

ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 535.4

РАСЧЁТ ПОЛОЖЕНИЯ ГРАНИЦЫ ОБЪЕКТА
ПРИ ЕГО ПРОЕКЦИРОВАНИИ
В ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕИНВАРИАНТНОЙ
КОГЕРЕНТНО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ*

Ю. В. Чугуй

¹ Конструкторско-технологический институт научного приборостроения СО РАН,
630058, г. Новосибирск, ул. Русская, 41

² Новосибирский государственный университет,
630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2

³ Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20

E-mail: chugui@tdisie.nsc.ru

Изучены особенности формирования изображения полуплоскости в когерентно-оптической пространственно-неинвариантной (безаберрационной) системе типа 2F–2F телецентрического типа с ограниченной апертурой проекционного объектива (в условиях отсутствия пространственно-частотного фильтра). В аналитическом виде на основе аппроксимации френелевских функций элементарными найдена зависимость поведения интенсивности света в точке, соответствующей границе полуплоскости в её изображении, от положения объекта. Показано, что в случае приближения полуплоскости к границе поля зрения системы, определяемой диаметром апертуры объектива, имеет место значительное отклонение интенсивности света от случая осевого расположения полуплоскости, что может приводить к заметным погрешностям измерения при контроле геометрических параметров объектов проекционным методом в проходящем свете.

Ключевые слова: дифракция света, телецентрические проекционные системы, фурье-оптика, размерный контроль.

DOI: 10.15372/AUT20160607

Введение. Проекционные системы телецентрического типа (с параллельным освещением на входе) широко применяются в промышленности прежде всего при контроле геометрических параметров объектов в проходящем свете [1]. Основное достоинство этих систем — слабая зависимость геометрических характеристик изображений объектов от их дефокусировки благодаря телецентрической перспективе, что позволяет заметно снизить требования к позиционированию объектов в продольном направлении (вдоль оптической оси).

Однако при использовании таких систем возникают проблемы, связанные с влиянием виньетирования (затенения) пучков из-за ограниченности апертуры проецирующего объектива. В конечном счёте это приводит, во-первых, к ограничению размера рабочего поля системы, а во-вторых, — к непостоянству ширины полосы частот объекта (по полю), пропускаемых проекционным объективом. Данная оптическая система, как известно, относится к классу пространственно-неинвариантных [2]. Указанные эффекты возникают вследствие несовпадения плоскости изображения источника с плоскостью апертурной диафрагмы объектива. Существенно, что удовлетворение этого условия ведёт к заметно-

*Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (соглашение № 14.604.21.0086).

му усложнению оптической системы, поэтому разработчики отдают предпочтение приведённой выше системе с разнесёнными вдоль оптической оси плоскостями изображения источника и апертурной диафрагмы объектива. Так как количественная оценка влияния виньетирования на изображающие свойства объекта в аналитическом виде весьма затруднительна, исследователи зачастую при расчётах оптических систем полагают, что размер входного поля системы заметно меньше диаметра линзы [2], но это не имеет ничего общего с практикой оптического приборостроения. Разработчики оптических проекционных систем, наоборот, пренебрегая эффектами виньетирования, как правило, стараются в максимальной степени использовать их входное поле, при котором размеры контролируемых объектов оказываются соизмеримыми с диаметром апертурной диафрагмы проецирующего объектива. До настоящего времени указанные эффекты, приводящие к пространственной неинвариантности системы, изучены лишь в оптико-геометрическом приближении [3, 4]. Вместе с тем при больших входных полях они могут быть весьма заметными и их нужно учитывать при прецизионных измерениях геометрических размеров объектов, что требует проведения строгих расчётов.

В предлагаемой работе на примере типичного фрагмента объекта в виде полуплоскости представлены результаты расчёта положения её границы при проецировании этого объекта когерентно-оптической безабберационной системой телецентрического типа. Расчёты базируются на использовании аппроксимации френелевского изображения полуплоскости элементарными функциями [5, 6].

Полевые и частотные ограничения в системе. При исследовании особенностей формирования изображений в проекционной когерентно-оптической системе за основу взята система типа $2F-2F$ (единичное увеличение) с параллельным освещением на входе (рис. 1). Исходный плоский объект (нулевой толщины) с амплитудным пропусканием $f(x, y)$ располагается во входной плоскости P_1 , его изображение $g(x_1, y_1)$ с помощью объектива с апертурой $D_{об}$ формируется в выходной плоскости P_4 . Как известно [2], спектр пространственных частот $F(u, v)$ объекта, освещённого плоской монохроматической волной света, наблюдается в задней фокальной плоскости (фурье-плоскости) проекционного объектива P_3 . В общем случае в этой же плоскости располагается фильтр пространственных частот, в качестве которого может выступать, например, диафрагма диаметром D_{ϕ} .

Проиллюстрируем указанное свойство проекционных телецентрических систем на примере объекта в виде щели шириной D , освещённой плоской монохроматической волной света с длиной волны λ . Если воспользоваться законами геометрической оптики, то оче-

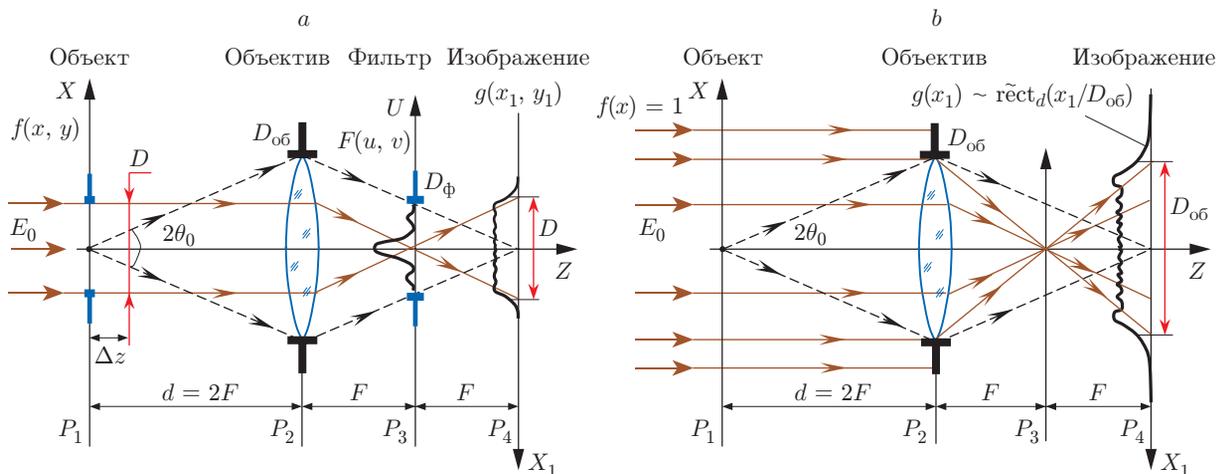


Рис. 1. Схема когерентно-оптической проекционной системы $2F-2F$ с параллельным освещением: при размещении объекта на входе в плоскости P_1 (а) и при отсутствии объекта (б)

теристик исходного объекта необходимо совпадение ширин полос положительных и отрицательных частот: $\theta^+ = \theta^-$. В противном случае возникают искажения в изображении объекта вплоть до потери информации о нём.

Формирование изображения смещённой полуплоскости. Проведём количественный анализ характеристик изображающей системы 2F–2F. С этой целью вычислим импульсный отклик оптической системы. Для упрощения расчётов ограничимся случаем одномерных объектов. Для нахождения импульсного отклика $h(x_1, x)$ разместим в точке с координатой x дельта-источник Дирака [8] и определим его изображение (поле) на выходе системы (рис. 3) как результат последовательного прохождения волны от источника через элементы оптической системы. Примем во внимание, что при $\theta_0 \ll 1$ волна на входе объектива имеет вид $(E_0/\sqrt{j\lambda d})e^{jk(\xi-x)^2/4F}$ [2]. Далее волна модулируется передаточной функцией объектива с ограниченной апертурой $e^{-jk\xi^2/2F} \cdot \text{rect}(\xi/D_{об})$, где прямоугольная функция $\text{rect}(\xi/D_{об}) = Y(\xi + 0,5D_{об}) - Y(\xi - 0,5D_{об})$ ($Y(z)$ — ступенчатая функция Хевисайда: $Y(z) = 1$ для $x > 0$ и $Y(z) = 0$ для $x < 0$) [8]. Пройдя через апертуру объектива, волна распространяется между плоскостями P_2 и P_3 в свободном пространстве, которое имеет импульсный отклик $e^{jk(x_1+\xi)^2/4F}$ (на рис. 3 учтено изменение направления оси X на противоположное). В результате для импульсного отклика $h(x_1, x)$ нетрудно получить следующее выражение:

$$h(x_1, x) = \frac{E_0}{j\lambda d} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jk(\xi-x)^2/4F} \cdot e^{-jk\xi^2/2F} \cdot e^{jk(x_1+\xi)^2/4F} \cdot \text{rect}\left(\frac{\xi}{D_{об}}\right) d\xi =$$

$$= \frac{E_0}{j\lambda d} e^{jkx_1^2/2d} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jkx^2/2d} \cdot \text{rect}\left(\frac{\xi}{D_{об}}\right) \cdot e^{jk\xi(x_1-x)/2F} d\xi = E_0 e^{jkx^2/2d} \cdot e^{jkx_1^2/2d} \frac{\sin \omega_0(x_1-x)}{\pi(x_1-x)}. \quad (1)$$

Можно видеть, что (1) помимо полезного пространственно-инвариантного члена $h(x_1-x)$, содержит два дополнительных фазовых члена: $e^{jkx^2/2d}$ и $e^{jkx_1^2/2d}$, зависящих

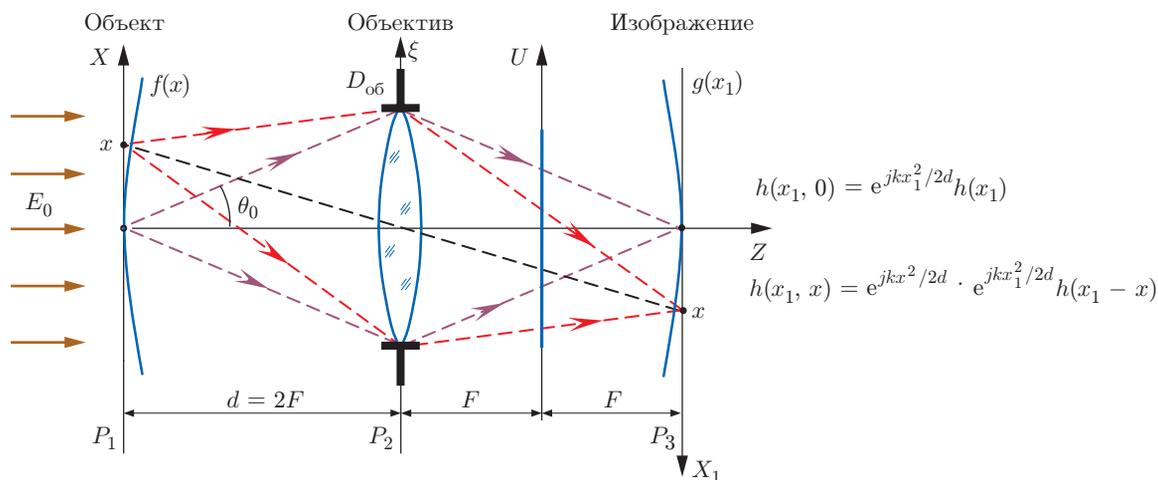


Рис. 3. Импульсный отклик когерентно-оптической проекционной системы 2F–2F с параллельным освещением. Формирование изображений объектов выполняется объективом с апертурой $D_{об}$

от входной x и выходной x_1 координат. Источником неинвариантности является первый фазовый член $e^{jkx^2/2d}$, который вносит значительные изменения в полевые и частотные характеристики дифракционно-ограниченной системы.

Покажем, что фазовый член действительно определяет поле зрения системы. Для этого осветим вход плоской (неограниченной по пространству) волной света. Так как здесь амплитудная функция пропускания $f(x) = 1$, для выходного изображения $g(x_1)$ после преобразований будем иметь

$$g(x_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_1, x) dx = \frac{E_0}{j\lambda d} e^{jkx_1^2/2d} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jkx^2/2d} \cdot e^{jk\xi(x_1-x)/d} \cdot \text{rect}\left(\frac{\xi}{D_{об}}\right) dx d\xi. \quad (2)$$

Выполняя далее интегрирование по переменной x для выходного поля $g(x_1)$, нетрудно получить

$$\begin{aligned} g(x_1) &= \frac{E_0 e^{jkx_1^2/2d}}{\sqrt{j\lambda d}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j(k\xi^2/2d)} \cdot e^{-j(k\xi x_1/d)} \cdot \text{rect}\left(\frac{\xi}{D_{об}}\right) d\xi = E_0 e^{jkx_1^2/2F} \cdot \tilde{\text{rect}}_d^*\left(\frac{x_1}{D_{об}}\right) = \\ &= E_0 e^{jkx_1^2/2F} [\tilde{Y}_d^*(x_1 + 0,5D_{об}) - \tilde{Y}_d^*(x_1 - 0,5D_{об})], \end{aligned} \quad (2a)$$

где $\tilde{Y}_d(x_1)$ — френелевское изображение (френелевская функция) ступенчатой функции Хевисайда: $\tilde{Y}_d(t) = 1/\sqrt{j\lambda d} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(t - \xi) e^{jk\xi^2/2d} d\xi$; «*» — знак комплексного сопряжения;

$\tilde{\text{rect}}_d(x_1/D_{об})$ — френелевское изображение апертуры объектива размером $D_{об}$ [9]. Можно видеть, что выходное изображение прямоугольной функции (2а), описываемое френелевской функцией, при $D_{об} \gg \sqrt{\lambda d}$ имеет характерный размер $\sim D_{об}$ (на амплитудном уровне $0,5E_0$). Это означает, что размер входного поля рассматриваемой оптической системы с учётом единичного увеличения также равен $D_{об}$ (см. рис. 1, б). Очевидно, что максимальный размер D_{max} входного контролируемого объекта должен быть несколько меньше $D_{об}$.

Изучим в оптической системе 2F–2F (рис. 4) особенности формирования изображений объектов. Применительно к размерному контролю выберем в качестве объекта полуплоскость (край) — типичный элемент многих объектов, который описывается ступенчатой функцией Хевисайда $Y(x)$.

Исходя из импульсного отклика системы (1), найдём амплитудное распределение поля $g(x_1, x_0)$ в изображении полуплоскости при размещении её границы в произвольной точке $x = x_0$:

$$\bar{g}(x_1, x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(x - x_0) e^{jkx^2/2d} \cdot e^{jkx_1^2/2d} \frac{\sin[\omega_0(x_1 - x)]}{\pi(x_1 - x)} dx, \quad (3)$$

где $\bar{g}(x_1, x_0) = g(x_1, x_0)/E_0$ — нормированное выходное распределение амплитуды поля в плоскости P_4 (см. рис. 4).

Прежде чем переходить к вычислению интеграла (3), уместно заметить, что в случае формирования изображения полуплоскости в пространственно-инвариантной дифракционно-ограниченной системе распределение $g(x_1)$ на выходе системы является результатом

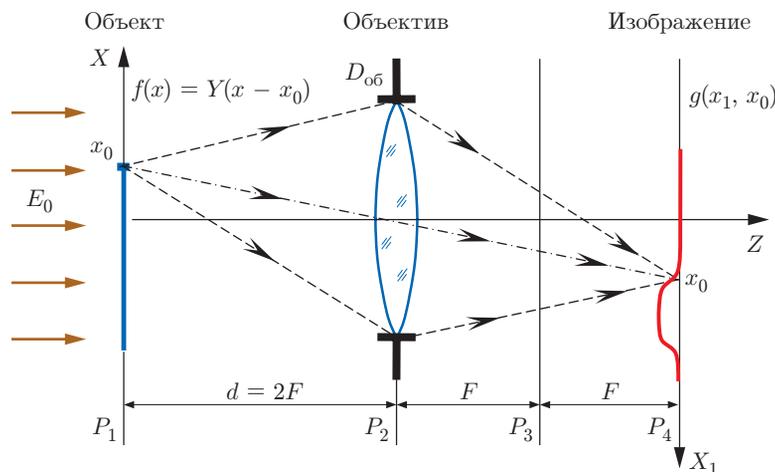


Рис. 4. Формирование в параллельном пучке света изображения полуплоскости в когерентно-оптической проекционной системе 2F–2F объективом с ограниченной апертурой $D_{об}$ в случае, когда фильтр в плоскости P_3 отсутствует либо его размер $D_{\phi} \gg D_{об}$

свёртки ступенчатой функции Хевисайда $Y(x)$ с импульсным откликом системы $h(x) = \sin(\omega_0 x)/\pi x$:

$$\bar{g}(x_1 - x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(x - x_0) \frac{\sin[\omega_0(x_1 - x)]}{\pi(x_1 - x)} dx. \tag{4}$$

Крайне важно, что в такой системе амплитуда поля в точке $x_1 = x_0$, соответствующей геометрической границе объекта, равна $0,5E_0$, т. е. составляет половину от входной амплитуды E_0 . Следовательно, нормированная интенсивность света в точке $\bar{I}(x_1 = x_0) = |g(x_1 = x_0)|^2/I_0 = |\bar{g}(x_1 = x_0)|^2 = 0,25$, где $I_0 = E_0^2$ — интенсивность освещающей объект волны (рис. 5). Известно, что этот результат положен в основу работы порогового алгоритма определения размеров объектов по их теневым изображениям. Как показывают расчёты, пространственно-инвариантного формирования изображений можно достичь и в системе 2F–2F (см. рис. 1), если выбрать апертуру пространственно-частотного фильтра D_{ϕ} много меньше апертуры объектива: $D_{\phi} \ll D_{об}$.

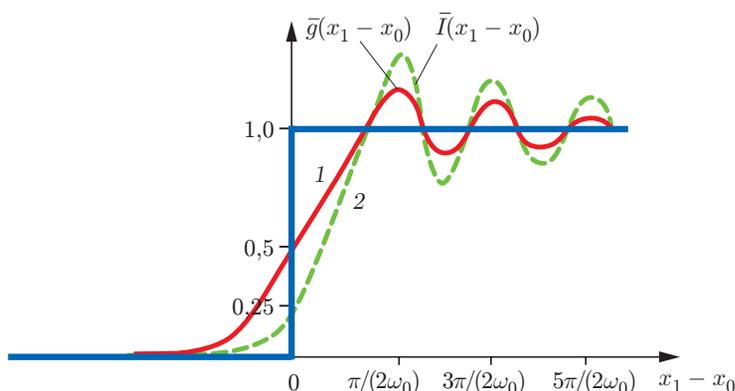


Рис. 5. Нормированные амплитуда поля $\bar{g}(x_1 - x_0)$ (кривая 1) и интенсивность $\bar{I}(x_1 - x_0) = |\bar{g}(x_1 - x_0)|^2$ (кривая 2) в изображении полуплоскости, формируемом дифракционно-ограниченной пространственно-инвариантной системой

Вычисление поля в граничной точке изображения полуплоскости. Вычислим поле в точке $x_1 = x_0$, соответствующей геометрической границе объекта (края) в его изображении. С учётом этого выражение (3) после замены переменных можно записать как

$$\bar{g}(x_1 = x_0) = e^{jkx_0^2/2d} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(x) e^{jk(x+x_0)^2/2d} \frac{\sin(\omega_0 x)}{\pi x} dx.$$

Преобразуем его к виду, более удобному для вычислений в классе френелевских функций:

$$\begin{aligned} \bar{g}(x_0) &= e^{jkx_0^2/d} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(x) e^{jkx^2/2d} \cdot e^{jkxx_0/d} \frac{\sin(\omega_0 x)}{\pi x} dx = \\ &= \frac{e^{jkx_0^2/d}}{j\lambda d} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(x) e^{jkx^2/2d} \cdot e^{jkxx_0/d} \cdot e^{jk\xi x/d} \cdot \text{rect}\left(\frac{\xi}{D_{\text{об}}}\right) dx d\xi. \end{aligned} \quad (3a)$$

Произведём интегрирование по переменной x . После несложных вычислений для поля $\bar{g}(x_0)$ можно получить выражение

$$\begin{aligned} \bar{g}(x_0) &= \frac{e^{jkx_0^2/d}}{\sqrt{j\lambda d}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{Y}_d(-x_0 - \xi) e^{-jk(\xi - x_0)^2/2d} \cdot \text{rect}\left(\frac{\xi}{D_{\text{об}}}\right) d\xi = \\ &= \frac{1}{\sqrt{j\lambda d}} e^{jkx_0^2/d} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{Y}_d(t) e^{-jkt^2/2d} \cdot \text{rect}\left(\frac{t + x_0}{D_{\text{об}}}\right) dt. \end{aligned} \quad (5)$$

При вычислении (5) воспользуемся предложенной в [5, 6] аппроксимацией френелевской функции элементарными функциями:

$$\tilde{Y}_d(t) = Y(t) - \frac{\dot{p}}{2} \frac{e^{jkt^2/2d}}{|t| + \dot{p}} \text{sign}(t), \quad (6)$$

где параметр $\dot{p} = \sqrt{\lambda d} e^{j\pi/4} / \beta$, причём коэффициент $\beta \rightarrow \pi$ при $t \gg \sqrt{\lambda d}$ и $\beta \rightarrow 2$ при $t \ll \sqrt{\lambda d}$; $\text{sign}(t) = 2Y(t) - 1$ — знаковая функция.

Эта аппроксимация эффективно применялась при расчёте дифракционных явлений на трёхмерных объектах конструктивным методом с использованием эквивалентных диафрагм. С физической точки зрения поле $\tilde{Y}_d(t)$, описывающее дифракцию Френеля на полуплоскости, можно рассматривать как результат наложения прямой (недифрагированной) волны $Y(t)$ и дифрагированной (рассеянной) волны на границе объекта (в точке $t = 0$). Дифрагированная волна соответствует полю от точечного источника с затухающей диаграммой излучения (вместо обычной цилиндрической волны с равномерной по углу диаграммой излучения). Если пренебречь в (5) несущественным фазовым множителем $e^{jkx_0^2/2d}$, то выражение (5) с учётом (6) примет вид

$$\bar{g}(x_0) = \frac{1}{\sqrt{j\lambda d}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(t) e^{-jkt^2/2d} \cdot \text{rect}\left(\frac{t + x_0}{D_{\text{об}}}\right) dt -$$

$$-\frac{1}{\sqrt{j\lambda d}} \frac{\dot{p}}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{|t|+p} \text{sign}(t) \cdot \text{rect}\left(\frac{t+x_0}{D_{o6}}\right) dt = \bar{g}_1(x_0) + \bar{g}_2(x_0). \quad (7)$$

При вычислении первого члена $\bar{g}_1(x_0)$ учтём, что при $|x_0| \leq 0,5D_{o6}$ функция $Y(t)\text{rect}\left(\frac{t+x_0}{D_{o6}}\right) = Y(t)[Y(t+x_0+0,5D_{o6}) - Y(t+x_0-0,5D_{o6})] = Y(t) - Y(t+x_0-0,5D_{o6})$.

Для $\bar{g}_1(x_0)$ при $|x_0| \leq 0,5D_{o6}$ получим

$$\begin{aligned} \bar{g}_1(x_0) &= \frac{1}{\sqrt{j\lambda d}} \int_{-\infty}^{+\infty} [Y(t) - Y(t+x_0-0,5D_{o6})] e^{-jkt^2/2d} dx = \\ &= j[0,5 - Y^*(0,5D_{o6} - x_0)] = 0,5j \left[1 - \dot{p}^* \frac{e^{-jk(0,5D_{o6} - x_0)^2/2d}}{|0,5D_{o6} - x_0| + \dot{p}^*} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Вычисляя второй член $\bar{g}_2(x_0)$ при $|x_0| \leq 0,5D_{o6}$, выполним раздельное интегрирование для положительных и отрицательных t . В результате для поля $\bar{g}_2(x_0)$ можно получить следующую формулу:

$$\begin{aligned} \bar{g}_2(x_0) &= \frac{\dot{p}}{2\sqrt{j\lambda d}} \int_{-0,5D_{o6}-x_0}^0 \frac{dt}{-t+p} - \frac{\dot{p}}{2\sqrt{j\lambda d}} \int_0^{0,5D_{o6}-x_0} \frac{dt}{t+p} = \\ &= \frac{1}{2\beta} \ln \left| \frac{0,5D_{o6} + x_0 + \dot{p}}{p} \right| - \frac{1}{2\beta} \ln \left| \frac{0,5D_{o6} - x_0 + \dot{p}}{p} \right| = \frac{1}{2\beta} \ln \left| \frac{0,5D_{o6} + x_0 + \dot{p}}{0,5D_{o6} - x_0 + \dot{p}} \right|. \end{aligned} \quad (9)$$

Суммарное поле $\bar{g}(x_0)$ в диапазоне $|x_0| \leq 0,5D_{o6}$ имеет вид

$$\bar{g}(x_0) = 0,5j \left[1 - \frac{\sqrt{\lambda d} e^{-j\pi/4}}{\beta} \frac{e^{-jk(0,5D_{o6}-x_0)^2/2d}}{|0,5D_{o6}-x_0| + \dot{p}^*} \right] + \frac{1}{2\beta} \ln \left| \frac{0,5D_{o6} + x_0 + \dot{p}}{0,5D_{o6} - x_0 + \dot{p}} \right|. \quad (10)$$

При нахождении поля $\bar{g}(x_0)$ для $x_0 > 0,5D_{o6}$ учтём, что составляющая $\bar{g}_1(x_0)$ в этом случае равна нулю (7). Из выражения (9) следует

$$\bar{g}(x_0) = \bar{g}_2(x_0) = -\frac{1}{2\beta} \int_{-0,5D_{o6}-x_0}^{0,5D_{o6}-x_0} \frac{dt}{-t+p} = \frac{1}{2\beta} \ln \left| \frac{x_0 - 0,5D_{o6} + \dot{p}}{x_0 + 0,5D_{o6} + \dot{p}} \right|. \quad (11)$$

И наконец, в случае $x_0 \leq -0,5D_{o6}$ для составляющих $\bar{g}_1(x_0)$ и $\bar{g}_2(x_0)$ поля $\bar{g}(x_0)$ после несложных вычислений имеем

$$\bar{g}_1(x_0) = j[\bar{Y}^*(|x_0| - 0,5D_{o6}) - \bar{Y}^*(|x_0| + 0,5D_{o6})], \quad (12)$$

$$\bar{g}_2(x_0) = \frac{1}{2\beta} \ln \left| \frac{|x_0| - 0,5D_{o6} + \dot{p}}{|x_0| + 0,5D_{o6} + \dot{p}} \right|. \quad (13)$$

Согласно (12) и (13) суммарное поле

$$\bar{g}(x_0) = j[\bar{Y}^*(|x_0| - 0,5D_{o6}) - \bar{Y}^*(|x_0| + 0,5D_{o6})] + \frac{1}{2\beta} \ln \left| \frac{|x_0| - 0,5D_{o6} + \dot{p}}{|x_0| + 0,5D_{o6} + \dot{p}} \right|. \quad (14)$$

Оценка уровня интенсивности в изображении полуплоскости в месте расположения её границы. Так как с измерительной точки зрения интерес представляет поведение изображения края $\bar{g}(x_0)$ при смещении в пределах поля $|x_0| \leq 0,5D_{об}$, исследуем его более детально в точке, соответствующей положению границы полуплоскости в её изображении.

Сначала рассмотрим ситуацию, когда граница полуплоскости совпадает с оптической осью, т. е. при $x_0 = 0$. В этом случае из выражения (10) получаем

$$\bar{g}(0) = 0,5j \left[1 - \frac{\sqrt{\lambda d} e^{-j\pi/4}}{\beta} \frac{e^{-jkD_{об}^2/8d}}{0,5D_{об} + p^*} \right]. \quad (15)$$

Учитывая, что $D_{об} \gg |p| = \sqrt{\lambda d}/\beta$, а $\beta \rightarrow \pi$, для нормированных амплитуды поля и интенсивности имеем

$$\bar{g}(0) = j \left[0,5 - \frac{e^{-jkD_{об}^2/8d} \cdot e^{-j\pi/4}}{\pi N} \right], \quad (16)$$

$$\bar{I}(0) = 0,25 - \frac{\cos(kD_{об}^2/8d + \pi/4)}{\pi N} + \frac{1}{\pi^2 N^2}, \quad (17)$$

где $N = D_{об}/\sqrt{\lambda d}$ — фундаментальный параметр, характеризующий дифракцию Френеля на апертуре объектива.

Пренебрегая последним членом и учитывая колебательный характер функции $\cos(kD_{об}^2/8d + \pi/4)$, для максимальных и минимальных значений нормированной интенсивности $\bar{I}(0)$ можно получить выражение

$$\bar{I}(0) = 0,25 \pm 1/(\pi N) = I_{пор} \pm \delta_0, \quad (18)$$

где $\delta_0 = 1/(\pi N)$ — постоянная добавка к стандартному порогу $I_{пор} = 0,25$ (рис. 6). Выражение (18) описывает отклонение интенсивности света от стандартного в точке $x_1 = 0$ вследствие влияния апертуры линзы.

Оценим значение добавки δ_0 . Например, при $N = 250$ ($D_{об} = 50$ мм, $d = 100$ мм, $\lambda = 0,5$ мкм) она равна $1,3 \cdot 10^{-3}$, что составляет $\pm 0,53$ % от $I_{пор}$. На первый взгляд изменение $\bar{I}(0)$ мало, однако по мере смещения полуплоскости в пределах рабочего поля оно может стать заметным.

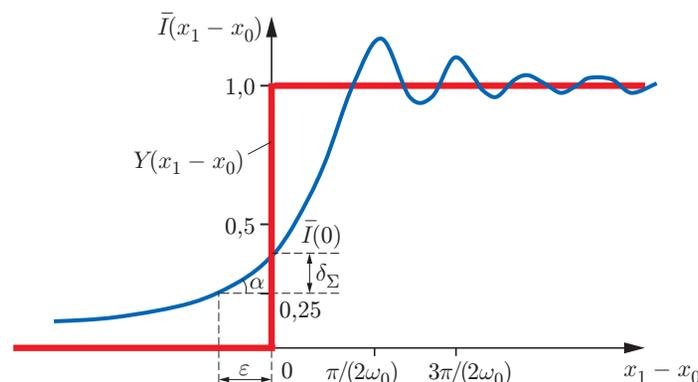


Рис. 6. Профиль нормированной интенсивности в изображении полуплоскости, смещённой в пределах рабочего поля (с границей в точке $x_1 = x_0$), с учётом влияния пространственной неинвариантности системы

Рассмотрим более общий случай, когда полуплоскость смещена относительно оптической оси на величину $x_0 \ll D_{об}$. Тогда выражение (10) для $\bar{g}(x_0)$ с учётом $N \gg 1$ заметно упрощается:

$$\bar{g}(x_0) = j \left[0,5 - \frac{e^{-jkD_{об}^2/8d} \cdot e^{-j\pi/4}}{\pi N} \right] + \frac{2x_0}{\pi D_{об}}. \quad (19)$$

Если предположить, что параметр смещения полуплоскости $x_0 \gg \sqrt{\lambda d}$, то можно показать, что выражение для нормированной интенсивности примет следующий вид:

$$\bar{I}(\bar{x}_0) = 0,25 + \delta_{\Sigma}(\bar{x}_0), \quad (20)$$

где $\delta_{\Sigma}(\bar{x}_0) = \delta_0 + \delta(\bar{x}_0)$, причём $\delta(\bar{x}_0) = \bar{x}_0^2/\pi^2$, а $\bar{x}_0 = x_0/0,5D_{об}$ — относительное смещение границы полуплоскости. Можно видеть, что при $1/N \ll \bar{x}_0 \ll 1$ переменная добавка к порогу $\delta_{\Sigma}(\bar{x}_0)$ носит квадратичный характер и, например, при $\bar{x} = 0,2$ ($x_0 = 0,1D_{об}$) она равна $4 \cdot 10^{-3}$, что составляет 1,6 % от $I_{пор} = 0,25$. Если же смещение края x_0 выбрать $0,25D_{об}$, то из строгого выражения (10) следует $\delta(\bar{x}_0 = 0,5) = 1/4\pi^2 \sim 0,025$, что составляет уже 10 % от стандартного порога, а при $x_0 = 0,4D_{об}$ значение $\delta(\bar{x}_0)$ увеличивается уже до 50 %.

Таким образом, при смещении положения края объекта x_0 в пределах поля $D_{об}$, равного размеру апертуры линзы, интенсивность света в точке, соответствующей положению границы полуплоскости в её изображении, формируемом проекционной системой 2F–2F, оказывается различной в зависимости от положения границы x_0 полуплоскости, причём эта зависимость заметно нарастает при приближении x_0 к граничным точкам входного поля: $\pm 0,5D_{об}$.

Очевидно, что в данном случае использование стандартного порога $I_{пор} = 0,25$ при прецизионном определении положения границы объекта пороговым способом может приводить к заметным погрешностям измерений $\varepsilon(\bar{x}_0)$ (см. рис. 6). Уровень погрешности определяется как величиной добавки $\delta_{\Sigma}(\bar{x}_0)$, так и углом наклона ($\text{tg } \alpha$) функции $\bar{I}(x_1)$ в точке $x_1 = x_0$, т. е. производной функции $\bar{I}'(x_0)$. Выберем в качестве её оценки значение производной для пространственно-инвариантной системы с апертурой $2\theta_0$, а именно $\text{tg } \alpha = \omega_0/\pi = 2\theta_0/\lambda$ [2]. В результате для погрешности $\varepsilon(\bar{x}_0)$ можно получить следующую формулу:

$$\varepsilon(\bar{x}_0) = \frac{\delta_{\Sigma}(\bar{x}_0)}{\text{tg } \alpha} = \frac{\pi \delta_{\Sigma}(\bar{x}_0)}{\omega_0} = \delta_{\Sigma}(\bar{x}_0) \frac{\lambda}{2\theta_0}. \quad (21)$$

Если, например, выбрать смещение полуплоскости $x_0 = 0,4D_{об}$, то при $2\theta_0 = 0,02$ и $\lambda = 0,5$ мкм величина погрешности $\varepsilon(\bar{x}_0)$ составит более 3 мкм. Эта погрешность является систематической, её учёт позволяет повысить точность измерения положения границы объекта при смещении относительно центра оптической оси системы 2F–2F. Отметим, что альтернативный путь повышения точности размерных измерений заключается во введении в стандартный порог корректирующей добавки согласно формуле (10).

Заключение. В данной работе представлены результаты исследований особенностей формирования изображения полуплоскости в стандартной когерентно-оптической системе 2F–2F телецентрического типа с учётом влияния её апертуры. Такая система, как известно, относится к классу пространственно-неинвариантных: её импульсный отклик зависит от положения точки объекта на входе. В конечном счёте это приводит к смещению границы объекта при определении её положения путём обработки изображения полуплоскости пороговым способом, причём это смещение обусловлено положением объекта в рабочем поле системы.

Впервые в аналитическом виде на основе аппроксимации френелевских функций элементарными определено поведение интенсивности света в точке, соответствующей границе полуплоскости в её изображении, в зависимости от положения этой границы в рабочем поле системы. Установлено, что даже в случае осевого размещения полуплоскости (на оптической оси) интенсивность света в её изображении в месте расположения границы может на несколько процентов отличаться от стандартной величины 0,25. Показано, что при приближении полуплоскости к границе поля зрения системы, определяемой диаметром апертуры объектива, происходит значительное отклонение интенсивности света в сравнении с осевым расположением полуплоскости, что может приводить к заметным погрешностям измерения при контроле геометрических параметров объектов проекционным методом в проходящем свете.

Полученные в данной работе результаты носят фундаментальный характер в части исследования особенностей формирования изображений объектов в проекционной когерентно-оптической системе $2F-2F$. Они могут быть использованы при создании проекционных оптико-электронных систем для прецизионного контроля геометрических объектов с чёткой теневой проекцией.

В настоящее время исследования направлены на расчёт полей в оптической проекционной системе $2F-2F$ с учётом влияния фильтров пространственных частот при различных соотношениях их размеров и апертуры объектива.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Заказнов Н. П., Кирюшин С. И., Кузичев В. И.** Теория оптических систем. С.-Пб.: Лань, 2008. 447 с.
2. **Гудмен Дж.** Введение в фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 366 с.
3. **Herman S.** Quasigeometric approach to the Fourier analysis of imaging lenses // JOSA. 1971. **61**, Is. 10. P. 1428–1429.
4. **Arsenault H. H., Brousseau N.** Space variance in quasi-linear coherent optical processors // JOSA. 1973. **63**, Is. 5. P. 555–558.
5. **Chugui Yu. V., Krivenkov B. E.** Fraunhofer diffraction by volumetric bodies of constant thickness // JOSA. 1989. **6**, Is. 5. P. 617–626.
6. **Чугуй Ю. В.** Определение геометрических параметров протяженных объектов постоянной толщины по их дифракционным картинам // Автометрия. 1991. № 6. С. 76–92.
7. **Чугуй Ю. В., Яковенко Н. А., Ялуплин М. Д.** Повышение точности френелевского метода измерения размеров при использовании частично когерентного освещения // Автометрия. 2005. **41**, № 6. С. 13–22.
8. **Сороко Л. М.** Основы голографии и когерентной оптики. М.: Наука, 1971. 616 с.
9. **Папулис А.** Теория систем и преобразований в оптике. М.: Мир, 1971. 495 с.

Поступила в редакцию 15 апреля 2016 г.