

УДК 62.50 : 681.5.07

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ К ВАРИАЦИИ ЗАПАЗДЫВАНИЯ СИСТЕМ С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ КОМПЕНСАТОРОМ, ВКЛЮЧЁННЫМ ПО СХЕМЕ СМИТА

Н. А. Вундер, А. В. Ушаков

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики,
197101, Санкт-Петербург, просп. Кронвержский, 49
E-mail: polinova_nina@mail.ru
ushakov-avg@yandex.ru*

Рассмотрено применение включения последовательного компенсатора в прямую ветвь проектируемой системы по схеме Смита, которая является эффективным способом решения двух задач: надления системы желаемыми показателями качества процессов и вывода звена чистого запаздывания за пределы замкнутого контура так, что его влияние проявляется только в увеличении длительности переходного процесса на величину запаздывания и не сказывается на величине перерегулирования. Показано, что при использовании схемы Смита необходима осторожность, потому что она как схема аддитивной сигнальной компенсации может оказаться неробастной и требовать для своей корректной реализации точного знания величины запаздывания. Поставлена и решается задача анализа чувствительности процессов в системе к вариации запаздывания.

Ключевые слова: непрерывный объект управления, звено чистого запаздывания, последовательный компенсатор, схема Смита, чувствительность процессов к вариации запаздывания.

DOI: 10.15372/AUT20160309

Введение. Известно, что наличие звена чистого запаздывания в составе непрерывных технических объектов (ТО) стало заметной трудностью в решении задачи надления систем, содержащих такие объекты, гарантированными устойчивостью и качеством процессов. Одним из эффективных способов решения задачи оказалось построение системы с последовательным компенсатором (ПК), включаемым по схеме Смита [1–9]. Данная схема позволила вывести звено чистого запаздывания за пределы контура, охватываемого отрицательной единичной обратной связью, и решить задачу гарантированной устойчивости систем с запаздыванием. При этом осталась проблема оценки влияния вынесенного за контур запаздывания на качество процессов в системе в режиме воспроизведения внешнего воздействия. Добавим, что предиктор Смита во всех его модификациях [1–9] построен по схеме сигнальной компенсации, которая является неробастной, так как требует точного назначения сигналов компенсации, нарушаемой в случае неточного знания чистого запаздывания в техническом объекте. Таким образом, следует констатировать, что существует проблема анализа чувствительности схемы Смита (включения последовательного компенсатора в прямую ветвь проектируемой системы) к вариации запаздывания.

Постановка задачи. Ставится задача формирования аналитического представления регулятора непрерывного технического объекта с чистым запаздыванием, структурно определяемого в виде последовательного звена в составе ТО. Известно, что такую задачу в

случае отсутствия в составе ТО чистого запаздывания можно решить с помощью композиции прямых и обратных связей [10] или последовательного компенсатора [11, 12]. Компенсация нежелательных полюсов передаточной функции (ПФ) вход—выход (ВВ) исходного технического объекта осуществляется путём их сокращения с нулями передаточной функции ВВ последовательного компенсатора, наделённого полюсами. Полюсы при замыкании разомкнутой системы, составленной из последовательного соединения ПК и ТО, отрицательной единичной обратной связью порождают передаточную функцию ВВ замкнутой системы, имеющую полином знаменателя резолвенты [13] её матрицы состояния, совпадающий с желаемым характеристическим полиномом. В предлагаемой работе используется метод последовательного компенсатора.

Следует отметить, что сокращение нулей передаточной функции ПК и полюсов передаточной функции ТО приводит к появлению в структуре синтезируемой системы неуправляемых и ненаблюдаемых частей. При этом сформированная ПФ описывает поведение только полностью управляемой и наблюдаемой части спроектированной системы. При нулевом начальном состоянии и ненулевом экзогенном задающем воздействии наличие неуправляемых и ненаблюдаемых частей в поведении системы не будет проявляться [13]. Но при ненулевом начальном состоянии неуправляемой части в поведении системы по выходу могут присутствовать компоненты свободного движения этой части системы. Отметим, что если неуправляемые и ненаблюдаемые части устойчивы, то их наличие не должно привести к каким-либо неблагоприятным последствиям.

Итак, исходный технический объект SISO-типа (Single Input — Single Output) без запаздывания с тройкой матриц (A, B, C) вход—состояние—выход (BCV) модельного описания может быть задан моделью ВВ в виде передаточной функции

$$W_{\text{ТО}}(s) = C(sI - A)^{-1}B. \quad (1)$$

Проектируемая система SISO-типа с тройкой матриц (F, G, C) BCB модельного описания может быть задана желаемой моделью ВВ в виде ПФ

$$\Phi_{\text{ж}}(s) = C(sI - F)^{-1}G, \quad (2)$$

«задатчиком» которой является полиномиальная модальная модель [10] SISO-типа с тройкой матриц (Γ, L, H) и передаточной функцией ВВ

$$\Phi_{\text{ж}}(s) = H(sI - \Gamma)^{-1}L = C(sI - F)^{-1}G. \quad (3)$$

Реализация передаточной функции $\Phi_{\text{ж}}(s)$ в виде замкнутой структуры с единичной отрицательной обратной связью по вектору выхода возможна, если в прямой цепи включена [12] система с ПФ $W_{\text{ж}}(s)$, определяемой выражением

$$W_{\text{ж}}(s) = \Phi_{\text{ж}}(s)(1 - \Phi_{\text{ж}}(s))^{-1}. \quad (4)$$

Если желаемая передаточная функция прямой цепи (4) синтезируемой системы с отрицательной единичной обратной связью по выходу реализуется в виде последовательного соединения ПК и ТО, то оказывается справедливой запись [10–12]

$$W_{\text{ж}}(s) = W_{\text{ТО}}(s)W_{\text{ПК}}(s),$$

откуда для передаточной функции последовательного компенсатора получаем искомое представление

$$W_{\text{ПК}}(s) = W_{\text{ТО}}^{-1}(s)W_{\text{ж}}(s) = W_{\text{ТО}}^{-1}(s)\Phi_{\text{ж}}(s)(1 - \Phi_{\text{ж}}(s))^{-1}. \quad (5)$$

Перейдём к проектированию системы управления ТО SISO-типа на основе концепции последовательной компенсации с учётом следующих предположений:

1) объект SISO-типа содержит звено чистого запаздывания и описывается передаточной функцией

$$\tilde{W}_{\text{ТО}}(s) = W_{\text{ТО}}(s) e^{-\tau s}; \quad (6)$$

2) желаемое поведение проектируемой системы (в случае отсутствия запаздывания) в переходном и установившемся режимах обеспечивается передаточной функцией вида

$$\Phi_{\text{ж}}(s) = \Phi_{\text{ж}}(s, \omega_0) = \frac{\nu_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i s^{n-i} \omega_0^i} \quad (7)$$

и достигается композицией коэффициентов характеристического полинома v_i ($i = \overline{1, n}$) и значения характеристической частоты ω_0 .

Ставятся задачи в условиях наличия у технического объекта запаздывания в канале управления:

1) сохранить алгоритм синтеза последовательного компенсатора в предложенном виде так, чтобы звено чистого запаздывания было выведено за пределы контура, охватываемого единичной обратной связью, т. е. чтобы передаточная функция ВВ системы имела вид

$$\tilde{\Phi}_{\text{ж}}(s) = \Phi_{\text{ж}}(s) e^{-\tau s}; \quad (8)$$

2) оценить полученное решение в форме (8) на предмет робастности относительно неточности знания величины запаздывания τ .

Анализ возможностей схемы Смита (включения последовательного компенсатора). Схема включения последовательного компенсатора, предложенная в [1], получила дальнейшее развитие в [2–9].

Эта схема (рис. 1) позволяет зафиксировать положение включения последовательного компенсатора с передаточной функцией $W_{\text{ПК}}(s)$ в прямую ветвь системы последовательно

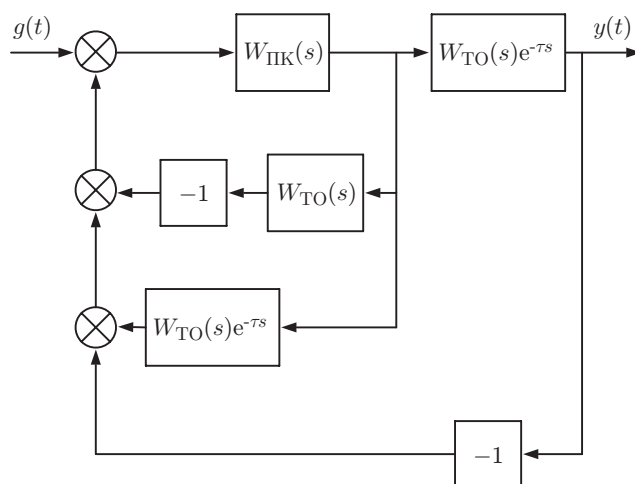


Рис. 1

с ТО с передаточной функцией $\tilde{W}_{\text{ТО}}(s) = W_{\text{ТО}}(s)e^{-\tau s}$, которая охвачена отрицательной единичной обратной связью по выходу ТО. Такое положение ПК и ТО образует главный контур системы. Схема Смита реализует передаточную функцию ВВ системы

$$\tilde{\Phi}_{\text{ж}}(s, \tau) = \frac{W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)e^{-\tau s}}{1 + W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)} = \Phi_{\text{ж}}(s)e^{-\tau s}. \quad (9)$$

Положение (9) подтверждается применением правила не касающихся контуров (теорема Мейсона) [13, 14] к схеме рис. 1, что даёт ПФ этой системы:

$$\begin{aligned} \Phi(s) &= \frac{W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)e^{-\tau s}}{1 + W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s) - W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)e^{-\tau s} + W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)e^{-\tau s}} = \\ &= \frac{W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)e^{-\tau s}}{1 + W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)} = \Phi_{\text{ж}}(s)e^{-\tau s}. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом, задача выноса звена чистого запаздывания за пределы контура, охватываемого единичной обратной связью, решена.

Основной результат. Анализ чувствительности схемы Смита к неточности знания величины запаздывания технического объекта. Применительно к поставленной задаче введём представление варьируемого запаздывания ТО $\tau(q)$, задав его в мультипликативной форме:

$$\tau(q) = \tau(1 + q), \quad (11)$$

где τ — номинальное (паспортное) значение запаздывания; $\Delta q = q_0 + \Delta q$ — параметр, задающий в мультипликативной форме относительное приращение чистого запаздывания, у которого номинальное значение $q_0 = 0$, при этом вариация Δq параметра q удовлетворяет соотношению $q = \Delta q$. Использование представления варьируемого запаздывания (11) ТО позволяет записать ПФ (10) в виде

$$\Phi(s, q) = \frac{W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau(1+q)s}}{1 + W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau(1+q)s} - W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau s} + W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}}. \quad (12)$$

Применим к решению поставленной задачи аппарат теории чувствительности, опирающийся на функции чувствительности ПФ [15]. Вычисление функции $S_q = S_q(s, \tau)$ чувствительности первого порядка ПФ (9) схемы Смита к вариации параметра q в точке $q = 0$ относительно малых приращений Δq осуществляется путём дифференцирования (12):

$$\begin{aligned} S_q(s, \tau) &= \left. \frac{\partial}{\partial q} \Phi(s, q) \right|_{q=0} = \\ &= \left. \frac{\partial}{\partial q} \left\{ \frac{W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau(1+q)s}}{1 + W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau(1+q)s} - W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau s} + W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}} \right\} \right|_{q=0} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau s}(-\tau s)}{1 + W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau s} - W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau s} + W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}} - \\
&- \frac{(W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau s})^2(-\tau s)}{(1 + W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau s} - W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau s} + W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}})^2} = \\
&= \frac{W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau s}(-\tau s)}{1 + W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}} + \frac{(W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}e^{-\tau s})^2(\tau s)}{1 + W_{\text{ПК}}W_{\text{ТО}}} = \Phi(s)e^{-\tau s}(\Phi(s)e^{-\tau s} - 1)(\tau s).
\end{aligned}$$

Тогда для передаточной функции $\Phi(s, q)$ при малом значении Δq вариации $\Delta\tau = \tau\Delta q$ получим соотношение

$$\begin{aligned}
\Phi(s, q) &= \Phi(s, \tau(1 + \Delta q)) = \Phi(s)e^{-\tau s} + S_q(s, \tau)\Delta q = \\
&= \Phi(s)e^{-\tau s} + \Phi(s)e^{-\tau s}(\Phi(s)e^{-\tau s} - 1)(\tau s)\Delta q = \\
&= \Phi(s)e^{-\tau s} + (\tau\Delta q)s\Phi(s)e^{-\tau s}(\Phi(s)e^{-\tau s} - 1),
\end{aligned} \tag{13}$$

которое по существу содержит доказательство системы положений.

Положение 1. Свойство устойчивости системы, образованной техническим объектом с запаздыванием и последовательным компенсатором, включённым по схеме Смита, оказывается робастным [16] относительно малой вариации $\Delta\tau = \tau\Delta q$ чистого запаздывания ТО.

Положение 2. Свойство сходимости переходной функции к единичному установившемуся значению как реакции на единичное входное воздействие системы, образованной техническим объектом с запаздыванием и последовательным компенсатором, включённым по схеме Смита, оказывается робастным [16] относительно малой вариации $\Delta\tau = \tau\Delta q$ чистого запаздывания ТО за счёт мультипликативного компонента $(\tau\Delta q)$ во втором аддитивном члене возмущённой ПФ $\Phi(s, q)$.

Таким образом, основные динамические показатели системы являются робастными относительно вариации $\Delta\tau = \tau\Delta q$ чистого запаздывания ТО.

Иллюстративный пример. Задачи иллюстративного примера:

— демонстрация работоспособности системы, образованной техническим объектом, содержащим запаздывание, и последовательным компенсатором, включённым по схеме Смита, при номинальном значении чистого запаздывания ТО;

— экспериментальное исследование чувствительности процессов в данной системе к вариациям значений чистого запаздывания ТО относительно номинального значения запаздывания.

Предметом исследования в примере выступает система с передаточной функцией (13), номинальная составляющая которой сформирована в силу использования следующих исходных данных:

1) технический объект задан моделью вход—выход в виде

$$\tilde{W}_{\text{ТО}}(s) = W_{\text{ТО}}(s)e^{-\tau s},$$

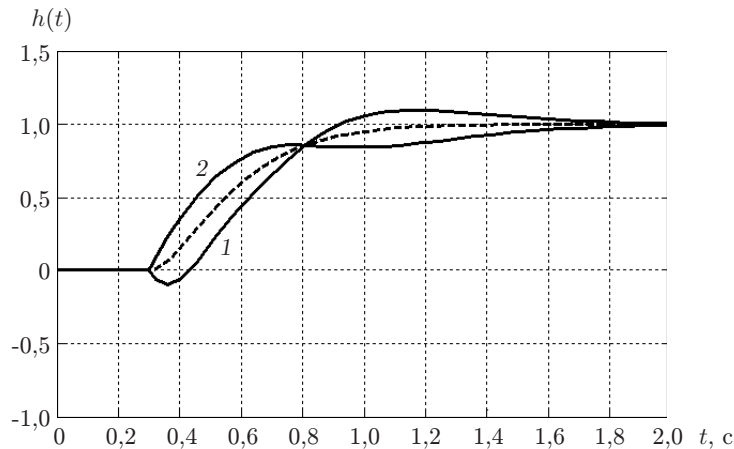


Рис. 2

где $W_{\text{ТО}}(s) = 1/(s+1)s$, $\tau = 0,3$ с;

2) желаемое поведение проектируемой системы в переходном и установившемся режимах обеспечивается передаточной функцией

$$\tilde{\Phi}_{\text{ж}}(s) = \Phi_{\text{ж}}(s) e^{-\tau s} = \Phi_{\text{ж}}(s, \omega_0) e^{-\tau s},$$

где

$$\Phi_{\text{ж}}(s, \omega_0) = \frac{W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)}{1 + W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\omega_0 s + \omega_0^2},$$

которая гарантирует достижение следующих динамических свойств системы: длительность переходного процесса $\tilde{t}_{\text{п}} = t_{\text{п}} + \tau$, удовлетворяющая условию $\tilde{t}_{\text{п}} \leq 1$ с, и отсутствие перерегулирования в кривой переходного процесса.

В результате использования предложенной процедуры с учётом

$$\omega_0 = \omega_0(t_{\text{п}}) = \arg\{t_{\text{п}}\omega_0 = 4,75\} \Big|_{t_{\text{п}}=0,7} = 6,8 \text{ с}^{-1}$$

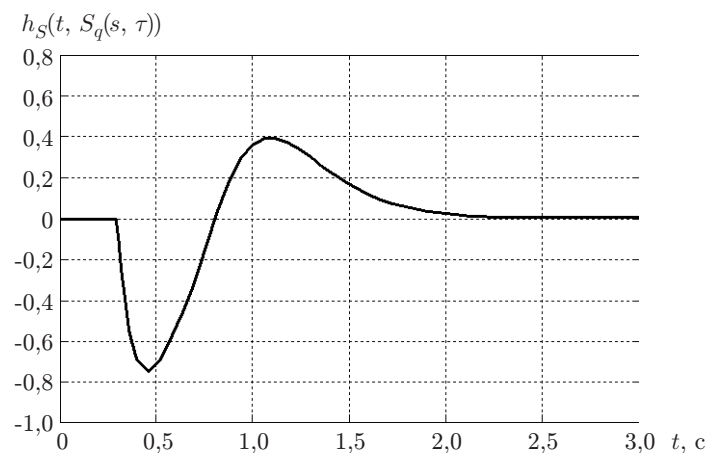


Рис. 3

для ПФ последовательного компенсатора получим представление

$$W_{\text{ПК}} = \frac{46(s+1)}{s+13,6}.$$

На рис. 2 показаны график переходного процесса (пунктирная кривая) в системе с компенсатором, включённым по схеме Смита, при номинальных значениях $\tau = 0,3$, $\tilde{t}_{\text{П}} = 1$ с, подтверждающий работоспособность схемы, а также графики переходных процессов системы с введённой вариацией $|\Delta q|$ значения постоянного запаздывания: при $\Delta q = 0,3$ (кривая 1), при $\Delta q = -0,3$ (кривая 2), построенные в силу представления (13).

Полученные графики переходных процессов в параметрически возмущённых системах в рамках справедливости аппарата функции чувствительности первого порядка позволяют констатировать робастность свойства сходимости кривых к единичному установившемуся значению в системе с последовательным компенсатором, включённым по схеме Смита, относительно неточности задания времени чистого запаздывания. График (рис. 3), представляющий собой ПФ траекторной чувствительности $h_S\{t, S_q(s, \tau)\}$, порождаемой передаточной функцией $S_q(s, \tau)$, дополнительно подтверждает выдвинутый тезис.

Заключение. Результаты проведённых исследований траекторной чувствительности системы с последовательным компенсатором, включённым по схеме Смита, к вариациям запаздывания с помощью функций траекторной чувствительности первого порядка дают разработчикам систем, содержащих звенья чистого запаздывания, гарантию целесообразности использования этой схемы в решении практических задач в условиях неточного знания величины запаздывания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Smith O. J. M.** Close control of loops with dead time // Chem. Eng. Progress. 1957. **53**, N 5. P. 217–219.
2. **Smith O. J. M.** A controller to overcome dead time // ISA Journ. 1959. **6**, N 2. P. 28–33.
3. **Aström K. J., Hang C. C., Lim B. C.** A new Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time // IEEE Trans. Automat. Control. 1994. **39**, N 2. P. 343–345.
4. **Fliess M., Marquez R., Mounier H.** PID-like regulators for a class of linear delay systems // Proc. of the 6th European Control Conference (ECC). Porto, Portugal: IEEE, 2001. P. 178–183.
5. **Majhi S., Atherton D.** A new Smith predictor and controller for unstable and integrating processes with time delay // Proc. of the 37th IEEE Conference on Decision and Control. Tampa, USA: IEEE, 1998. Vol. 2. P. 1341–1345.
6. **Olbrot A. W.** Finite spectrum property and predictors // Proc. of the 1st IFAC Workshop on Linear Time Delay Systems. Grenoble, France, 1998. P. 251–260.
7. **Palmor Z. J.** Time-delay compensation — Smith predictor and its modifications // The Control Handbook /Ed. W. S. Levine. Boca Raton: CRC Press, 1996. P. 224–237.
8. **Mataušek M. R., Ribić A. I.** Control of stable, integrating and unstable processes by the modified Smith predictor // Journ. Process Control. 2012. **22**, Is. 1. P. 338–343.
9. **Padhan D. G., Majhi S.** Modified Smith predictor based cascade control of unstable time delay processes // ISA Trans. 2012. **51**, Is. 1. P. 95–104.
10. **Бесекеерский В. А., Попов Е. П.** Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1966. 992 с.
11. **ОСНОВЫ** автоматического регулирования. Теория /Под ред. В. В. Солодовникова. М.: Машгиз, 1954. 1117 с.

12. **Brasch, Jr. F. M., Pearson J. B.** Pole placement using dynamic compensators // IEEE Trans. Automat. Control. 1970. **AC-15**, N 1. P. 34–43.
13. **Заде Л., Дезоер Ч.** Теория линейных систем (метод пространства состояний): Пер. с англ. М.: Наука, 1970. 704 с.
14. **Mason S. J.** Feedback theory — Further properties of signal flow graphs // Proc. IRE. 1956. **44**, N 7. P. 920–926.
15. **Perkins W. R., Cruz J. B., Gonzales R. L.** Design of minimum sensitivity systems // IEEE Trans. Automat. Control. 1968. **AC-13**, N 2. P. 159–167.
16. **Уонем М.** Линейные многомерные системы управления: геометрический подход: Пер. с англ. М.: Наука, 1980. 376 с.

Поступила в редакцию 7 июля 2015 г.
