$ ; матрица фильтра  $\Phi_k$  имеет размер  $N_\Phi \times N_\Phi$  ( $N_\Phi$  — нечётное число). Указанная структура матрицы  $\mathbf{F}_k$  позволяет моделировать смещения произвольного характера. Здесь и далее в модели состояний реализованы зигзагообразные циклические смещения.

Матрица децимации  $\mathbf{H}_k$  имеет похожую структуру. В случае если  $\mu$  — целое число, то

$$\mathbf{H}_k = \|h_{rt}^{(k)}\|, \quad \Psi_k = \|\psi_{pq}^{(k)}\|,$$

$$h_{rt}^{(k)} = \begin{cases} \psi_{pq}^{(k)}, & r = (j-1)\hat{s} + i, \quad t = (\bar{j} + n)\hat{s}_h + \bar{i} + m, \\ & -m < \bar{i} \leq \hat{s}_h - m, \quad -n < \bar{j} < \hat{s}_h - n, \\ 0, & r \neq (j-1)\hat{s} + i, \quad t \neq (\bar{j} + n)\hat{s}_h + \bar{i} + m, \\ & -m < \bar{i} \leq \hat{s}_h - m, \quad -n < \bar{j} < \hat{s}_h - n, \end{cases}$$

где  $i = \overline{1, \hat{s}}$ ;  $j = \overline{1, \hat{s}}$ ;  $p = \overline{1, N_\Psi}$ ;  $q = \overline{1, N_\Psi}$ ;  $m = p - (N_\Psi + 1)/2$ ;  $n = q - (N_\Psi + 3)/2$ ;  $\bar{i} = \lceil (i - 0,5)\mu \rceil$ ;  $\bar{j} = \lceil (j - 0,5)\mu \rceil$ . Здесь оператор  $\lceil \cdot \rceil$  означает округление до ближайшего целого в большую сторону.

Ядро фильтра  $\Psi_k$  размера  $N_\Psi \times N_\Psi$  ( $N_\Psi$  — нечётное число) характеризует функцию рассеяния точки датчика камеры. В  $\Psi_k$  также следует учитывать весовые коэффициенты интерполяции соседних пикселей в случае, если  $\mu$  не является целым. Значения величин перекрытия блоков выбираются в виде

$$\Delta s = 1; \quad \Delta s_h = \frac{N_\Phi + N_\Psi}{2} - 1 + \mu \Delta s. \quad (1)$$

В работе [4] реализован фильтр, в котором учёт смещений происходит в матрице децимации  $\hat{\mathbf{H}}_k$ , а  $\mathbf{F}_k = \mathbf{I}$ ,  $k = \overline{1, K}$ . При этом ядро фильтра  $\Psi_k$  подменяется матрицей  $\hat{\Psi}_k = \Psi_k * \Phi_k$ , соответствующей свёртке исходной функции рассеяния точки с ядром фильтра для интерполяции изображения. Так как  $N_{\hat{\Psi}} = N_\Phi + N_\Psi - 1$ , то формула (1) принимает вид

$$\Delta s = 1; \quad \Delta s_h = \lceil N_{\hat{\Psi}}/2 \rceil - 1 + \mu \Delta s.$$

Сложность реализации фильтра в случае возникновения ложных наблюдений заключена ещё и в том, что структура матриц сдвига и децимации будет изменяться в зависимости от искажений от блока к блоку. Синтезированные далее фильтры позволяют использовать единые матрицы  $\mathbf{H}_k^{p,q} = \mathbf{H}_k$  и  $\mathbf{F}_k^{p,q} = \mathbf{F}_k$  (или  $\mathbf{H}_k^{p,q} = \hat{\mathbf{H}}_k$ ,  $\mathbf{F}_k^{p,q} = \mathbf{I}$ ) для всех блоков  $p, q = \overline{1, \bar{B}}$  без изменения структуры указанных матриц (как и предполагалось ранее).

**Оптимальный линейный фильтр.** Синтез фильтра, оптимального в классе линейных, опирается на теорему о нормальной корреляции и лемму о возможности распространения результатов теоремы на случай негауссовского характера распределения входящих в модели состояний и наблюдений случайных величин [8]. При этом оптимальная оценка  $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}$  блока изображения  $\mathbf{x}_{k+1}$  с учётом введённых при описании моделей состояний и наблюдений ограничений определяется следующими выражениями:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{F}_k[\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{W}_k(\mathbf{y}_k - \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1})];$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1} = \mathbf{P}_{Ak}\mathbf{H}_k\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{P}_{Bk}\tilde{\mathbf{z}}_{k|k*};$$

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{V}_k\mathbf{U}_k^{-1}; \quad \mathbf{V}_k = \mathbf{M}\{\boldsymbol{\varepsilon}_k\tilde{\boldsymbol{\nu}}_k^T\} = \mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T\mathbf{P}_{Ak}^T; \quad \mathbf{P}_{zk} = \mathbf{M}\{\boldsymbol{\mu}_k\boldsymbol{\mu}_k^T\}; \quad (2)$$

$$\mathbf{U}_k = \mathbf{M}\{\tilde{\boldsymbol{\nu}}_k\tilde{\boldsymbol{\nu}}_k^T\} = \mathbf{P}_{Ak}\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T\mathbf{P}_{Ak}^T + \tilde{\mathbf{P}}_{Ak} \circ \mathbf{R}_k + \tilde{\mathbf{P}}_{Bk} \circ \mathbf{S}_k + [\tilde{\mathbf{P}}_{Ak} - \mathbf{P}_{Ak}\mathbf{J}\mathbf{P}_{Ak}^T] \circ \mathbf{P}_{zk};$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{M}\{\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}^T\} = \mathbf{F}_k[\mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{V}_k\mathbf{U}_k^{-1}\mathbf{V}_k^T]\mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k,$$

где  $\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ ;  $\tilde{\boldsymbol{\nu}}_k = \mathbf{y}_k - \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}$ ;  $\boldsymbol{\mu}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{z}}_{k|k*}$ ;  $\tilde{\mathbf{x}}_{1|0} = \mathbf{x}_{1|0}$ ; оператор « $\circ$ » обозначает произведение Адамара (поэлементное произведение матриц);  $\mathbf{J}$  — матрица размера  $\hat{s}^2 \times \hat{s}^2$ , заполненная единицами.

При наличии полной корреляции всех компонент наблюдений, что подразумевает  $p_{akl} = p_{akm} = \tilde{p}_{aklm} = p_{ak}$ ,  $p_{bkl} = p_{bkm} = \tilde{p}_{bklm} = p_{bk}$ ,  $l, m = \overline{1, \hat{s}^2}$ , выражения для матриц  $\mathbf{V}_k$ ,  $\mathbf{U}_k$  имеют вид [7]

$$\mathbf{V}_k = p_{ak}\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T; \quad \mathbf{U}_k = p_{ak}^2\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T + p_{ak}\mathbf{R}_k + p_{bk}\mathbf{S}_k + p_{ak}p_{bk}\mathbf{P}_{zk}. \quad (3)$$

Главной особенностью подобного фильтра является присутствие в выражении для весовой матрицы  $\mathbf{W}_k$  вероятностных характеристик появления полезных и ложных наблюдений в виде матриц  $\mathbf{P}_{Ak}$ ,  $\tilde{\mathbf{P}}_{Ak}$ ,  $\mathbf{P}_{Bk}$  и  $\tilde{\mathbf{P}}_{Bk}$ , а также возможности предварительного вычисления  $\mathbf{W}_k$  для использования этих характеристик в процедуре оценивания изображений ВР. Более того, с учётом пространственно независимого характера сдвигов и децимации при  $\mathbf{P}_{1|0}^{p,q} = \mathbf{P}_{1|0}$ ,  $p, q = \overline{1, B}$ , матрицы  $\mathbf{P}_{k+1|k}^{p,q}$  и  $\mathbf{W}_k^{p,q}$ , вычисленные для одного блока  $k$ -го изображения, применимы для всех блоков этого изображения, т. е.  $\mathbf{P}_{k+1|k}^{p,q} = \mathbf{P}_{k+1|k}$ ,  $\mathbf{W}_k^{p,q} = \mathbf{W}_k$ ,  $p, q = \overline{1, B}$ , что значительно сокращает объём вычислений.

**Условно-линейный фильтр.** Данный класс алгоритмов [7] предполагает, что совокупности наблюдений  $\mathbf{y}^k = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_k)$  сопутствует совокупность  $\boldsymbol{\theta}^k = (\boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_k)$  дополнительных наблюдений. При этом считается, что дополнительные наблюдения должны оказывать существенное влияние на вероятностные характеристики полезных и ложных наблюдений в элементах изображения. В качестве  $\boldsymbol{\theta}_k$  на каждом шаге можно использовать, например, данные о наличии аномально низких или высоких уровней яркости для каждого пикселя изображения или о степени схожести различных пикселей изображения между собой. Как будет показано далее, для получения дополнительных наблюдений можно брать результаты независимой проводимой сегментации каждого изображения обрабатываемой последовательности. Таким образом, при реализации условно-линейного фильтра предполагается, что вместо исходных априорных вероятностных характеристик получения полезных и ложных наблюдений используются условные характеристики  $\mathbf{P}_{Ak}^{p,q} = \mathbf{P}_{Ak}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k)$ ,  $\mathbf{P}_{Bk}^{p,q} = \mathbf{P}_{Bk}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k)$ ,  $\tilde{\mathbf{P}}_{Ak}^{p,q} = \tilde{\mathbf{P}}_{Ak}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k)$ ,  $\tilde{\mathbf{P}}_{Bk}^{p,q} = \tilde{\mathbf{P}}_{Bk}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k)$ .

Матрицы условных вероятностей применяются для дальнейшего расчёта рекуррентного фильтра (2), (3). Уравнения для данного типа алгоритмов фильтрации записываются в следующем виде:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{p,q} = \mathbf{F}_k^{p,q}[\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q} + \mathbf{W}_k^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k)(\mathbf{y}_k^{p,q} - \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{p,q})];$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{p,q} = \mathbf{P}_{Ak}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k)\mathbf{H}_k^{p,q}\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q} + \mathbf{P}_{Bk}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k)\tilde{\mathbf{z}}_{k|k*}^{p,q};$$

$$\mathbf{V}_{k\theta}^{p,q} = \mathbf{M}\{\boldsymbol{\varepsilon}_k^{p,q}(\boldsymbol{\varepsilon}_k^{p,q})^T(\mathbf{H}_k^{p,q})^T(\mathbf{A}_k^{p,q})^T | \boldsymbol{\theta}^k\} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^{k-1})(\mathbf{H}_k^{p,q})^T(\mathbf{P}_{Ak}^{p,q})^T(\boldsymbol{\theta}_k); \quad (4)$$

$$\mathbf{W}_k^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k) = \mathbf{V}_{k\theta}^{p,q}(\mathbf{U}_{k\theta}^{p,q})^\dagger; \quad \mathbf{U}_{k\theta}^{p,q} = \mathbf{M}\{\tilde{\mathbf{v}}_k\tilde{\mathbf{v}}_k^T | \boldsymbol{\theta}^k\}; \quad \mathbf{U}_{k\theta}^{p,q}(\mathbf{U}_{k\theta}^{p,q})^\dagger\mathbf{U}_{k\theta}^{p,q} = \mathbf{U}_{k\theta}^{p,q};$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^k) = \mathbf{F}_k^{p,q}[\mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^{k-1}) - \mathbf{W}_k^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k)\mathbf{U}_{k\theta}^{p,q}(\mathbf{W}_k^{p,q})^T(\boldsymbol{\theta}_k)](\mathbf{F}_k^{p,q})^T + \mathbf{Q}_k^{p,q},$$

где  $(\mathbf{U}_{k\theta}^{p,q})^\dagger$  — псевдообратная матрица, ненулевые элементы которой являются элементами матрицы, обратной по отношению к матрице ковариации ненулевых компонент вектора обновления.

Данный алгоритм фильтрации реализует оценивание ненаблюдаемых изображений ВР с «пульсирующим» характером изменения элементов весовой матрицы  $\mathbf{W}_k^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k)$ , усиление которой повышается или резко уменьшается, если наблюдаемое изображение НР соответствует увеличению или снижению диагональных элементов матрицы  $\mathbf{P}_{Ak}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k)$ , т. е. алгоритм оценивает вероятность того, что полученный на текущем шаге блок  $\mathbf{y}_k^{p,q}$  является полезным [7]. Важно отметить, что в таком случае для каждого блока требуется вычисление своей матрицы ковариации, именно  $\mathbf{P}_{k+1|k}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^k) \neq \mathbf{P}_{k+1|k}^{r,t}(\boldsymbol{\theta}^k)$ ,  $\mathbf{W}_k^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k) \neq \mathbf{W}_k^{r,t}(\boldsymbol{\theta}_k)$  при  $p \neq r$  и  $q \neq t$ , так как матрицы условных вероятностей могут существенно различаться от блока к блоку.

**Включение результатов сегментации для оценивания полезности компонент наблюдений.** При задании весовых матриц, используемых в условно-линейном фильтре, применяются дополнительные данные  $\theta_k$ , полученные в результате независимо проводимой сегментации и изменяющие априорные предположения относительно вероятностных характеристик наличия полезной и ложной информации в компонентах вектора  $y_k$ . Для определения потенциальной области локализации АП, в принципе, подходит любой алгоритм сегментации, при реализации которого в той или иной форме оценивается уровень принадлежности пикселей к изображению объекта или помехи. В данной работе, как и в [5], рассмотрен традиционный вариант алгоритма сегментации, основанного на процедуре поиска минимального разреза графа [9, 10]. Подобные алгоритмы, как правило, функционируют в интерактивном режиме, при котором начальный выбор точек (зёрен) различных классов осуществляет пользователь. Чтобы реализовать алгоритм в автоматическом режиме, осуществляется предварительная сегментация изображений на основе любого метода, например  $k$ -средних [9], или на основе порога, вычисленного по методу Отцу [11]. Затем границы сегментов уточняются с помощью алгоритма поиска разреза графа [10]. Важно отметить, что сегментация проводится для всего изображения НР целиком, чтобы избежать ошибок в случае, если площадь локальной области закрытия превосходит площадь обрабатываемого блока.

Пусть при проведении сегментации каждое наблюдаемое изображение НР  $y_k$  представляет собой множество точек  $Y^{(k)}$ ,  $k = \overline{1, K}$ . Далее для упрощения записей индекс  $k$  опускается. Имеются подмножества точек полезного изображения  $O$  ( $O \subset Y$ ) и помехи  $H$  ( $H \subset Y$ ,  $O \cap H = \emptyset$ ), которые необходимо определить. Точки, к которым присоединяются терминалы [10], выбираются на основе априорной информации о восстанавливаемом изображении, включающей величины среднего значения  $\mu^{(x)}$  и среднеквадратичного отклонения  $\sigma^{(x)}$  его элементов. Предварительная сегментация установит подмножества точек полезного изображения  $\tilde{O} \subset Y$  и помехи  $\tilde{H} \subset Y$ . Далее из точек, не принадлежащих к полезному изображению, выбираются пиксели, удовлетворяющие условию

$$H = \{y_l - \mu^{(x)}\} > v\sigma^{(x)} \cap \tilde{H},$$

где параметр  $v \geq 1$  может быть использован для коррекции результатов сегментации.

В заключение осуществляется поиск минимального разреза графа [10]. При этом точки из подмножества  $H$  выступают в качестве зёрен АП, а точки из подмножества  $\tilde{O}$  определяют зёрна полезного изображения. Оставшиеся точки  $y_l \in Y \setminus (\tilde{O} \cap H)$  распределяются в соответствии с алгоритмом поиска минимального разреза графа.

Вероятности наличия полезной информации в компонентах вектора наблюдения можно вычислить как на основе данных о восстанавливаемом изображении ( $\mu^{(x)}$ ,  $(\sigma^{(x)})^2$ ), так и данных об искажениях, обусловленных анализом элементов подмножества  $H$  (среднего значения  $\mu^{(H)} = M_{y_l \in H} \{y_l\}$  и дисперсии  $(\sigma^{(H)})^2 = D_{y_l \in H} \{y_l\}$  яркости компонент АП).

Например, если имеет место  $|\mu^{(x)} - \mu^{(H)}| < \sigma^{(x)}$  и  $(\sigma^{(x)})^2 < (\sigma^{(H)})^2$ , что соответствует ситуации импульсного шума (чёрные и белые вкрапления) на сером фоне, вероятности получения полезных компонент наблюдения определяются как

$$p_{al}(\theta) = P(y_l | O) = c \exp(-\beta_a \sigma_{al}^2), \quad \beta_a = 1/(2v_a(\sigma^{(x)})^2), \quad \sigma_{al} = y_l - \mu^{(x)}, \quad v_a \geq 1, \quad (5)$$

где  $c$  — нормировочная константа.

Если же центры кластеров точек полезного изображения и элементов, поражённых АП, хорошо разделимы, т. е.  $|\mu^{(x)} - \mu^{(H)}| > \sigma^{(x)}$  и  $|\mu^{(x)} - \mu^{(H)}| > \sigma^{(H)}$ , что характерно для случая светлых бликов на тёмном изображении или, наоборот, тёмных вкраплений

на светлом фоне, то вероятность полезных компонент наблюдения можно определить на основе сведений о помехе:

$$p_{al}(\boldsymbol{\theta}) = 1 - p_{bl}(\boldsymbol{\theta}) = 1 - c \exp(-\beta_b \sigma_{bl}^2), \quad \beta_b = \frac{1}{2\nu_b(\sigma^{(H)})^2}, \quad \sigma_{bl} = y_l - \mu^{(H)}, \quad \nu_b \geq 1. \quad (6)$$

Формирование матриц условных вероятностей соответствующих блоков осуществляется следующим образом:

$$\mathbf{P}_A^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} p_{a1}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & p_{a\hat{s}^2}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{P}_B^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} p_{b1}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & p_{b\hat{s}^2}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$$\hat{p}_{alm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) = \exp(-\beta \lambda_{lm}^{p,q}) / \rho_{lm}^{p,q}; \quad \hat{p}_{blm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) = \exp(-\lambda_{lm}^{p,q} / (2\sigma^{(H)})^2) / \rho_{lm}^{p,q};$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_B^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) = \|\tilde{p}_{blm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta})\|; \quad \tilde{p}_{blm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) = \hat{p}_{blm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) / (\hat{p}_{alm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) + \hat{p}_{blm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}));$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_A^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) = \|\tilde{p}_{alm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta})\|; \quad \tilde{p}_{alm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) = \hat{p}_{alm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) / (\hat{p}_{alm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}) + \hat{p}_{blm}^{p,q}(\boldsymbol{\theta})),$$

где

$$\lambda_{lm}^{p,q} = (y_l^{p,q} - y_m^{p,q})^2; \quad \beta = \hat{s}^2 / (2\text{tr}(\mathbf{H}^{p,q} \mathbf{P}_1 |_0 (\mathbf{H}^{p,q})^T)); \quad \rho_{lm}^{p,q} = \begin{cases} \text{dist}(y_l^{p,q}, y_m^{p,q}), & l \neq m, \\ 1, & l = m; \end{cases}$$

$\text{dist}(y_l^{p,q}, y_m^{p,q})$  — евклидово расстояние между точками  $y_l^{p,q}$  и  $y_m^{p,q}$ ;  $\text{tr}(\cdot)$  — след матрицы.

Таким образом, в качестве  $\boldsymbol{\theta}$  используются величины  $\sigma_{al}$  отклонений значений компонент вектора наблюдений от  $\mu^{(x)}$  (5) или от среднего значения АП  $\sigma_{bl}$  (6) в зависимости от характера искажений, также  $\boldsymbol{\theta}$  включает информацию о степени схожести различных пикселей изображения  $\lambda_{lm}$  между собой (7). Исходя из этого, можно положить  $\boldsymbol{\theta} = (\sigma_a^T, \sigma_b^T, \lambda^T)^T$ . Возможная модификация алгоритма допускает применение характеристик сегментированного объекта вместо априорных данных восстанавливаемого объекта  $(\mu^{(x)}, (\sigma^{(x)})^2)$  для определения матриц условных вероятностей.

**Описание эксперимента.** Первоначально испытание представленных выше алгоритмов проводилось при использовании в качестве аналогов изображений реализаций случайных полей со средним значением  $\mu^{(x)} = 0,5$ , дисперсией  $(\sigma^{(x)})^2 = 0,01$  и пространственной функцией корреляции вида

$$R(m, m', l, l') = (\sigma^{(x)})^2 \exp\left(-\alpha \sqrt{(m - m')^2 + (l - l')^2}\right), \quad (8)$$

где  $(m, l)$  и  $(m', l')$  — координаты точек на изображении;  $\alpha = 0,25$ .

Модель локальных областей закрытия представлена в виде пуассоновского потока пятен со случайными площадью и формой [6], что позволяет путём несложной перестройки параметров изменять периодичность их расположения, размеры и конфигурацию. При этом возникновение пятна (его центральной точки) в каждой точке изображения равновероятно, т. е.  $\mathbf{P}_{Bk}^{p,q} = p_{bk} \mathbf{I}$ ,  $p, q = \overline{1, B}$ ,  $k = \overline{1, K}$ . В качестве аппликативной помехи используется модель шума «соль и перец». Предполагается, что в случае возникновения неоднородности, пиксель изображения НР принимает с равной вероятностью значение 0 или 1. Оценка  $\tilde{\mathbf{z}}_k|_{k*}$  является фиксированной величиной, соответствующей среднему зна-



чению  $\mu^{(x)}$ . Таким образом,  $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k*}^{p,q} = 0,5\mathbf{i}$  ( $\mathbf{i}$  — вектор размерностью  $\hat{s}^2 \times 1$ , заполненный единицами),  $\mathbf{S}_k^{p,q} = 0,25\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{P}_{zk}^{p,q} = \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{P}_{1|0} \hat{\mathbf{H}}_k^T$  для всех  $p, q = \overline{1, B}$  и  $k = \overline{1, K}$ .

В ходе каждой  $t$ -й реализации ( $t = \overline{1, T}$ ) генерировалось случайное поле размером  $L \times L$ , из которого производилось  $K = 25$  изображений размером  $M \times M$  с разрешением, пониженным в 4 раза ( $L = 32, M = 8$ ). Вероятность возникновения локальных областей закрытия составляла  $p_{bk} = 0,05$ , их средняя площадь равнялась 10. В ходе моделирования вычислялась экспериментальная матрица ковариации ошибки восстановления для центрального фрагмента изображения размером  $6 \times 6$  пикселей:

$$\mathbf{P}^{(T)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [(\mathbf{x}_c^{(t)} - \tilde{\mathbf{x}}_c^{(t)})(\mathbf{x}_c^{(t)} - \tilde{\mathbf{x}}_c^{(t)})^T], \quad T = 10000,$$

где  $\mathbf{x}_c^{(t)}, \tilde{\mathbf{x}}_c^{(t)}$  — развёрнутые в векторы центральные фрагменты исходного и восстановленного изображений ВР.

На рис. 2 даны элементы центральной строки матрицы  $\mathbf{P}^{(T)}$  для каждого из фильтров в сравнении с элементами матриц, вычисленных теоретически в ходе работы соответствую-

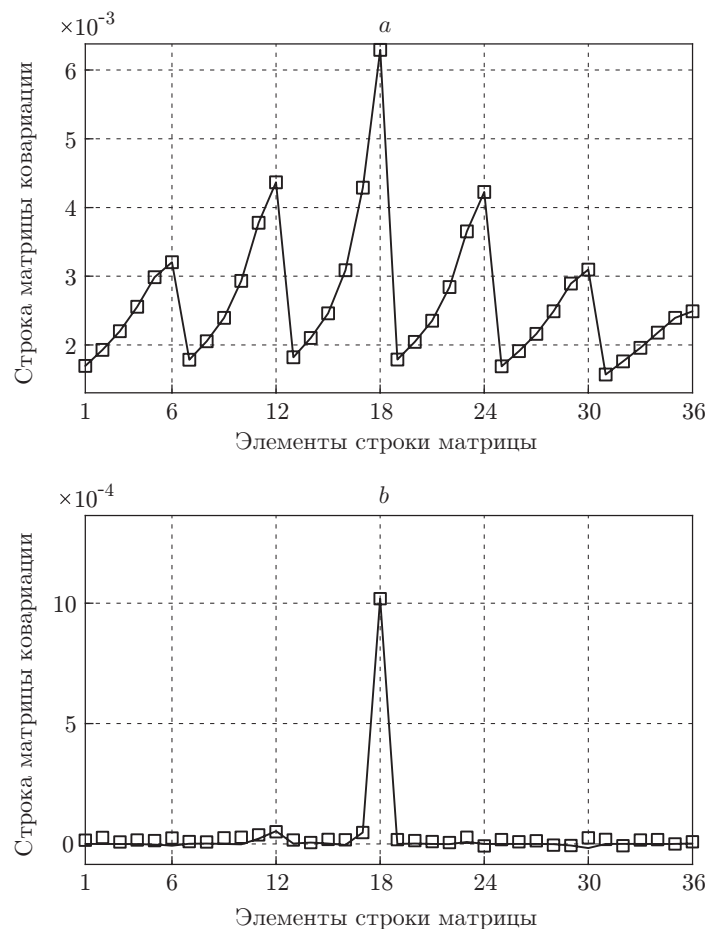


Рис. 2. Экспериментальные оценки элементов центральной строки матрицы ковариации ошибки восстановления для фрагмента изображения в сравнении с их теоретическими зависимостями: для оптимального линейного (a) и условно-линейного (b) фильтров (сплошные линии — теоретическая оценка, квадраты — практическая оценка)

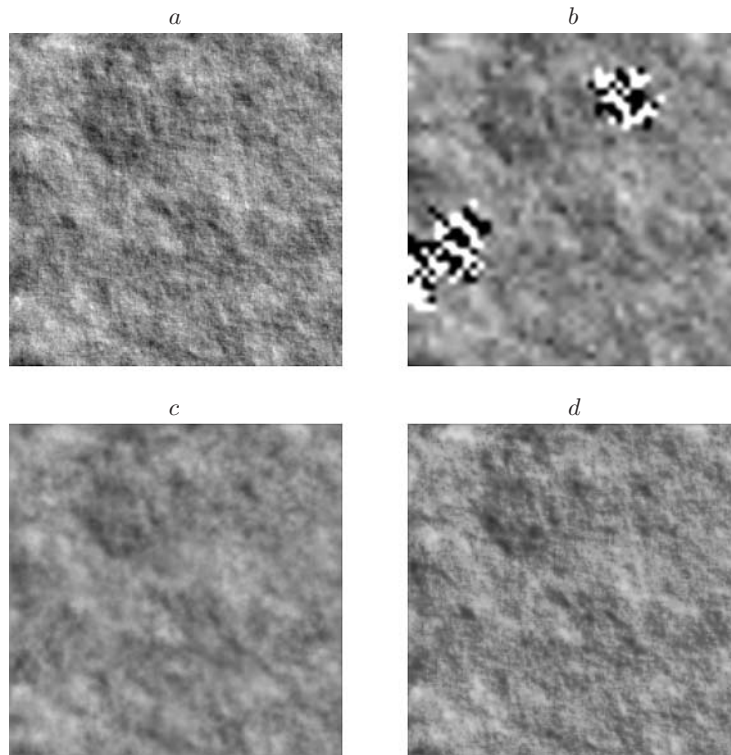


Рис. 3. Результаты восстановления синтетического изображения: исходное изображение ВР (а), одно из изображений НР под воздействием АП (b), результаты работы оптимального линейного (с) и условно-линейного (d) фильтров

ющих алгоритмов. Как видно на рисунке, алгоритмы оптимальной фильтрации в блочной форме показывают полное соответствие теоретической и практической оценок ковариации ошибки восстановления, что свидетельствует об адекватности сформулированных моделей.

На рис. 3 представлены результаты работы оптимального линейного и условно-линейного фильтров при восстановлении синтетического изображения реализации случайного поля в условиях возникновения локальных областей закрытия. Размер изображений НР (без расширения) составлял  $48 \times 48$  пикселей, изображения ВР —  $192 \times 192$  пикселя. Вероятность возникновения локальных областей закрытия  $p_{bk} = 0,0125$ , их средняя площадь равна 64. Вероятности получения полезных компонент наблюдения вычислялись по формуле (5).

На рис. 4 приведены результаты работы оптимального линейного и условно-линейного фильтров при восстановлении реального изображения. Область значения пикселя составляла  $[0, 1]$ . Размеры изображений НР, вероятности возникновения локальных областей закрытия и их площади задавались так же, как в предыдущем случае. Изображение ВР характеризовалось следующими параметрами:  $\mu^{(x)} = 0,3$ ,  $\mathbf{P}_{1|0}^{p,q} = \mathbf{P}_{1|0}$ ,  $p, q = \overline{1, B}$ . Вид  $\mathbf{P}_{1|0}$  определялся корреляционной функцией (8) ( $\alpha = 0,07$ ). Аппликативная помеха являлась реализацией случайного поля, имевшего среднее значение  $\mu_H = 0,9$ , дисперсию  $\sigma_H^2 = 0,005$  и матрицу ковариации  $\mathbf{C}$  (определяющуюся корреляционной функцией (8),  $\alpha = 0,25$ ),  $\mathbf{S}_k = (\mu_H - \mu^{(x)})^2 + \mathbf{C}$ ,  $k = \overline{1, K}$ . Вероятности полезности компонент наблюдения вычисляются по формуле (6). Для нахождения значений элементов вектора начальной сегментации использован метод пороговой бинаризации по Отцу [11]. Возмущения, возникающие при смещении изображений, не учитывались, соответственно дисперсия век-

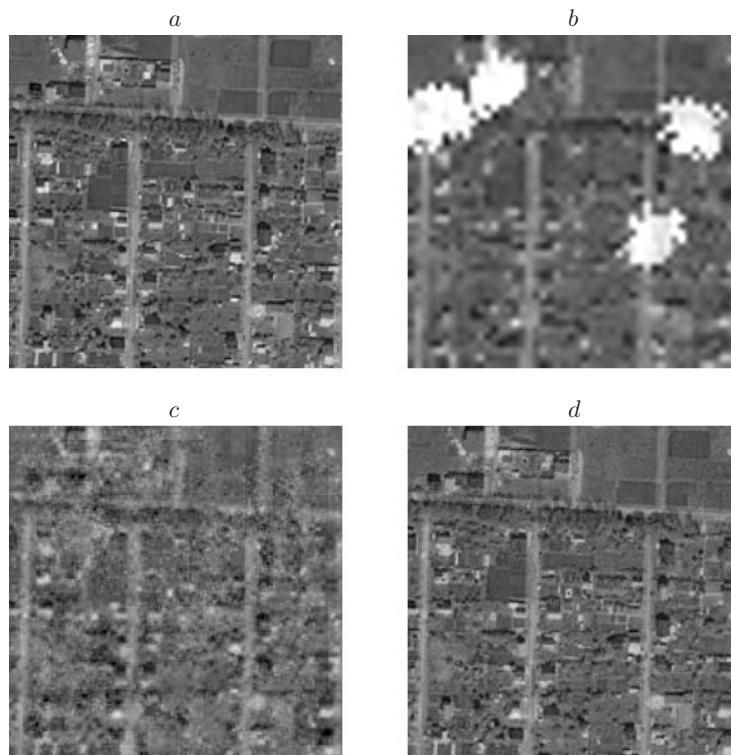


Рис. 4. Результаты восстановления реального изображения ВР (описание изображений, как на рис. 3)

тора  $\mathbf{u}_k^{p,q}$  равнялась 0. Вектор  $\mathbf{v}_k^{p,q}$  полагался гауссовским с ковариационной матрицей  $\mathbf{R}_k^{p,q} = \mathbf{R}_k = (\sigma_k^{(R)})^2 \mathbf{I}$ . Отметим, что применение гауссовской модели аддитивного шума с учётом усечения при необходимости результирующего изображения до интервала  $[0, 1]$  оказалось допустимым, если уровень шума достаточно мал. Следует также отметить, что для рассматриваемого класса алгоритмов при задании модели шума достаточно ограничиться корректным заданием его дисперсии, не делая предположения относительно вида его распределения.

На рис. 3, 4 видно, что изображения ВР, полученные с помощью условно-линейного фильтра, более чёткие, так как в ходе восстановления использовались оценки вероятности локализации помехи, вычисленные на основе сегментации каждого наблюдения.

**Заключение.** В данной работе проведены синтез и анализ оптимального линейного и условно-линейного фильтров, способных восстанавливать изображения ВР по совокупности наблюдений НР в условиях ложных наблюдений. Преимуществом оптимального линейного фильтра является возможность упрощённого вычисления весовых матриц, однако при этом требуется применение априорных сведений о характеристиках АП. Более точные результаты даёт условно-линейный фильтр благодаря независимо проводимой сегментации изображений НР для определения апостериорных вероятностных характеристик локализации АП. Блочная обработка изображений с использованием рассмотренных алгоритмов фильтрации позволяет сократить размеры матриц. При этом появляется возможность параллельной обработки блоков одного изображения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sung C. P., Kang M. G. Super-resolution image reconstruction: a technical overview // IEEE Signal Process. Magazine. 2003. 20, N 3. P. 21–36.

2. **Elad M., Feuer A.** Super-resolution reconstruction of continuous image sequences: adaptive filtering approach // IEEE Trans. Image Process. 1999. **8**, N 3. P. 387–395.
3. **Иванков А. Ю., Сирота А. А.** Блочный алгоритм построения сверхразрешения изображений с использованием фильтра Калмана // Вестн. ВГУ. Сер. Системный анализ и информационные технологии. 2012. № 2. С. 135–142.
4. **Иванков А. Ю., Сирота А. А.** Блочные алгоритмы обработки изображений на основе фильтра Калмана в задаче построения сверхразрешения // Компьютерная оптика. 2014. **38**, № 1. С. 118–126.
5. **Калинин П. В., Сирота А. А.** Статистические нейросетевые и комбинированные алгоритмы фильтрации аппликативных помех на изображениях // Автометрия. 2012. **48**, № 6. С. 18–28.
6. **Калинин П. В., Сирота А. А.** Моделирование аппликативных искажений с различной степенью прозрачности и случайной формой // Цифровая обработка сигналов. 2013. № 1. С. 28–33.
7. **Кирсанов Э. А., Сирота А. А.** Обработка информации в пространственно-распределённых системах радиомониторинга: статистический и нейросетевой подходы. М.: Физматлит, 2012. 343 с.
8. **Ширяев А. Н.** Вероятность. М.: Наука, 1980. 576 с.
9. **Гонсалес Р., Вудс Р.** Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.
10. **Boykov Y., Jolly M. P.** Interactive graph cuts for optimal boundary and region segmentation of objects in N-D images // Proc. of the 8th Intern. Conf. on Computer Vision. Vancouver, Canada, July 7–14, 2001. Vol. 1. P. 105–112.
11. **Otsu N.** A threshold selection method from gray-level histograms // IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics. 1979. **9**, N 1. P. 62–66.

*Поступила в редакцию 29 декабря 2014 г.*

---