

УДК 532.574 : 621/391 : 519.27

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ МЕТОДОВ ЛАЗЕРНОЙ ДОПЛЕРОВСКОЙ АНЕМОМЕТРИИ В РЕЖИМЕ ОДНОЧАСТИЧНОГО РАССЕЯНИЯ

В. С. Соболев, Г. А. Кащева

*Институт автоматики и электрометрии СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1
E-mail: sobolev@iae.nsk.su*

Определена потенциальная точность методов лазерной доплеровской анемометрии для режима одночастичного рассеяния, когда единственным мешающим фактором является дробовой шум, порождаемый самим оптическим сигналом. Задача решена на основе методологии максимального правдоподобия с использованием компьютерного моделирования. Исходными параметрами для моделирования выбраны: число реальных или виртуальных интерференционных полос в измерительном объеме анемометра, частота дискретизации сигнала и ряд типичных значений отношений сигнал/дробовой шум. В качестве оцениваемых параметров взяты: доплеровская частота как основной параметр, несущий информацию о скорости процесса; амплитуда сигнала, содержащая информацию о размерах рассеивающих частиц и их концентрации; момент появления частиц в центре измерительного объема анемометра, знание которого необходимо при восстановлении реализации скорости исследуемого потока как функции времени. Полученные оценки показали очень слабое влияние дробового шума (0,004–0,04 %) на точность определения частоты во всем диапазоне задаваемых значений исходных параметров. Для амплитуды сигнала и момента появления рассеивающих частиц в центре измерительного объема вносимые дробовым шумом погрешности лежат в диапазоне 0,2–3,5 % и при достаточно большом числе интерференционных полос (>20) не превышают 0,2 % независимо от уровня дробового шума.

Ключевые слова: лазерная доплеровская анемометрия, максимально правдоподобные оценки, потенциальная точность измерений.

DOI: 10.15372/AUT20170310

Введение. Для лазерной доплеровской анемометрии (ЛДА) характерны два режима работы: многочастичный, когда в исследуемом потоке присутствует множество рассеивающих частиц, и одночастичный, когда вероятность появления в измерительном объеме анемометра двух и более частиц очень мала. Первый режим относится к исследованию жидкостных и газовых потоков с искусственным введением рассеивающих центров, а второй — соответствует газовым потокам с естественным запылением, как это имеет место при использовании ЛДА в аэродинамических трубах. Отметим, что первый режим характеризуется большими погрешностями измерения скорости, поскольку кроме дробового, фоновый и тепловой шумов в доплеровском сигнале присутствует ещё и фазовый (спекл) шум, обязанный случайному положению рассеивающих центров в пространстве. Одночастичный режим свободен от этого недостатка и характеризуется высокой точностью оценок скорости каждой рассеивающей частицы, но в силу опять же случайного положения частиц в пространстве получаемая выборка значений скорости, подчиняясь статистике Пуассона, неравномерна по времени, что требует специальной процедуры восстановления реализации измеряемой скорости.

Целью данного исследования является определение потенциальной точности ЛДА в режиме одночастичного рассеяния. Актуальность этой задачи связана с тем, что разработчикам аппаратуры и её пользователям важно знать те минимальные погрешности,

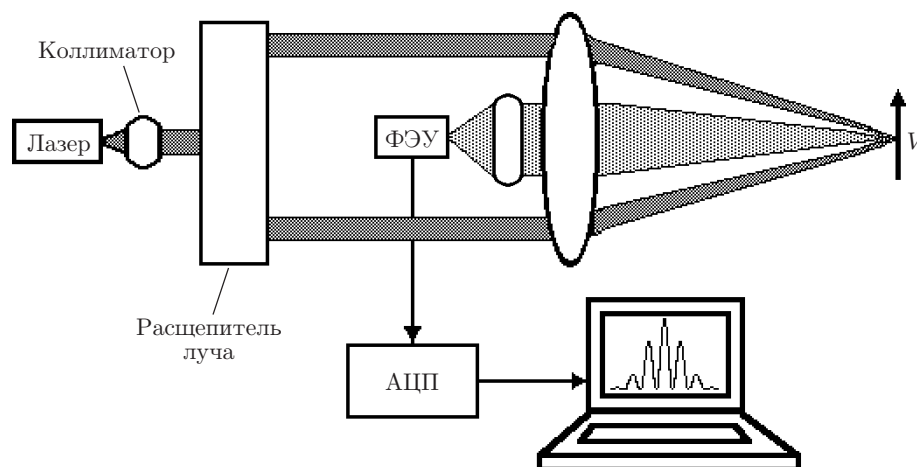


Рис. 1. Функциональная схема ЛДА

снизить которые, в принципе, никак невозможно. Отметим, что представленные результаты будут полезны также специалистам в области лазерной локации.

Для решения поставленной задачи полагаем, что ЛДА работает в идеальных условиях, когда мощность зондирующего излучения достаточно велика, так что всеми шумами, кроме неизбежных дробовых, порождаемых самим оптическим сигналом, можно пренебречь; фотоэлектрическое преобразование осуществляется аналоговым детектором и никакой дополнительной фильтрации получаемого электрического сигнала не производится; его мгновенные значения скорости V равномерно дискретизируются по времени, а их обработка осуществляется цифровым способом (рис. 1).

Известно [1–3], что минимальные дисперсии оценок параметров сигналов даёт методология максимального правдоподобия, поэтому потенциальные возможности ЛДА будем характеризовать величиной среднеквадратичных отклонений (СКО) максимально правдоподобных оценок (МПО) параметров доплеровского сигнала от их задаваемых значений. В силу того что дробовой шум хорошо аппроксимируется нестационарным нормальным случайным процессом с равномерной спектральной плотностью (белым шумом), задача решается с учётом этого предположения.

Отметим, что методология максимального правдоподобия оценок параметров доплеровских сигналов применялась и ранее [4–14], но эти работы касались в основном влияния независимых шумов или приёма оптических сигналов методами счёта фотонов в отличие от обычного аналогового детектирования.

Математическая модель сигнала ЛДА. Если размер частицы много меньше ширины интерференционной полосы, а измерительный объём образован гауссовыми пучками лазера, то математическая модель одночастичного сигнала имеет вид [15]

$$J(t) = I(t) + n(t), \quad (1)$$

где

$$I(t) = A \exp[-(\xi\omega_D t)^2][1 + \cos(\omega_D t)]; \quad (2)$$

$n(t)$ — дробовой шум; A — амплитуда сигнала; ω_D — доплеровская частота; $\xi = 1/2\pi M$ ($2M$ — число интерференционных полос в измерительном объёме на уровне $\exp(-1)$ максимума интенсивности света в центре этого объёма). В случае аналогового детектирования шум можно считать нестационарным нормальным процессом с дисперсией в каждой точке оси времени [15]

$$\sigma^2(t) = qI(t)/\Delta t, \quad (3)$$

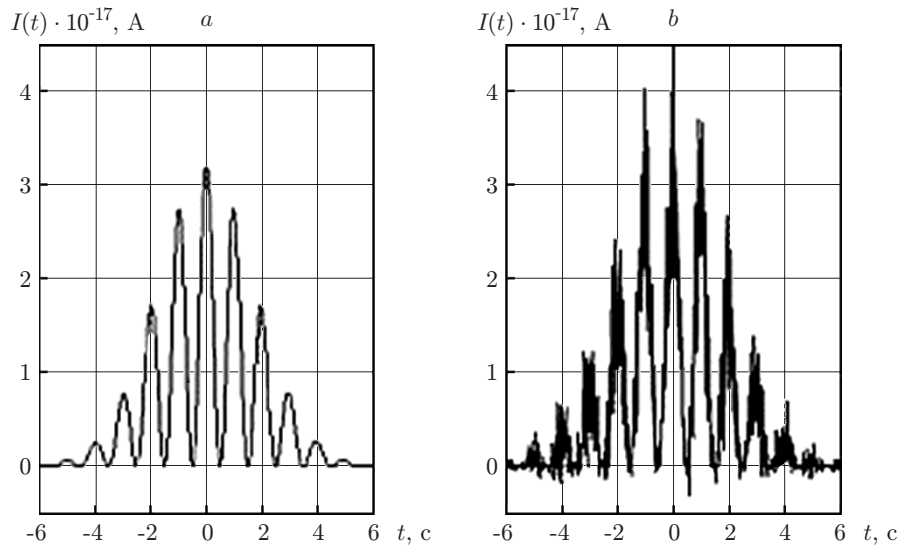


Рис. 2. Одночастичный доплеровский сигнал: в отсутствие дробового шума (а) и в собственном дробовом шуме (б)

где Δt — интервал дискретизации сигнала фотодетектора по времени; q — заряд электрона ($q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ А · с).

Отношение сигнал/дробовой шум определим как отношение сигнала (2) к среднеквадратичному значению шума $\sigma(t)$ в момент максимума сигнала, т. е.

$$I(t)/\sigma(t) = \sqrt{\frac{I(t)\Delta t}{q}} = \sqrt{\frac{2A}{qn f_D}}. \quad (4)$$

Здесь $\Delta t = T_D/n = 1/nf_D$, где n — число отсчётов сигнала на один период доплеровской частоты f_D с интервалом Δt .

В качестве примера на рис. 2 представлена реализация одночастичного доплеровского сигнала без дробового шума и в его присутствии. Для наглядности отношение сигнал/шум (С/Ш) было принято 10 дБ или 3,16 раза. Можно показать, что при заданных значениях параметров $\{f_D = 1$ Гц, $n = 10$, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ А · с}, входящих в (4) и взятых для удобства моделирования и последующих преобразований, из соотношения $\sqrt{(2A)/(qn f_D)} = 3,16$ найдём максимальное значение амплитуды $A \cong 1 \cdot 10^{-17}$ А. В то же время данные, полученные в результате моделирования, имеют универсальный характер и при заданном отношении С/Ш отвечают истинным значениям СКО МПО рассматриваемых параметров.

Функции правдоподобия. Исходя из того, что шум $n(t)$ распределён по нормальному закону, совместную плотность вероятности сигнала — функцию правдоподобия оцениваемого параметра λ — можно представить в виде [1]

$$P(\lambda) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{2m+1} \sigma_{-m} \sigma_{-m+1} \dots \sigma_{m-1} \sigma_m} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=-m}^{i=+m} \frac{[J(t_i) - I(t_i)]^2}{\sigma_i^2} \right\}, \quad (5)$$

где $(2m + 1)$ — полное число отсчётов сигнала $J(t_i)$; σ_i^2 — дисперсия шума i -го отсчёта сигнала.

В соответствии с теорией [1–3] оптимальные оценки получаются как решения системы уравнений правдоподобия, которые находятся путём приравнивания к нулю производных

логарифма функции правдоподобия по оцениваемому параметру. Согласно (5) этот логарифм имеет вид

$$L(\lambda) = \ln(P(\lambda)) = -\frac{2m+1}{2} \ln(2\pi) - \sum_{i=-m}^{i=+m} \ln(\sigma_i) - \frac{1}{2} \sum_{i=-m}^{i=+m} \frac{[J(t_i) - I(t_i)]^2}{\sigma_i^2}. \quad (6)$$

Если для краткости ввести обозначения

$$e^+ = 1/e^- = \exp\{-[\xi\omega_D(t_i - t_0)]^2\}\{1 + \cos[\omega_D(t_i - t_0)]\}, \quad I(t_i) = Ae^+,$$

то выражение (6) можно записать как

$$L(\lambda) = C + \sum_{i=-m}^{i=+m} \left(\frac{(t_i - t_0)^2}{2\tau^2} \right) - \left(\frac{2m+1}{2} \right) \ln(A) - \frac{1}{2q} \left(\sum_{i=-m}^{i=+m} \frac{J^2(t_i)(e^-)}{A} \Delta t + \sum_{i=-m}^{i=+m} A(e^+) \Delta t \right), \quad (7)$$

где $\tau = 1/\xi\omega$,

$$C = -\frac{2m+1}{2} \left[\ln(2\pi) + \ln\left(\frac{q}{\Delta t}\right) \right] + \frac{1}{2q} \sum_{i=-m}^{i=+m} 2J(t_i)\Delta t. \quad (8)$$

Поскольку величина C не содержит параметров сигнала, далее она не используется.

Так как в большинстве случаев время измерения $T = (2m+1)\Delta t$ устанавливается существенно бóльшим длительности одночастичного сигнала и интервал дискретизации выбирается достаточно малым в сравнении с доплеровским периодом, последний член суммы в (7) можно заменить интегралом, тогда логарифм функции правдоподобия примет окончательный вид

$$L(\lambda) = \sum_{i=-m}^{i=+m} \left(\frac{(t_i - t_0)^2}{2\tau^2} \right) - \left(\frac{2m+1}{2} \right) \ln(A) - \frac{1}{2q} \left(\sum_{i=-m}^{i=+m} \frac{J^2(t_i)(e^-)}{A} \Delta t + \sqrt{\pi} A \tau \right). \quad (9)$$

Попытка решить поставленную задачу стандартным путём увенчалась успехом только для амплитуды. Для других параметров уравнения правдоподобия оказались столь сложными, что эту задачу удалось решить с использованием математического моделирования алгоритма (9), т. е. для каждого из неизвестных параметров (частоты, амплитуды и момента t_0) строилась логарифмическая функция правдоподобия и с помощью стандартной программы поиска её максимума находилась МПО каждого из неизвестных параметров. Затем эксперимент повторялся большое количество раз и по его результатам определялись среднее значение оценки, её дисперсия и СКО.

Технология моделирования. Для того чтобы получить полное представление о потенциальной точности метода ЛДА (минимальных погрешностях измерений), для моделирования был выбран широкий диапазон возможных отношений С/Ш (от 0 до +50 дБ) (отношение амплитуды сигнала к максимальному значению СКО шума) и ряд значений чисел интерференционных полос в измерительном объёме лазерного анемометра (от 5 до 50). Этот диапазон означает, что пространственное разрешение анемометра изменяется на порядок. Отметим, что квантовая природа света допускает для решения поставленной задачи использование модели аналогового детектирования только при отношении С/Ш не ниже 0 дБ.

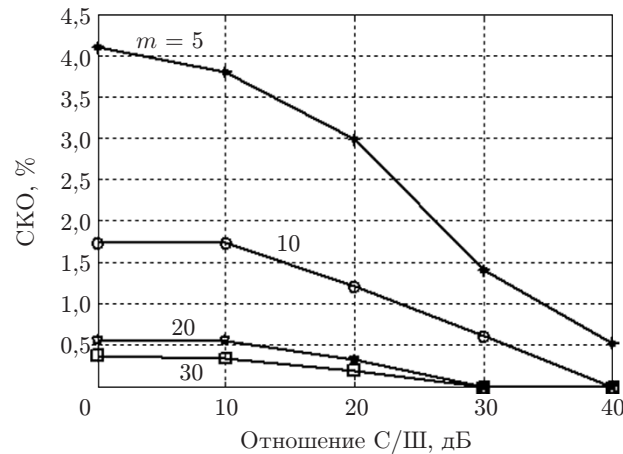


Рис. 3. Среднеквадратичное отклонение МПО частоты как функции отношения С/Ш и числа интерференционных полос в измерительном объёме анемометра

Анализ полученных результатов. Рассмотрим доплеровскую частоту в качестве основного параметра доплеровского сигнала, пропорционального оцениваемой скорости частицы. Графики полученных оценок частоты как функции отношения С/Ш при различном числе полос анемометра представлены на рис. 3. Из теории лазерной доплеровской анемометрии следует, что при больших уровнях шума точность оценок существенно повышается с ростом числа полос. Например, при их числе равном 5 и отношении С/Ш равном 0 дБ СКО частоты составляет 0,04 %. Это значение уже соответствует очень высокой точности. Однако при числе полос равном 30 точность существенно возрастает и ошибка составляет всего 0,004 %. Также отметим, что при высоких значениях отношения С/Ш (>30) ошибки становятся пренебрежимо малы и практически не зависят от числа полос в измерительном объёме анемометра.

Выборочные значения математического ожидания МПО частоты показали, что их СКО не превышают 0,005 %, т. е. оценки частоты практически не смещены.

На рис. 4 дан вид функции правдоподобия вблизи истинного значения доплеровской частоты равного 1 Гц для случая, когда отношение С/Ш составляет 20 дБ, а число ин-

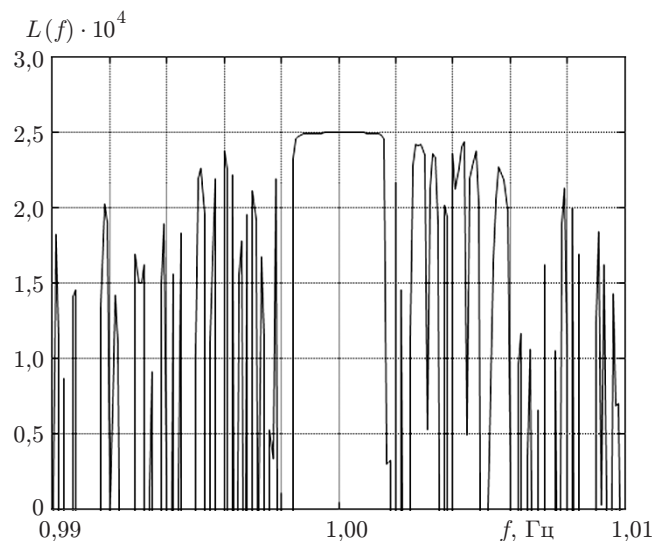


Рис. 4. Логарифм функции правдоподобия частоты

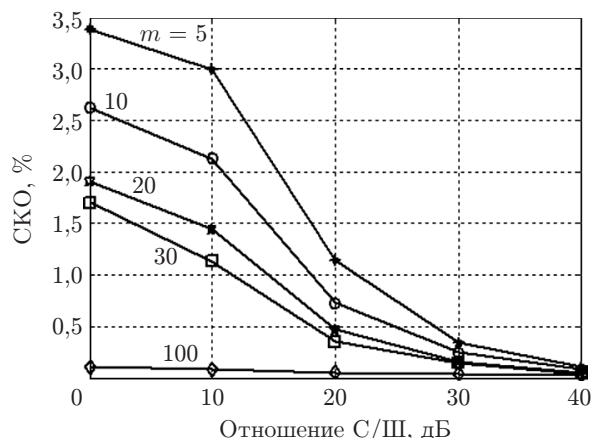


Рис. 5. Среднеквадратичное отклонение МПО амплитуды как функции отношения С/Ш и числа интерференционных полос в измерительном объеме анемометра

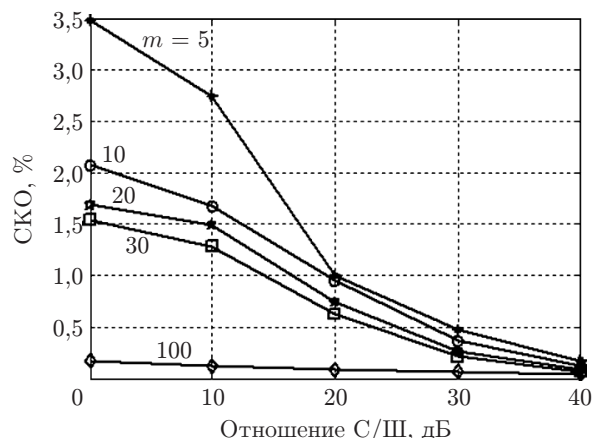


Рис. 6. Среднеквадратичное отклонение МПО t_0 как функции отношения С/Ш и числа интерференционных полос в измерительном объеме анемометра

терференционных полос — 10 с разрешением 0,0001 Гц. Видно, что функция обладает множеством экстремумов и довольно плоской вершиной, что, конечно, затрудняет поиск положения её максимума, тем не менее используемый алгоритм позволяет определить МПО частоты с очень высокой точностью.

Перейдём к оценкам амплитуды. Полученные отношения СКО МПО амплитуды к истинному значению представлены на графиках рис. 5. Из этих данных можно заключить, что самая большая погрешность оценки амплитуды составляет 3,4 % и возникает при отношении С/Ш = 0 дБ и числе интерференционных полос 5. С ростом числа полос или отношения С/Ш СКО резко падают и при 40 дБ составляют менее 0,2 %. Анализ результатов моделирования показал, что МПО амплитуды практически не смещены (отклонения от среднего значения отмечены в третьем знаке).

Найдём оценку точности момента t_0 появления частицы в центре измерительного объема, что имеет большое значение для определения дальности цели в лазерной локации. Графики СКО оценок t_0 представлены на рис. 6. На основании приведённых графиков можно заключить, что если время появления частицы в центре измерительного объема анемометра составляет 50 с от начала отсчёта (на интервале наблюдения 75 с), то при отношении С/Ш 40 дБ и числе интерференционных полос 5 СКО оценок составило всего лишь $1,68 \cdot 10^{-4}$ с, а с уменьшением этого отношения до 0 дБ ошибка возрастает до $3,48 \times 10^{-3}$ с, т. е. в 20 раз. Но по отношению к задержке по времени равной 50 с эти погрешности достаточно малы и составляют всего лишь 0,007 %. Что касается смещения оценок, то анализ показал, что они пренебрежимо малы.

Заключение. Представленные результаты дают объективную картину оценок потенциальной точности ЛДА в режиме одночастичного рассеяния, когда единственным мешающим фактором является дробовой шум, порождаемый самим оптическим сигналом. Показано, что применение максимально правдоподобных алгоритмов для оценок наиболее значимого параметра получаемого сигнала — доплеровской частоты (скорости) обеспечивает очень высокую точность (не менее 0,04 %) даже при самом неблагоприятном сочетании исходных условий (малом числе интерференционных полос и шуме, соизмеримом с сигналом).

Погрешности оценок амплитуды сигнала и момента появления рассеивающих частиц в центре измерительного объема, обусловленные дробовым шумом, лежат в диапазоне 0,2–

3,5 % и при достаточно большом числе интерференционных полос (>20) не превышают 0,2 % независимо от уровня дробового шума. Также показано, что при высоком уровне сигнала ($C/\text{Ш} > 30$ дБ) влиянием дробового шума можно пренебречь независимо от пространственного разрешения (числа интерференционных полос в измерительном объеме).

Для разработчиков доплеровских систем результаты работы дают четкие ориентиры нахождения компромисса между желаемой точностью и пространственным разрешением системы.

Авторы выражают благодарность канд. техн. наук Ф. А. Журавлю за программирование и моделирование решаемых задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Тихонов В. И.** Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966. 682 с.
2. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. радио, 1969. Кн. 2. 751 с.
3. **Ван Трис Г.** Теория обнаружения, оценок и модуляции. М.: Сов. радио, 1977. Т. 3. 662 с.
4. **Besson O., Galtier F.** Estimation particles velocity from laser measurements: Maximum likelihood and Cramer — Rao bounds // *IEEE Trans. Signal Process.* 1996. **44**, N 12. P. 3056–3068.
5. **Соболев В. С.** Оптимальная оценка параметров импульсных оптических сигналов по критерию максимального правдоподобия // *Оптический журнал.* 1996. № 10. С. 62–67.
6. **Sobolev V. S.** Maximum likelihood estimation of velocity for laser Doppler radar // *Proc. SPIE.* 1997. **3065**. P. 235–243. DOI: 10.1117/12.281015.
7. **Соболев В. С., Прокопенко М. Н.** Максимально правдоподобные оценки частоты и других параметров сигналов лазерных доплеровских измерительных систем, работающих в режиме одночастичного рассеяния // *Квантовая электроника.* 2000. **30**, № 12. С. 1109–1114.
8. **Sobolev V. S., Feschenko A. A.** Accurate Cramer-Rao bounds for a laser Doppler anemometer // *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 2006. **55**, N 2. P. 659–665.
9. **Соболев В. С.** Оптимальные оценки параметров оптических сигналов. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2011. 135 с.
10. **Sobolev V. S.** Maximum likelihood estimation of optical signal parameters // *Interferometry Principles and Application* /Ed. M. E. Russo. N. Y.: Nova Science Pub Inc., 2011. Ser. Physics Research and Technology. Ch. 12. P. 337–352.
11. **Doviak R. J., Zrnich D. S.** Doppler Radar and Weather Observations. Dover Publication Inc., 2006. 592 p.
12. **Frehlich R. G., Yadlovsky M. J.** Performance of mean-frequency estimators for Doppler radar and lidar // *Journ. Atmospheric and Oceanic Technology.* 1994. **11**, N 5. P. 1217–1230.
13. **Соболев В. С., Журавель Ф. А., Кащеева Г. А.** Сравнительный анализ качества лазерных доплеровских систем методами максимального правдоподобия и приращений фазы // *Автометрия.* 2016. **52**, № 6. С. 29–33.
14. **Соболев В. С., Кащеева Г. А., Журавель Ф. А.** Оптимальные оценки скорости по критерию максимального правдоподобия для лазерной доплеровской анемометрии // *Автометрия.* 2015. **51**, № 4. С. 92–103.
15. **Коронкевич В. П., Соболев В. С., Дубнищев Ю. Н.** Лазерная интерферометрия. Новосибирск: Наука, 1981. 211 с.

Поступила в редакцию 28 декабря 2016 г.