УДК 535.3 : 536.42

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ГИЛЬБЕРТ-ВИЗУАЛИЗИРОВАННЫХ ФАЗОВЫХ СТРУКТУР ПУТЁМ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ВРЕМЕННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ*

Ю. Н. Дубнищев^{1,2,3}, В. В. Сотников^{1,2,3}, В. А. Арбузов^{1,2,3}, Э. В. Арбузов^{2,4}, А. А. Шибаев^{1,3}

¹ Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090, г. Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 1 ² Конструкторско-технологический институт научного приборостроения СО РАН, 630058, г. Новосибирск, ул. Русская, 41 ³ Новосибирский государственный технический университет, 630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20 ⁴ Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, 630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 4 *E-mail: dubnistchev@itp.nsc.ru*

Обсуждается метод измерения скорости движения фазовых структур путём эмулирования двумерной пространственной фильтрации их изображений, сформированных на фотоматрице цифровой камеры. В качестве примера рассматриваются визуализированные поля фазовой оптической плотности в конвективных течениях, индуцированных в сильновязкой жидкости. Такие течения имитируют поведение мантии Земли на больших глубинах.

Ключевые слова: измерение поля скорости, эмуляция динамической пространственной фильтрации изображений, гильберт-визуализация фазовых структур, термогравитационная конвекция.

DOI: 10.15372/AUT20160611

Введение. Оптические методы измерения полей скоростей газовых и конденсированных сред, а также поверхностей востребованы в различных областях науки и техники, связанных с необходимостью применения невозмущающего контроля. Традиционные направления оптической диагностики основаны на лазерных доплеровских технологиях [1–3] или анализе треков изображений частиц, полученных при двойной экспозиции (PIV — Particle Image Velocimetry) [4, 5]. В лазерных доплеровских технологиях измерения полей скоростей (DGV — Doppler Global Velocimetry) используется дискриминация доплеровского сдвига частоты в рассеянном свете. Дискриминация частотного сдвига выполняется с применением молекулярных фильтров или оптических устройств с частотно-зависимой передаточной функцией. Одной из проблем в DGV является влияние многочастичного рассеяния на результат измерений, которое исключается дифференциальным методом, предложенным в [6–8]. В PIV-технологиях возможность измерений жёстко ограничивается допустимыми пределами пространственной дискретизации (концентрации трассерами) и временной дискретизации, задаваемой двойной экспозицией. Широкое распространение получил метод измерения скорости, основанный на пространственной фильтрации изображений рассеивающих частиц в потоках жидкости или газа (SFV — Space Filtering Velocimetry) [9]. В

^{*}Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 14-08-00818) и Министерства образования и науки РФ (проект № 201-218-03-004).

этом методе периодический пространственный фильтр помещается в плоскость изображения частицы. Изображение движущейся частицы в фильтрованном свете переносится на фотоприёмник. Частота модуляции фотоэлектрического тока определяется отношением скорости движения изображения частицы к пространственному периоду фильтра. По этой частоте с учётом коэффициента передачи оптической системы вычисляется скорость. Достоинство SFV-систем — простота реализации при измерении локальных скоростей. В последнее время появились исследования [10–12], указывающие на возможность измерения плоского поля скоростей путём эмуляции динамического пространственного фильтра в процессе обработки оцифрованного видеопотока с фотоматрицы (ESFV — Emulation Space Filtering Velocimetry). Данный метод перспективен для нахождения скорости движения сред по изображениям частиц в сечениях, выделенных световой (лазерной) плоскостью. При считывании изображений трассеров на программном уровне в видеопотоке формируется дискретизирующая последовательность с известным пространственным периодом и фазовой скоростью, которая эмулирует динамический пространственный фильтр. Фильтр трансформирует скорость пространственного перемещения изображения частицы вдоль координатной оси, заданной дискретизирующей последовательностью, в частоту. Измеряя эту частоту и учитывая коэффициент линейного увеличения оптической системы, формирующей изображение, получают величину скорости движения частицы в направлении строки фотоматрицы. В [11] для определения частоты использовалось вейвлет-преобразование сигнала, сформированного при фильтрации изображения движущейся одиночной частицы. Частота, однозначно связанная периодом пространственного фильтра со скоростью движения, находилась по вейвлет-спектру в выбранном пространственно-временном окне. Авторы применили динамическую пространственную фильтрацию к измерению скорости движения пузырей жидкости [12]. Получение вейвлет-спектров связано с необходимостью априорной информации об исследуемом процессе для адекватного выбора базисной функции.

Мотивацией предлагаемой работы является обоснование возможности ESFV-измерения поля скоростей в ситуации, когда изображение исследуемой среды, сформированное на фотоматрице в когерентном или некогерентном свете, не содержит явно выраженных контрастных образов одиночных частиц (неоднородностей), а для нахождения частоты используется быстрое преобразование Фурье (БПФ) в заданном окне. Такая возможность определяет развитие метода ESFV и расширение сферы его приложений.

Описание метода. Теоретические и экспериментальные результаты. Эмуляция пространственного 2D-фильтра выполняется при обработке цифрового видеопотока, несущего информацию о поле скорости в сечении или на поверхности движущейся среды. Изображение оптических неоднородностей (частиц) рассматривается как пространственный сигнал в системе отсчёта, заданной пиксельной структурой фотоматрицы. Строки и столбцы матрицы образованы ортогонально ориентированными последовательностями пикселов, которым можно сопоставить оси x и y декартовой координатной системы отсчёта. Периодическая структура динамического двумерного пространственного фильтра реализуется в процессе обработки видеопотока с известным межкадровым интервалом.

Дискретизирующая последовательность, эмулирующая одномерный динамический пространственный фильтр при обработке строки по оси x, может быть представлена выражением

$$\eta(x) = \sum_{m=1}^{M} \{\delta(x - V_{0x}t - m\Delta_x) - \delta[x - V_{0x}t - (m+1)\Delta_x]\},\tag{1}$$

где Δ_x — пространственный полупериод дискретизирующей последовательности, заданный определённым числом пикселов; V_{0x} — фазовая скорость по оси x эмулированного пространственного фильтра с периодом $2\Delta_x$; $V_{0x} = \Delta_x/\tau$ (τ — межкадровый интервал); $\delta(x - V_{0x}t - m\Delta_x) - \delta$ -функция Дирака; t — время; m — порядковый номер пространственного полупериода. Суммирование идёт по числу полупериодов в дискретизирующей последовательности, которая эмулирует динамический пространственный фильтр.

Пусть одномерное сечение пространственного сигнала, изображение которого сформировано в свете с длиной волны λ и движется со скоростью V_x , описывается функцией $s(x - V_x t)$. Тогда для дискретизированного пространственно-временного сигнала будем иметь

$$s_D = s(x - V_x t)\eta(x). \tag{2}$$

Разложим дискретизирующую последовательность $\eta(x)$ в ряд Фурье:

$$\eta(x) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} C_n e^{i(n\pi x/\Delta_x)},$$
(3)

где

. .

$$C_n = \frac{1}{2\Delta_x} \sum_{m=1}^{M} \int_{-\Delta_x}^{\Delta_x} \{\delta[x - V_{0x}t - m\Delta_x] - \delta[x - V_{0x}t - (m+1)\Delta_x]\} e^{-(in\pi x/\Delta_x)} dx.$$
(4)

С учётом фильтрующих свойств δ -функции выражение (4) принимает вид

$$C_n = \frac{1}{2\Delta_x} e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} \sum_{m=1}^M (e^{-imn\pi} - e^{-in(m+1)\pi}) = \frac{1}{2\Delta_x} e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) \times e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) = \frac{1}{2\Delta_x} e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) \times e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) = \frac{1}{2\Delta_x} e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) \times e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) = \frac{1}{2\Delta_x} e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) \times e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) = \frac{1}{2\Delta_x} e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) \times e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) = \frac{1}{2\Delta_x} e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) \times e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) = \frac{1}{2\Delta_x} e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) \times e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) = \frac{1}{2\Delta_x} e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) \times e^{-in\pi}$$

$$\times \sum_{m=1}^{M} e^{-imn\pi} = \frac{1}{2\Delta_x} e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)} (1 - e^{-in\pi}) e^{-in\pi} = \frac{1}{2\Delta_x} [(-1)^n - 1] e^{-in\pi(V_{0x}t/\Delta_x)}.$$
 (5)

Подставляя (5) в (3), получаем уравнение

$$\eta(x) = \frac{1}{2\Delta_x} \sum_{n = -\infty}^{\infty} [(-1)^n - 1] e^{(in\pi/\Delta_x)(x - V_{0x}t)}.$$
(6)

Выражение (2) для дискретизированного сигнала с учётом (6) принимает вид

$$s_D(x) = s(x - V_x t) \frac{1}{2\Delta_x} \sum_{n = -\infty}^{\infty} [(-1)^n - 1] e^{(in\pi/\Delta_x)(x - V_{0x}t)}.$$
(7)

Пренебрегая в (7) высшими гармониками (|n| > 1), запишем

$$s_D(x) = (2/\Delta_x)s[x - V_x t]\cos[K_{0x}(x - V_{0x}t)],$$
(8)

где $K_{0x} = 2\pi/\Lambda_X$ — пространственная частота ($\Lambda_X = 2\Delta_x$ — пространственный период дискретизирующей последовательности по оси x). Делая в (8) замену переменной $X = x - V_x t$, будем иметь

$$s_D(X,t) = (2/\Delta_x)s(X)\cos\{(\omega_x - \omega_{0x})t + K_{0x}X\},$$
(9)

где $\omega_x = K_{0x}V_x; \, \omega_{0x} = K_{0x}V_{0x}.$ Отсюда

$$V_x = (\omega_x - \omega_{0x})/K_{0x}.$$
(10)

Выполняя считывание столбца по оси *у* аналогично описанной выше процедуре, получаем для дискретизированного сигнала с точностью до знака

$$s_D(y,t) = (2/\Delta_y)s(Y)\cos[(\omega_y - \omega_{0y})t + K_{0y}Y],$$
(11)

где $\omega_y = K_{0y}V_y$; $\omega_{0y} = K_{0y}V_{0y}$, $K_{0y} = 2\pi/\Lambda_Y$, $\Lambda_Y = 2\Delta_y$, $V_{0y} = \Delta_y/\tau$. Для *y*-проекции скорости движения изображения частицы находим

$$V_y = (\omega_y - \omega_{0y})/K_{0y}.$$
(12)

Частоты ω_{0x} и ω_{0y} возникают при динамической фильтрации изображений неподвижных частиц и фона. Выражения (9) и (11) описывают эмуляцию динамической пространственной фильтрации изображения в плоскости (x, y). Частоты ω_x , ω_{0x} , ω_y и ω_{0y} определяются, например, дискретным преобразованием Фурье. Переход от частот ω_x , ω_{0x} , ω_y и ω_{0y} к скоростям V_x и V_y на выбранных пространственных масштабах осуществляется по формулам (10) и (12). Компоненты скорости движения частицы находятся как V_x/Γ и V_y/Γ , где Γ коэффициент увеличения оптической системы, формирующей изображение.

Выполняя оконное фурье-преобразование сигнала (9), получаем

$$s_D(\omega, t) = \frac{2}{\Delta_x} \tau_x s(x) \cos\left[(\omega_x - \omega_{0x} - \omega)\frac{\tau_x}{2} + K_{0x}x\right] \frac{\sin[(\omega_x - \omega_{0x} - \omega)\tau_x/2]}{(\omega_x - \omega_{0x} - \omega)\tau_x/2},$$

где $\tau_x = l_x/v_{0x} = N\Lambda_x/v_{0x}$ — ширина окна, N – целое число. Отсюда определяется полуширина спектра фильтрованного сигнала:

$$(\omega_x - \omega_{0x} - \omega)\tau_x/2 = \pi$$
 или $\Delta \omega = 2\pi/\tau_x = v_{0x}/N\Lambda_x.$ (13)

Ширина спектра сигнала зависит от выбора фазовой скорости эмулированного фильтра и его пространственного периода (13).

В качестве примера рассмотрим измерение скорости плавучих струй (плюмов), индуцированных в сильновязкой жидкости (силиконовое масло) внезапно включённым источником тепла. Такие течения имитируют поведение мантии Земли на больших глубинах и представляют интерес для решения различных проблем в геодинамике. Схема экспериментального стенда (рис. 1) [13] содержит осветительный модуль, состоящий из источников света 1 и 1′, линз 2 и 2′, светоделительного кубика 3, линзы 4 и щелевой диафрагмы 5. Щелевая диафрагма расположена в фокальной плоскости объектива 6, формирующего зондирующее поле в исследуемой среде 7, которая представляет собой слой сильновязкой полиэтилсилоксановой жидкости (ПЭС-5), помещённой в прямоугольную полость 8 с прозрачными стенками оптического качества. В центральном по длине полости сечении находится константановая проволока 9, ориентированная параллельно оси оптической системы и дну. Управляемый нагрев проволоки осуществляется постоянным током от стабилизированного источника питания 10. Температура в заданных точках исследуемой среды контролируется термопарами 11. Зондирующее поле, сформированное фурье-объективом от щелевого источника, проходит через исследуемую среду, в которой тепловым источником 9 индуцируется термогравитационное конвективное течение в виде плавучих струй (плюмов). Объектив 12 образует в частотной плоскости $K_x K_y$ 13 фурье-спектр $s(K_x, K_y)$ фазовых возмущений зондирующего поля, вызванных исследуемой средой. Квадрантный фазовый фильтр 14, помещённый в фурье-плоскость, осуществляет одномерное оптическое преобразование Гильберта на длине волны $\lambda_0 = 0.63$ мкм и преобразование Фуко — Гильберта на длинах волн $\lambda \neq \lambda_0$ в полосе излучения источника. Объектив 15 выполняет обратное



Puc. 1. Упрощённая схема экспериментального стенда

фурье-преобразование фильтрованного светового поля, визуализируя фазовые возмущения в исследуемой среде, индуцированные тепловым источником. Они регистрируются цифровой видеокамерой "Canon 650" 16, которая вместе с модулем термопар 11 подключена к компьютеру 17, обрабатывающему результаты.

Оптический комплекс был реализован на базе теневого прибора ИАБ-463М [14] с модифицированным осветительным модулем, узлом фильтрации оптического сигнала и регистрации изображения. Видеофильм иллюстрирует эволюцию плавучих струй, фазовая структура которых визуализирована методами гильберт-оптики [13]. Изображения формируются на фотоматрице в ортогональной системе отсчёта, где V_x и V_y — проекции вектора скорости движения фазовых структур по осям x и y с учётом коэффициента увеличения оптической системы.

На рис. 2 представлена упрощённая схема эмуляции динамического пространственного фильтра. Двумерный пространственный фильтр образуется из периодических последовательностей пиксельных групп по осям x и y, показанных на рисунке в виде заштрихованных и незаштрихованных квадратов. Эти группы образуют матричную структуру из строк и столбцов, задающих систему отсчёта x и y. Пространственная фильтрация выполняется регистрами дифференциального считывания сигнала из периодических пиксельных групп по осям x и y. На рисунке эта функция отображена введением дифференциальных усилителей, формирующих сигналы с последовательностей пиксельных групп по строкам и столбцам матричной структуры. Дифференциальное считывание сигналов с чётных и нечётных пиксельных групп, образующих динамический пространственный фильтр, реализуется программными средствами. Фильтрованные сигналы подвергаются обработке с применением БПФ в заданных пространственно-временных окнах. Изображение плюма разбивается на систему пространственных квадратных окон, стороны которых ориентированы по строкам и столбцам пиксельной структуры, из которой эмулируется двумерный пространственный фильтр с заданной фазовой скоростью по осям x и y. Полученные БПФ



Рис. 2. Формирование динамического пространственного фильтра

спектры дают информацию об ортогональных компонентах вектора скорости, осреднённых по выбранному окну. Совокупность результатов, соотнесённых с окнами, описывает поле скоростей. Выбор размеров окон, частоты дискретизации и фазовой скорости эмулированного фильтра определяется пространственным разрешением при исследовании поля скорости.

На рис. З, а представлена выборка трёх фреймов видеофильма с шагом 256 кадров, иллюстрирующих эволюцию плавучих струй, фазовая структура которых визуализирована методами гильберт-оптики. На изображения плюма (см. рис. 3, a) нанесена сетка, квадратные ячейки которой отображают окна, где выполняется двумерное БПФ-преобразование сигнала, и выделено для примера два окна, к которым относятся результаты измерения 2
D-вектора скорости: $V_x = V\cos\alpha, \, V_y = V\sin\alpha.$ Координаты ячеек обозначены как элементы матрицы β_{il} , где j — номер строки, l — номер столбца. Спектрограммы сигналов, полученных в результате динамической пространственной фильтрации по осям x и y в выбранных окнах (β_{36}) и (β_{37}), приведены на рис. 3, b, c. Эти спектрограммы состоят из фонового спектрального пика 6,25 Гц, соответствующего нулевой скорости, и сигнальных спектральных пиков, определяемых проекциями скорости движения плюма по осям x (нижняя спектрограмма) и y (верхняя спектрограмма). Частоты сигнальных спектральных пиков на верхних спектрограммах равны 7,22 Гц. Нижние спектрограммы относятся к x-проекции скоростей движения плюма, осреднённых по квадратам β_{36} и β_{37} . Сигнальные спектральные пики расположены по разные стороны от фонового спектрального пика. Как видно из спектрограмм, х-проекции скорости изображения плюма в этих квадратах противоположно направлены и в частотах, соответствующих максимумам сигнальных скоростных пиков, оцениваются значениями 6,64 и 5,86 Гц. Измеряемые скорости пропорциональны разностям частот сигнальных и фонового спектральных пиков. Переход к натуральным единицам измерения скорости осуществляется умножением этих частотных значений на периоды эмулированных пространственных фильтров по осям x и y. Пример реализации сигналов, которые относятся к окну β_{36} , показан на рис. 3, d. Верхний сигнал соответствует движению в направлении оси у, нижний — в направлении оси х.



Puc. 3. Измерение скоростей фазовых структур конвективного течения методом ESFV: *a* — выборка кадров из цифрового видеофильма, отображающего движение фазовых структур, визуализированных в конвективном течении методами гильберт-оптики; *b* и *c* — спектрограммы сигналов; *d* — сигналы, соответствующие спектрограммам *b*



Puc. 4. Скорости движения в структурах плюма β_{36} и β_{37}

На рис. 4 приведены векторы скоростей движения фрагментов изображения плюма в квадратах β_{36} ($V_x = (5,86-6,25) \cdot 8 = -3,12$ пиксел/с, $V_y = (7,22-6,25) \cdot 8 = 7,76$ пиксел/с) и β_{37} ($V_x = (6,64-6,25) \cdot 8 = 3,12$ пиксел/с, $V_y = (7,22-6,25) \cdot 8 = 7,76$ пиксел/с). Переход к значениям скорости в лабораторной системе отсчёта выполняется с учётом коэффициента увеличения оптической системы, формирующей изображение плюма на фотоматрице.

При диагностике газовых и конденсированных сред описанным методом поле скоростей может диагностироваться в сечениях, выделенных лазерной (световой) плоскостью. Выбор окон в световой плоскости осуществляется программными средствами.

Заключение. Лазерная диагностика полей скоростей методом эмулирования динамической двумерной пространственной фильтрации изображений движущихся в световой плоскости частиц и оптических неоднородностей выполняется при программной обработке оцифрованного видеопотока в системе отсчётов, заданной строками и столбцами пиксельной структуры фотоматрицы. Теоретически и экспериментально обоснованы возможности измерения 2D-поля скорости методом эмулирования пространственной фильтрации последовательных во времени изображений оптических неоднородностей в исследуемой среде в ситуации, когда проекция световой плоскости на фотоматрице не содержит явно выраженных контрастных изображений одиночных частии, а для определения частоты, однозначно связанной со скоростью движения, применяется БПФ. В качестве объекта в эксперименте были выбраны визуализированные методами гильберт-оптики фазовые структуры в конвективном течении, индуцированном внезапно включённым тепловым источником в сильновязкой жидкости. Такие течения имитируют конвективные процессы в мантии Земли на больших глубинах. Использование БПФ при измерении плоского поля скоростей путём эмуляции динамического пространственного фильтра в процессе обработки видеопотока может применяться при анализе динамики движения произвольных изображений оптических неоднородностей. Если объектом исследования является сечение потока газа или жидкости, такими оптическими неоднородностями могут быть частицы, естественно присутствующие или искусственно внесённые в среду и выполняющие роль трассеров, отслеживающих движение среды. Область применения ESFV — экспериментальная гидрои газодинамика, а также промышленные технологии, связанные с контролем движения газовых и конденсированных сред, а также поверхностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н., Пальчикова И. Г. Визуализация поля скорости потока // Оптика и спектроскопия. 1982. **52**, № 5. С. 876–879.

- Pat. 4919536 US. System for measuring velocity field of fluid flow utilizing a laser-doppler spectral image converter /H. Komine. Publ. 24.04.1990.
- 3. Fischer A., Haufe D., Büttner L., Czarske J. Scattering effects at near-wall flow measurements using Doppler global velocimetry // Appl. Opt. 2011. 50, Is. 21. P. 4068–4082.
- 4. Raffel M., Willert C. E., Wereley S., Kompenhans J. Particle Image Velocimetry: A Practical Guide. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. 448 p.
- 5. Дулин В. М., Маркович Д. М., Токарев М. П., Чикишев Л. М. Применение современных оптических методов для диагностики пространственной структуры турбулентных пламён // Автометрия. 2012. 48, № 3. С. 22–32.
- Pat. EP1978369 B1. Method and device for laser doppler measurement of a velocity field of a fluid flow /Yu. Dubnishchev, Yu. Chuguy, J. Kompenhans et al. Publ. 03.03.2010.
- Дубнищев Ю. Н., Чугуй Ю. В., Компенханс Ю. Лазерная доплеровская визуализация поля скоростей с исключением влияния многочастичного рассеяния // Квантовая электроника. 2009. **39**, № 10. С. 962–966.
- Дубнищев Ю. Н. Лазерная доплеровская визуализация полей трехмерных векторов скоростей с использованием минимального числа ССD-камер // Квантовая электроника. 2010. 40, № 6. С. 551–555.
- 9. Aizu Y., Asakura T. Spatial Filtering Velocimetry: Fundamentals and Applications. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 212 p.
- Tyrrell B., Anderson K., Baker J. et al. Time delay integration and in-pixel spatiotemporal filtering using a nanoscale digital CMOS focal plane readout // IEEE Trans. Electron Devices. 2009. 56, Is. 11. P. 2516–2523.
- Hosokawa S., Tomiyama A. Spatial filter velocimetry based on time-series particle images // Exp. Fluids. 2012. 52, Is. 6. P. 1361–1372.
- Hosokawa S., Matsumoto T., Tomiyama A. Measurement of bubble velocity using spatial filter velocimetry // Exp. Fluids. 2013. 54, Is. 6. 1538.
- 13. Арбузов В. А., Арбузов Э. В., Бердников В. С. и др. Оптическая диагностика структуры и эволюции плавучих струй в сильновязкой жидкости // Автометрия. 2014. 50, № 5. С. 47–55.
- 14. Белозеров А. Ф. Оптические методы визуализации газовых потоков. Казань: Изд-во Казанск. гос. техн. ун-та, 2007. 747 с.

Поступила в редакцию 3 декабря 2015 г.