

УДК 534.2-004.75

## АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ ЗВУКА В АКУСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ МЕЛКОГО МОРЯ ПО ДАННЫМ МОДОВОЙ ДИСПЕРСИИ\*

О. С. Заикин<sup>1</sup>, П. С. Петров<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Институт динамики систем и теории управления им. В. М. Матросова СО РАН,  
664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 134

<sup>2</sup>Тихоокеанский океанологический институт им. В. И. Ильичева ДВО РАН,  
690041, г. Владивосток, ул. Балтийская, 43

<sup>3</sup>Дальневосточный федеральный университет,  
690950, г. Владивосток, ул. Суханова, 8  
E-mail: zaikin.icc@gmail.com  
petrov@poi.dvo.ru

Рассмотрена задача восстановления профиля скорости звука в водном слое волновода мелкого моря методом геоакустической инверсии по данным точечного измерения импульсного сигнала. Разработан и реализован алгоритм решения такой задачи с применением высокопроизводительных вычислительных средств. Численными экспериментами с помощью этого алгоритма показано, что восстановление профиля скорости звука в водном слое можно осуществить, используя достаточно грубые оценки геоакустических параметров дна. Если в спектре сигнала значительная часть энергии приходится на высокие частоты, то применение этих оценочных значений не приведёт к снижению точности восстановления профиля скорости звука.

*Ключевые слова:* профиль скорости звука, модовая дисперсия, обратная задача геоакустики, вычислительный кластер, параллельные вычисления.

DOI: 10.15372/AUT20160307

**Введение.** В настоящее время в акустике океана активно развиваются методы восстановления параметров среды (далее методы геоакустической инверсии) по данным точечного измерения звукового поля как функции от времени. Под параметрами среды обычно понимаются профиль скорости звука в воде (т. е. зависимость скорости звука от глубины), а также скорость звука и плотность в слое осадков, составляющих морское дно. Эта задача относится к классу обратных задач акустики, однако её строгая математическая формулировка и связанные с ней результаты о существовании и единственности, насколько нам известно, до сих пор не получены. Тем не менее в практическом отношении такая задача очень интересна, и эвристические подходы к её решению считаются в настоящее время вполне заслуживающими доверия.

Метод геоакустической инверсии, развитию и исследованию которого посвящена предлагаемая работа, основан на использовании данных о межмодовой и внутримодовой дисперсии. Под волноводной дисперсией обычно понимают различие групповых скоростей, с которыми распространяются нормальные волны (моды) разных номеров (межмодовая дисперсия) на разных частотах (внутримодовая дисперсия). Применяя специальные алго-

\*Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант № МК-4323.2015.5) и частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 15-35-20105-мол.а.вед, № 16-05-01074-а, № 16-07-00155-а).

ритмы частотно-временного анализа сигналов, можно осуществить фильтрацию различных модальных компонент импульсного сигнала по его временному ряду, записанному одиночным гидрофоном.

В предлагаемом исследовании разрабатывается и тестируется алгоритм восстановления профиля скорости звука в воде по данным о волноводной дисперсии, полученным из точечной записи импульсного акустического сигнала. Восстановление гидрологических параметров особенно актуально для решения задачи организации подводной связи, а также разработки средств подводной навигации. В этом случае обыкновенно используются звуковые сигналы на таких частотах, что параметры донных осадков не влияют на их распространение. Однако профиль скорости звука в воде существенно влияет на распространение высокочастотных импульсных сигналов в океане. В представленной работе будет показано, что если основная часть энергии сигнала приходится на колебания достаточно высоких частот, то, используя данные о волноводной дисперсии, вне зависимости от фиксированных произвольным образом параметров дна можно с удовлетворительной точностью восстановить профиль скорости звука в воде.

**1. Модовая структура звукового поля в волноводе.** Рассмотрим слоистый геоакустический волновод  $\Omega = \{(r, z) \mid 0 \leq z \leq H, r \geq 0\}$ , образованный толщей воды и несколькими слоями донных осадков. Скорость звука  $c = c(z)$  и плотность  $\rho = \rho(z)$  в таком волноводе зависят только от глубины  $z$ , но не зависят от горизонтального удаления  $r$  точки приёма от источника ( $r, z$  — цилиндрические координаты, ввиду симметрии задачи зависимость от угла  $\theta$  исключена). При этом  $z = 0$  — поверхность океана, а  $z = H$  — некоторое большое значение глубины (такое, что отражением от этой границы можно пренебречь). Функции  $c(z)$  и  $\rho(z)$  предполагаются кусочно-непрерывными и допускающими разрывы первого рода на некоторых глубинах  $h$ , где  $0 < h < H$ . Точки разрыва соответствуют границам раздела различных слоёв (например, воды и дна).

Звуковое поле тонального источника частоты  $f$ , находящегося в точке  $r = 0, z = z_s$ , в таком волноводе может быть представлено в виде комбинации нормальных волн:

$$\hat{P}(\omega, r, z) = Q(r) \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(z) \phi_m(z_s) \frac{e^{ik_m r}}{\sqrt{k_m}}, \quad (1)$$

где  $\omega = 2\pi f$  — циклическая частота;  $\phi_m(z, \omega)$  —  $m$ -я модовая функция;  $k_m = k_m(\omega)$  — соответствующее ей волновое число;  $Q(r) = ie^{-i\pi/4} / \rho(z_s) \sqrt{8\pi r}$  [1].

Волновые числа и модовые функции определяются из следующей стандартной задачи Штурма — Лиувилля [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{zz} + \frac{\omega^2}{c^2} \phi = k^2 \phi, \\ \phi(0) = 0, \quad \phi(H) = 0, \\ \phi|_{z=h_0+0} = \phi|_{z=h_0-0}, \\ \left(\gamma \frac{\partial \phi}{\partial z}\right)|_{z=h_0+0} = \left(\gamma \frac{\partial \phi}{\partial z}\right)|_{z=h_0-0}. \end{array} \right. \quad (2)$$

В этой задаче квадрат волнового числа моды  $k^2$  является спектральным параметром. На поверхности океана  $z = 0$  и нижней границе расчётной области  $z = H$  ставится условие мягкой границы [1]. Последние два условия устанавливают непрерывность акустического давления и нормальной компоненты колебательной скорости на границе раздела двух сред.

Перепишем уравнение (1) в виде

$$\hat{P}(\omega, r, z) = Q(r) \sum_{m=1}^{\infty} A_m(\omega, z) e^{ik_m(\omega)r}. \quad (3)$$

Применив обратное преобразование Фурье к (3), получим

$$P(t, r, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{P}(\omega, r, z) e^{-i\omega t} d\omega = \frac{Q(r)}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_m(\omega, z) e^{i(k_m(\omega)r - \omega t)} d\omega, \quad (4)$$

где интегралы могут быть оценены методом стационарной фазы, как показано в [2]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} A_m(\omega, z) e^{i(k_m(\omega)r - \omega t)} d\omega \approx e^{i(k_m(\omega_0)r - \omega_0 t \mp \pi/4)} \sqrt{\frac{2\pi}{|k_m''(\omega_0)|r}}. \quad (5)$$

Здесь  $\omega_0$  — стационарное значение частоты (также называемое мгновенной частотой), вычисляемое из уравнения

$$\frac{d}{d\omega} (k_m(\omega)r - \omega t) = 0. \quad (6)$$

Определим теперь групповую скорость  $m$ -й моды  $v_g(\omega_0, m)$  по формуле [1]

$$v_g(\omega_0, m) \equiv \left. \frac{d\omega}{dk_m} \right|_{\omega=\omega_0} = \frac{r}{t}. \quad (7)$$

Звуковая энергия, переносимая модовой компонентой импульсного сигнала на данной частоте, распространяется со скоростью  $v_g$ . Заметим, что для такой частоты  $\omega$  групповые скорости для различных мод с  $m = 1, 2, \dots$  разные. Этот факт приводит к так называемой волноводной или модовой дисперсии (явлению увеличения длительности сигнала, связанного с различием скоростей распространения его отдельных модовых компонент).

**2. Геоакустическая инверсия по данным о волноводной дисперсии.** Заметим, что согласно формуле (7) модовые групповые скорости  $v_g(f, m)$  определяются зависимостью волновых чисел  $k_m(\omega)$  от частоты  $\omega$ . В свою очередь, волновые числа для любого значения частоты обусловлены параметрами геоакустического волновода и могут быть найдены из решения задачи Штурма — Лиувилля (2). Таким образом, информация о строении волновода (прежде всего  $c(z)$  и  $\rho(z)$ ) может быть получена из функции  $v_g(f, m)$  при  $m = 1, \dots, M$ . Вместо  $v_g(f, m)$  можно рассмотреть функции

$$\tau(f, m) = \frac{R}{v_g(f, m)}, \quad (8)$$

где величина  $\tau(f, m)$  — время прихода моды с номером  $m$  на частоте  $f$ ; графики этой зависимости для фиксированного  $m$  будем называть дисперсионными кривыми. Дисперсионные кривые могут быть выделены из спектрограммы импульсного сигнала, записанного в эксперименте, с помощью методики, предложенной в [3, 4].

В рамках данной работы под задачей геоакустической инверсии будем понимать нахождение таких функций  $c(z)$  и  $\rho(z)$  (из некоторого класса кусочно-линейных функций),

чтобы наблюдаемые в эксперименте дисперсионные кривые как можно более точно совпадали с кривыми, рассчитанными по формуле (8) из решения (2). Придадим этой задаче более точную формулировку.

Предположим, что в ходе эксперимента удалось получить данные о временах прихода  $\tau_{\text{obs}}(f_j, m)$  мод с номерами  $1 \leq m \leq M$  для частот  $f_1, \dots, f_N$ . Будем полагать, что волновод состоит из водного слоя глубиной  $h = h_0$ , а также одного или нескольких слоёв дна  $h_{j-1} \leq z \leq h_j$ . В предлагаемой работе ограничимся случаем, когда имеется всего один слой дна  $h \leq z \leq H$  с параметрами  $c_b, \rho_b$ . Скорость звука в водном слое будем считать кусочно-линейной функцией, заданной в  $J + 1$  узлах  $z_0, \dots, z_J$  (причём  $z_j - z_{j-1} = h/J$ ) значениями  $c_0, \dots, c_J$  соответственно. Обозначив совокупность неизвестных параметров  $\bar{A} = (\Delta R, c_0, \dots, c_J, c_b, \rho_b)$  ( $\Delta R$  — корректировка расстояния от источника до приёмника), поставим задачу геоакустической инверсии как задачу минимизации невязки наблюдаемых в эксперименте времён прихода  $\tau_{\text{obs}}(f_j, m)$  и времён  $\tau_{\text{model}}(f_j, m)$ , рассчитанных для данного набора  $\bar{A}$  теоретически. Для этого введём функцию невязки

$$F(\bar{A}) = \sum_{j=1, m=1}^{j=J, m=M} |\tau_{\text{model}}(f_j, m, \bar{A}) - \tau_{\text{obs}}(f_j, m)|^2, \quad (9)$$

которая показывает, насколько такая модель волновода обеспечивает соответствие расчётных и наблюдаемых времён прихода мод. Минимизируя  $F(\bar{A})$  на пространстве параметров  $\bar{A}$  (представляющем собой многомерный куб), определим лучший набор

$$\bar{A}^* = \operatorname{argmin}(F(\bar{A})), \quad (10)$$

который будем считать оптимальной аппроксимацией параметров реального геоакустического волновода в рамках данной модели. Отметим также, что в [5] число узлов  $J$ , в которых задана скорость звука в воде, было одним из параметров минимизации (9).

**3. Алгоритм восстановления профиля скорости звука в волноводе мелкого моря.** В общем случае спектральная задача (2) не может быть решена аналитически. В данной работе для её решения применяется метод конечных разностей. При этом задача Штурма — Лиувилля (2) сводится к матричной спектральной задаче. Рассмотрим кратко процедуру дискретизации (2) [1].

Введём равномерную сетку по оси  $z$  с шагом  $\Delta z$ , т. е. последовательность  $z_0, z_1, \dots, z_N$ , где  $z_0 = 0$ ,  $z_N = H$ ,  $z_j - z_{j-1} = \Delta z$ . Значение функции  $\phi(z)$  в точке  $z_i$  обозначим как  $\phi_i$  (аналогично  $c(z_i) = c_i$ ). Применяя стандартную разностную аппроксимацию второго порядка, перепишем первое уравнение (2) для точки  $z = z_i$  в виде

$$\frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{\Delta z^2} + \frac{\omega^2}{c_i^2} \phi_i = k^2 \phi_i. \quad (11)$$

Это уравнение выполняется при всех  $z_i$  для  $i = 1, \dots, N - 1$ , исключая лишь границу раздела вода — дно, где  $z_i = h$  (для которой уравнение несколько изменяется [1]). Для точек  $z_0$  и  $z_N$  из краевых условий в (2) получаем

$$\phi_0 = 0; \quad \phi_N = 0. \quad (12)$$

Объединив (11) и (12), имеем систему из  $N + 1$  уравнений вида

$$Q\bar{\phi} = k^2\bar{\phi} \quad (13)$$

для вектора из  $N + 1$  неизвестных  $\bar{\phi} = (\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_N)^T$ , где матрица  $Q$  является трёхдиагональной:

$$Q = \frac{1}{\Delta z^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 + \frac{\omega^2}{c_1^2} \Delta z^2 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 + \frac{\omega^2}{c_2^2} \Delta z^2 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

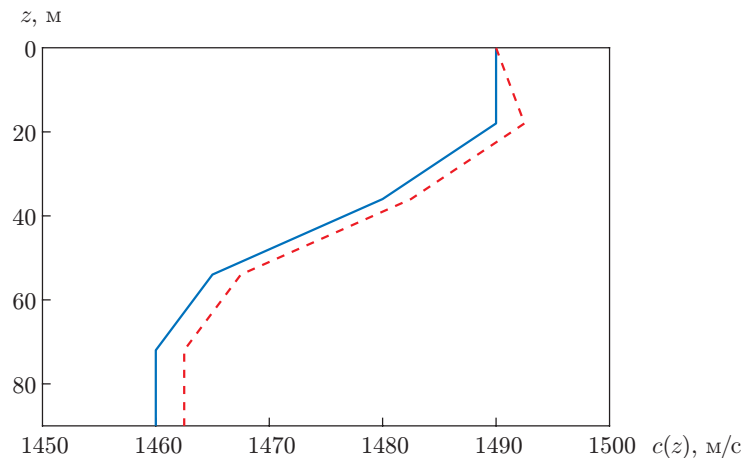
Таким образом, метод конечных разностей сводит задачу Штурма — Лиувилля (2) к задаче поиска собственных значений трёхдиагональной матрицы (13). Данную задачу можно решить, например, методом Штурма с последующим уточнением полученных собственных значений с помощью экстраполяции Ричардсона [1].

Хотя при решении задачи минимизации невязок (10) значения  $\tau_{\text{obs}}(f_j, m)$  можно вычислить лишь 1 раз, величины  $\tau_{\text{model}}(f_j, m, \bar{A})$  должны рассчитываться для каждого тестируемого набора  $\bar{A}$ . Для достаточно точного воспроизведения среды, где происходит распространение звука, требуется пространство параметров достаточно высокой размерности, что вызывает необходимость решать акустическую спектральную задачу (для расчёта  $v_g(f_j, m, \bar{A})$ ) огромное количество раз (используется метод полного перебора в пространстве поиска, чтобы гарантировать сходимость алгоритма к точке  $\bar{A}^*$ ). Таким образом, в задачах геоакустической инверсии естественно возникает потребность в привлечении высокопроизводительных вычислительных средств.

**4. Программная реализация.** Предложенный в разд. 3 оптимизационный алгоритм реализован в виде параллельной программы на языке C++, задействующей библиотеку Message Passing Interface (MPI) [6]. Используется схема master/slave, согласно которой один процесс (управляющий) выполняет диспетчерские функции, а все трудоёмкие вычисления производятся на остальных процессах (вычислительных). Заданием назовём набор  $\bar{A}$  параметров волновода, который соответствует некоторой точке пространства поиска (см. разд. 2), а под обработкой задания будем подразумевать нахождение значения целевой функции  $F(\bar{A})$  посредством решения спектральной задачи для набора  $\bar{A}$ . Задания объединяются в пакеты для равномерной нагрузки вычислительных процессов. Управляющий процесс формирует очередь пакетов заданий, после чего все пакеты обрабатываются вычислительными процессами. Результатом работы программы являются значение  $F(\bar{A}^*)$  целевой функции в точке глобального минимума в рассматриваемом пространстве поиска, а также соответствующий набор  $\bar{A}^*$  параметров волновода.

При решении матричной спектральной задачи (13) для конкретного набора параметров волновода на вычислительных процессах используется функция `smatrixtdevdr()` из библиотеки численного анализа и обработки данных ALGLIB [7]. В этой функции реализован метод Штурма [1] для расчёта всех собственных чисел трёхдиагональной симметричной матрицы  $Q$  из (13), лежащих в указанном интервале, а также метод обратной итерации для вычисления собственных векторов. Исходный код описанной параллельной программы доступен онлайн [8].

**5. Вычислительные эксперименты.** Во всех экспериментах параллельная программа (см. разд. 4) запускалась на 15 узлах вычислительного кластера «Академик В. М. Матросов» Иркутского научного центра СО РАН [9]. На каждом узле кластера



Истинный (сплошная линия) и восстановленный (пунктирная линия) профили скорости звука в воде ( $c = c(z)$ )

установлены два 16-ядерных процессора AMD Opteron 6276, таким образом, суммарно программа запускалась на 480 процессорных ядрах (каждому ядру соответствовал один MPI-процесс).

В ходе вычислительного эксперимента исследовались возможности восстановления профиля скорости звука в воде, а также расстояния от источника до приёмника в условиях, когда известна скорость звука на одном горизонте (например, у поверхности моря), но полностью отсутствуют сведения о строении дна. Решение именно такой задачи имеет большое практическое значение, поскольку при постановке натуральных экспериментов, как правило, легко получить информацию о температуре воды у поверхности (может быть использовано прямое измерение или же спутниковые данные), но зачастую невозможно получить достоверные сведения о скорости звука и плотности в слоях дна. Целью эксперимента была проверка следующей гипотезы: если в спектре импульсного сигнала большая часть энергии приходится на относительно высокие частоты, то значения параметров дна не влияют на точность восстановления профиля скорости звука в воде, если даже для этих параметров выбраны заведомо неверные фиксированные значения.

Для эксперимента был сформирован модельный волновод с общей глубиной  $H = 600$  м и глубиной водного слоя  $h = 90$  м. Профиль скорости звука в воде задан кусочно-линейной функцией, график которой показан на рисунке сплошной линией; параметры волновода приведены в табл. 1. Профили такого типа обычно наблюдаются в мелком море в летний период, когда вода у поверхности прогревается и её температура существенно выше температуры воды в придонном слое [1] (слой, где температура воды понижается, называют термоклином). При этом были выбраны следующие параметры дна:  $c_b = 2000$  м/с,  $\rho_b = 2$  г/см<sup>3</sup> [9]. Задача восстановления профиля скорости звука решалась на основе дан-

Таблица 1

**Результаты геоакустической инверсии и истинные значения параметров среды**

Набор параметров	$c_b$ , м/с	$\rho_b$ , г/см <sup>3</sup>	$c_0$ , м/с	$c_1$ , м/с	$c_2$ , м/с	$c_3$ , м/с	$c_4$ , м/с	$R$ , м
Истинное значение	2000	2	1490	1490	1480	1465	1460	3500
Модель А	3000	3	1490	1492,5	1482,5	1467,5	1462,5	3505
Модель В	4000	4	1490	1492,5	1482,5	1467,5	1462,5	3505

Таблица 2

## Пространство поиска алгоритма инверсии

Параметр	Минимальное значение	Максимальное значение	Шаг
$R$	3400 м	3600 м	5 м
$c_j$ ( $j = 1, 2, 3, 4$ )	1450 м/с	1500 м/с	2,5 м/с

ных о временах прихода мод на расстоянии 3500 м от источника в полосе частот от 150 до 250 Гц. Эти времена прихода были рассчитаны путём вычисления групповых скоростей мод, найденных из решения спектральной задачи (2). Разумеется, было бы неудивительно, если бы удалось восстановить профиль скорости звука одновременно с параметрами дна. Однако для проверки гипотезы мы осуществляли инверсию, зафиксировав значения параметров дна  $c_b = 3000$  м/с,  $\rho_b = 3$  г/см<sup>3</sup> (модель А) и  $c_b = 4000$  м/с,  $\rho_b = 4$  г/см<sup>3</sup> (модель В). В ходе численных экспериментов восстанавливались значения скорости звука в воде ( $c_1, c_2, c_3, c_4$ ) на горизонтах  $z = 18, 36, 54, 72$  м соответственно, а также расстояние от источника до приёмника. Значение скорости звука  $c_0$  у поверхности  $z = 0$  считалось известным.

Рассматриваемое пространство поиска состояло из 7973721 точки (табл. 2). Пакеты заданий для обработки (см. разд. 4) формировались следующим образом: на управляющем процессе генерировался 194481 вариант наборов значений скоростей звука, каждому из которых сопоставлялся один пакет из 41 задания. На вычислительных процессах после получения пакета заданий варьировалось расстояние от источника до приёмника. Для каждого полученного таким образом значения расстояния (и фиксированного набора скоростей звука) вычислялась целевая функция. Результаты геоакустической инверсии представлены в табл. 1, а также на рисунке. Время работы параллельной программы составило 8 ч 35 мин для модели А и 9 ч 15 мин для модели В. Как видно из табл. 1, в обоих случаях профиль скорости звука и расстояние до источника восстановлены с высокой точностью, причём результаты не зависят от предположения о параметрах дна (одинаковы для моделей А и В).

**Заключение.** Предлагаемая работа посвящена описанию алгоритма геоакустической инверсии профиля скорости звука в мелком море по данным о временах прихода модовых компонент импульсного сигнала на различных частотах. Также показана программная реализация этого алгоритма, предназначенная для работы на вычислительных кластерах. Созданный комплекс программ апробирован в ходе различных численных экспериментов.

Результатом одного из экспериментов стало подтверждение следующей гипотезы: если в спектре импульсного сигнала значительная часть энергии приходится на достаточно высокие частоты (такие, что на глубине моря укладывается порядка десяти длин звуковых волн), то при восстановлении профиля скорости звука в ходе геоакустической инверсии можно придавать параметрам дна волновода произвольные значения (например, на основе грубой оценки), не включая их в пространство поиска алгоритма инверсии. При этом точность восстановления скорости звука в воде не снижается.

Разработанный программный комплекс может быть применён для восстановления геоакустических параметров на основе анализа записей импульсных сигналов, полученных в натуральных экспериментах.

Авторы выражают благодарность Ж. Боннелю (Высшая национальная школа передовых технологий (ENSTA Bretagne), г. Брест, Франция) за полезные обсуждения и предоставленный код программ и канд. техн. наук А. А. Семенову (ИДСТУ СО РАН, г. Иркутск, Россия) за плодотворные дискуссии.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Jensen F. B., Porter M. B., Kuperman W. A., Schmidt H.** Computational Ocean Acoustics. N. Y.: Springer-Verlag, 2011. 794 p.
2. **Tolstoy I., Clay C. S.** Ocean Acoustics: Theory and Experiment in Underwater Sound. N. Y.: American Institute of Physics, 1987. 381 p.
3. **Bonnell J., Chapman N. R.** Geoacoustic inversion in a dispersive waveguide using warping operators // Journ. Acoust. Soc. Amer. 2011. **130**, Is. 2. P. 101–107.
4. **Le Touze G., Nicolas B., Mars J. I., Lacombe J.-L.** Matched representations and filters for guided waves // IEEE Trans. Signal Process. 2009. **57**, Is. 5. P. 1783–1795.
5. **Warner G. A., Dosso S. E., Dettmer J., Hannay D. E.** Bayesian environmental inversion of airgun modal dispersion using a single hydrophone in the Chukchi Sea // Journ. Acoust. Soc. Amer. 2015. **137**, Is. 6. P. 3009–3023.
6. **Гришагин В. А., Свистунов А. Н.** Параллельное программирование на основе MPI: Учеб. пособие. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2005. 93 с.
7. **Библиотека** численного анализа ALGLIB. URL: <http://www.alglib.net> (дата обращения: 11.04.2016).
8. **Программный** комплекс SSPeMDD. URL: <https://github.com/Nauchnik/Acoustics-at-home> (дата обращения: 11.04.2016).
9. **Иркутский** суперкомпьютерный центр СО РАН. URL: <http://www.hpc.icc.ru> (дата обращения: 11.04.2016).

*Поступила в редакцию 15 октября 2015 г.*

---