

УДК 004.85

АЛГОРИТМЫ «СТАДО КРИЛЯ» И КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ ИНИЦИАЛИЗАЦИИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ ТИПА ТАКАГИ — СУГЕНО*

И. А. Ходашинский, И. В. Филимоненко, К. С. Сарин

*Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,
634050, г. Томск, просп. Ленина, 40
E-mail: hodashn@rambler.ru*

Предложен метод построения нечётких систем типа Такаги — Сугено, генерация структуры которых осуществляется алгоритмом кусочно-линейной инициализации, а оптимизация параметров — метаэвристическим алгоритмом «стадо криля». Проведены тесты полученных систем на реальных наборах данных. Приведён анализ влияния некоторых параметров этого алгоритма на точность аппроксимации. Оценки точности аппроксимации и количество нечётких правил сравнивались с четырьмя известными методами построения.

Ключевые слова: инициализация, нечёткие системы, метаэвристические алгоритмы, аппроксимация.

DOI: 10.15372/AUT20170410

Введение. Одной из наиболее важных и успешных областей применения теории нечётких множеств и нечёткой логики являются нечёткие системы, основанные на правилах. Указанные системы относятся к классу продукционных, в которых нечёткие множества и нечёткая логика используются в качестве инструмента для представления знаний о решаемой проблеме, а также для моделирования отношений, существующих между входными и выходными переменными. Использование нечётких высказываний в правилах позволяет описать и обработать потенциальную неопределённость представленного знания, а применение нечёткой логики делает методы вывода надёжными и гибкими [1].

Главные компоненты нечёткой системы, основанной на правилах, — база правил, база функций принадлежности и собственно средства нечёткого вывода, преобразующие множество действительных входных значений в некоторое выходное значение. Базовым элементом нечёткой системы является нечёткое правило, которое, по сути, есть микромодель, описывающая определённую ситуацию. Входным переменным в правиле присваиваются нечёткие значения. Выходным значением в зависимости от типа нечёткой системы может быть либо линейная функция от входных переменных (система типа Такаги — Сугено [2]), либо нечёткое значение (система типа Мамдани [3]), либо метка (нечёткий классификатор [4]).

Популярность и практичность нечётких систем типа Такаги — Сугено объясняется тем, что: 1) они могут быть идентифицированы путём объединения наблюдаемых данных и знаний эксперта; 2) природа нечётких правил позволяет описать поведение моделируемой системы в терминах причинно-следственных отношений; 3) нечёткие системы являются универсальными аппроксиматорами, способными представить любую непрерывную нелинейную функцию с любой степенью точности [5–7].

Построение нечётких систем предполагает решение следующих основных задач: 1) генерация базы нечётких правил; 2) оптимизация параметров antecedентов (ЕСЛИ-частей) и консеквентов (ТО-частей) правил; 3) проверка правильности построенной системы.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (государственное задание № 8.9628.2017/БЧ).

Подавляющее большинство методов генерации базы нечётких правил основано на методах нечёткого кластерного анализа, среди которых наиболее часто применяемыми являются: метод нечётких c -средних (c -means), алгоритмы Gustafson — Kessel и Gath — Geva, метод нечёткой c -регрессии (FCRM) [8], алгоритм субтрактивной кластеризации [9], а также комбинации указанных методов [10]. Среди перечисленных методов FCRM, формирующий форму кластера в виде гиперплоскости, наиболее предпочтителен для решения задач построения нечётких систем типа Такаги — Сугено. Однако реализация алгоритма FCRM для нечёткого моделирования сталкивается со следующими проблемами: длительное время выполнения, неустойчивость к шумам, высокая чувствительность к данным инициализации [11, 12]. В [13] предложен алгоритм инициализации нечётких систем типа Такаги — Сугено, в котором начальные значения антецедентов нечётких правил формируются путём динамического разбиения входного пространства, а значения консеквентов — на основе рекуррентного метода наименьших квадратов. Алгоритм инициализации основан на разбиении пространства входных переменных на участки, характеризующиеся нечёткими термами. Число правил определяется количеством сочетаний данных участков по каждой переменной, поэтому рост числа правил в генерируемых системах экспоненциально возрастает с увеличением количества входных переменных. Для пространств больших размерностей приходится уменьшать число разбиений до одного, чтобы избежать роста числа правил. Такое разбиение определяет нечёткую систему с одним правилом, выход которой соответствует выходу линейной регрессии на обучающих данных. Для моделирования нелинейного поведения и повышения точности необходимо большее число разбиений пространства входных данных, а это приводит к значительному увеличению правил.

Оптимизация параметров антецедентов нечётких правил выполняется с использованием различных метаэвристик и их гибридизации [14–16]. Для оптимизации параметров консеквентов используются различные модификации метода наименьших квадратов.

В [17–19] генерация базы нечётких правил решалась с помощью оригинального алгоритма кусочно-линейной инициализации (КЛИ). Для оптимизации параметров консеквентов применялся рекуррентный алгоритм наименьших квадратов [13]. Оптимизация параметров антецедентов нечётких правил выполнялась с помощью алгоритма «стадо криля» (krill herd), адаптированного к решению этой задачи.

Метаэвристика под названием «стадо криля» имитирует перемещение антарктического криля в процессе поиска пищи с учётом взаимосвязанных внешних, индивидуальных и коллективных факторов. Эта метаэвристика была впервые предложена в [20], с тех пор она успешно применялась для решения многих задач оптимизации, в том числе для расчётов, связанных с фазовым равновесием и фазовой стабильностью [21], для решения задач классификации и диагностики раковых заболеваний [22], для автоматической сегментации клеточных ядер [23]. Авторы перечисленных работ отмечают высокую эффективность и быструю сходимость алгоритма «стадо криля» по сравнению с такими общеизвестными метаэвристикami, как генетический алгоритм, алгоритм пчелиной колонии, гармонический поиск.

Целью предлагаемого исследования является разработка метода построения нечётких аппроксиматоров типа Такаги — Сугено на основе алгоритма «стадо криля» и кусочно-линейной инициализации.

Постановка задачи. Правила нечёткой системы типа Такаги — Сугено имеют вид

$$\text{ЕСЛИ } x_1 = A_{1i} \text{ И } x_2 = A_{2i} \text{ И } \dots \text{ И } x_n = A_{ni} \text{ ТО } y = d_{0i} + d_{1i}x_1 + d_{2i}x_2 + \dots + d_{ni}x_n,$$

где A_{ij} — нечёткий терм, которым оценивается входная переменная x_i , выход y задаётся линейной функцией от входных переменных.

Выход системы определяет следующее отображение [2]:

$$f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}, \mathbf{D}) = \sum_{i=1}^R \prod_{j=1}^n \mu_{A_{ji}}(x_j) (d_{0i} + d_{1i}x_1 + \dots + d_{ni}x_n) / \sum_{i=1}^R \prod_{j=1}^n \mu_{A_{ji}}(x_j),$$

где \mathbf{x} — входной вектор; n — число входных переменных; R — число правил; $\mu_{A_{ji}}$ — функция принадлежности j -й входной переменной; $\boldsymbol{\theta}$ — вектор параметров функций принадлежности; \mathbf{D} — вектор параметров консеквентов правил $\mathbf{D} = [d_{01}, \dots, d_{0R}, d_{11}, \dots, d_{1R}, \dots, d_{n1}, \dots, d_{nR}]^T$.

Критерий качества аппроксимации на таблице наблюдений $T = \{(\mathbf{x}_p; y_p) \mid p = 1, \dots, m\}$ может быть выражен среднеквадратической функцией ошибки [2]

$$\text{MSE}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{D}) = \sum_{p=1}^m (y_p - f(\mathbf{x}_p; \boldsymbol{\theta}, \mathbf{D}))^2 / 2m.$$

Для генерации базы правил предлагается использовать алгоритм КЛИ, для оптимизации параметров антецедентов — алгоритм «стадо криля», для оптимизации параметров консеквентов — рекуррентный алгоритм наименьших квадратов.

Алгоритм кусочно-линейной инициализации относится к алгоритмам кластеризации и разбивает данные таблицы наблюдений на группы-кластеры, каждая из которых ассоциируется с одним нечётким правилом. Кластеры формируются следующим образом. Задаётся значение отклонения e . На входных наблюдениях находится самая удалённая точка от начала координат. Относительно этой точки ведётся построение кластера: в группу итерационно добавляются ближайшие к этой точке данные до тех пор, пока среднеквадратичная ошибка между выходными наблюдениями, входящими в кластер, и линейной регрессией, найденной с помощью данных в кластере рекуррентным методом наименьших квадратов, меньше e . На основе полученного кластера строится нечёткое правило с гауссовыми функциями принадлежности, имеющими параметры s — среднее и σ — отклонение, определяемые следующим образом:

$$s = \sum_{k=1}^l x_k / l, \quad \sigma = \sqrt{2/l \sum_{k=1}^l (x_k - s)^2},$$

где l — число данных в кластере. Формирование кластеров и правил продолжается до тех пор, пока не будут просмотрены все данные таблицы наблюдений.

Параметр алгоритма e влияет на формирование структурных характеристик системы, а также на результат критерия качества. Поскольку целью инициализации являются системы с высоким критерием аппроксимации при приемлемом уровне числа правил, то задача нахождения параметра e в данной работе сведена к задаче оптимизации со следующими условиями:

$$\begin{cases} \text{MSE}(\boldsymbol{\theta}_e, \mathbf{D}_e) \rightarrow \min, \\ 0 < e < \varepsilon, \\ R_e \leq 100, \end{cases}$$

где $\boldsymbol{\theta}_e, \mathbf{D}_e$ — параметры антецедентов и консеквентов нечёткой системы, сформированных алгоритмом инициализации с параметром e ; R_e — число правил полученной системы (здесь ограничивалось числом 100); ε — среднеквадратическая ошибка аппроксимации обучающих данных линейной регрессией, построенной с помощью рекуррентного алгоритма наименьших квадратов. Задача оптимизации решалась прямым методом оптимизации Хука — Дживса [24].

Алгоритм «стадо криля». Предложенный в [20] метод непрерывной оптимизации под названием алгоритм «стадо криля» имитирует перемещение антарктического криля в процессе поиска пищи с учётом взаимосвязанных факторов. Одним из факторов является наличие хищника, который заставляет криля держаться вместе и увеличивает плотность стада (\mathbf{N}), другой фактор — поиск пищи (\mathbf{F}), третий фактор — случайное блуждание криля (\mathbf{RD}).

В процессе решения задачи оптимизации параметров antecedентов координаты каждого криля — это решение, определяемое вектором $\boldsymbol{\theta}$. Позиция i -го криля на $(t + 1)$ -й итерации выполнения алгоритма определяется следующим образом:

$$\boldsymbol{\theta}_i(t + 1) = \boldsymbol{\theta}_i(t) + \Delta\boldsymbol{\theta}_i\Delta t, \quad \Delta\boldsymbol{\theta}_i = \mathbf{N}_i(t) + \mathbf{F}_i(t) + \mathbf{RD}_i(t).$$

Перемещение криля $\mathbf{N}_i(t)$, вызванное движением других членов стада, вычисляется по формуле

$$\mathbf{N}_i(t + 1) = N_{\max}\boldsymbol{\alpha}_i + w_n\mathbf{N}_i(t), \quad \boldsymbol{\alpha}_i = \boldsymbol{\alpha}_i^{\text{local}} + \boldsymbol{\alpha}_i^{\text{target}},$$

где N_{\max} — максимальная скорость криля в стаде; $w_n \in [0, 1]$ — коэффициент инерции при движении членов стада; $\boldsymbol{\alpha}_i^{\text{local}}$ — вектор движения, учитывающий влияние соседей i -го криля; $\boldsymbol{\alpha}_i^{\text{target}}$ — вектор движения, учитывающий влияние лучшего криля в стаде. Влияние соседей определяется как

$$\boldsymbol{\alpha}_i^{\text{local}} = \sum_{j=1}^{NN} \hat{K}_{i,j} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i,j}, \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i,j} = \frac{\boldsymbol{\theta}_j - \boldsymbol{\theta}_i}{\|\boldsymbol{\theta}_j - \boldsymbol{\theta}_i\| + \varepsilon_1}, \quad \hat{K}_{i,j} = \frac{\text{MSE}_j - \text{MSE}_i}{\text{MSE}_{\text{worst}} - \text{MSE}_{\text{best}}}.$$

Здесь MSE_i — среднеквадратическая ошибка i -го решения; ε_1 — малое положительное число; $\text{MSE}_{\text{worst}}$, MSE_{best} — ошибки худшего и лучшего решений; NN — число соседей, находящихся от i -го криля на расстоянии меньше чем $r_i = 1/5P \sum_{j=1}^P \|\boldsymbol{\theta}_i - \boldsymbol{\theta}_j\|$ (P — число криля в стаде).

Вектор движения, учитывающий влияние лучшего криля в стаде, находится по формуле

$$\boldsymbol{\alpha}_i^{\text{target}} = C_{\text{best}} \hat{K}_{i,\text{best}} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i,\text{best}}, \quad C_{\text{best}} = 2(\text{rand} + t/t_{\max}),$$

где $\text{rand} \in [0, 1]$ — случайное число; t_{\max} — максимальное число итераций.

Перемещение i -го криля в поисках пищи определяется предполагаемым расположением пищи и предыдущим опытом криля и вычисляется по следующим формулам:

$$\mathbf{F}_i(t + 1) = V_f\boldsymbol{\beta}_i + w_f\mathbf{F}_i(t), \quad \boldsymbol{\beta}_i = \boldsymbol{\beta}_i^{\text{food}} + \boldsymbol{\beta}_i^{\text{best}}, \quad \boldsymbol{\beta}_i^{\text{food}} = C_{\text{food}} \hat{K}_{i,\text{food}} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i,\text{food}},$$

$$C_{\text{food}} = 2(1 - t/t_{\max}), \quad \boldsymbol{\theta}_{\text{food}} = \sum_{i=1}^P \frac{1}{K_i} \boldsymbol{\theta}_i / \sum_{i=1}^P \frac{1}{K_i}, \quad \boldsymbol{\beta}_i^{\text{best}} = \hat{K}_{i,\text{ibest}} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i,\text{ibest}},$$

где V_f — скорость перемещения криля при поиске пищи; $w_f \in [0, 1]$ — коэффициент инерции при поиске пищи; $\boldsymbol{\theta}_{\text{ibest}}$ — лучшая из всех предыдущих позиция i -го криля.

Случайное блуждание криля находится из выражения

$$\mathbf{RD}_i = RD_{\max}(1 - t/t_{\max})\boldsymbol{\delta},$$

где RD_{\max} — максимальная скорость блуждания; $\boldsymbol{\delta}$ — случайный вектор направления движения, элементами которого являются равномерно распределённые числа из диапазона $[-1, 1]$.

Коэффициент масштабирования Δt находится из выражения

$$\Delta t = C_t \sum_{j=1}^{NV} (UB_j - LB_j),$$

где C_t — константа, значение которой рекомендуется [20] брать из диапазона $[0, 2]$, в нашем случае значение было выбрано равным 0,1; NV — общее число параметров; LB_j , UB_j — нижняя и верхняя границы j -го параметра.

Эксперимент. Описанные выше алгоритмы инициализации и оптимизации использовались для генерации структуры и оптимизации параметров θ функций принадлежности нечётких систем типа Такаги — Сугено. Полученные нечёткие системы проверялись на реальных наборах данных из репозитория KEEL [25].

Алгоритм КЛИ, входящий в состав описанного метода построения нечётких систем типа Такаги — Сугено, генерирует системы, обладающие меньшей ошибкой по сравнению с предложенным ранее алгоритмом динамического разбиения входного пространства (ДРВП) [13]. Подтверждением тому являются результаты тестов пятикратной перекрёстной проверки, приведённые в табл. 1. Здесь R — количество правил, $MSEtra$ и $MSEtst$ — среднеквадратические ошибки на обучающих и тестовых данных. Для оценки статистической значимости различий в числе правил и ошибках аппроксиматоров, сформированных алгоритмами КЛИ и ДРВП, использован критерий парных сравнений Уилкоксона. Сравнительный анализ позволил сделать следующие выводы:

- 1) отсутствует значимое различие между количеством правил в сравниваемых аппроксиматорах;
- 2) есть значимое различие между ошибками $MSEtra$ в сравниваемых аппроксиматорах (p -value < 0,0022);
- 3) есть значимое различие между ошибками $MSEtst$ в сравниваемых аппроксиматорах (p -value < 0,012).

Таблица 1

Оценки построения аппроксиматоров алгоритмами инициализации

Набор данных	Алгоритм ДРВП			Алгоритм КЛИ		
	R	$MSEtra$	$MSEtst$	R	$MSEtra$	$MSEtst$
Plastic	1,0	1,166	1,172	1,0	1,166	1,172
ele2	160,2	7379	7872	6,0	6965	7340
delail	1,0	1,477	1,480	3,0	1,380	1,404
fried	129,6	0,849	0,931	83,0	0,556	1,070
dee	1,0	0,081	0,084	2,0	0,076	0,080
stp	412,2	0,824	0,904	5,0	0,626	0,695
wan	1,0	1,211	1,238	4,0	0,827	0,879
wiz	1,0	0,781	0,799	3,0	0,697	0,749
mor	1,0	0,007	0,007	6,2	0,003	0,005
tre	1,0	0,028	0,030	3,0	0,020	0,027
ca	1,0	45,790	46,79	2,4	33,46	30,62
pole	1,0	463,200	465,010	13,0	272,873	278,738
pum	1,0	3,554	3,589	3,4	3,534	3,534

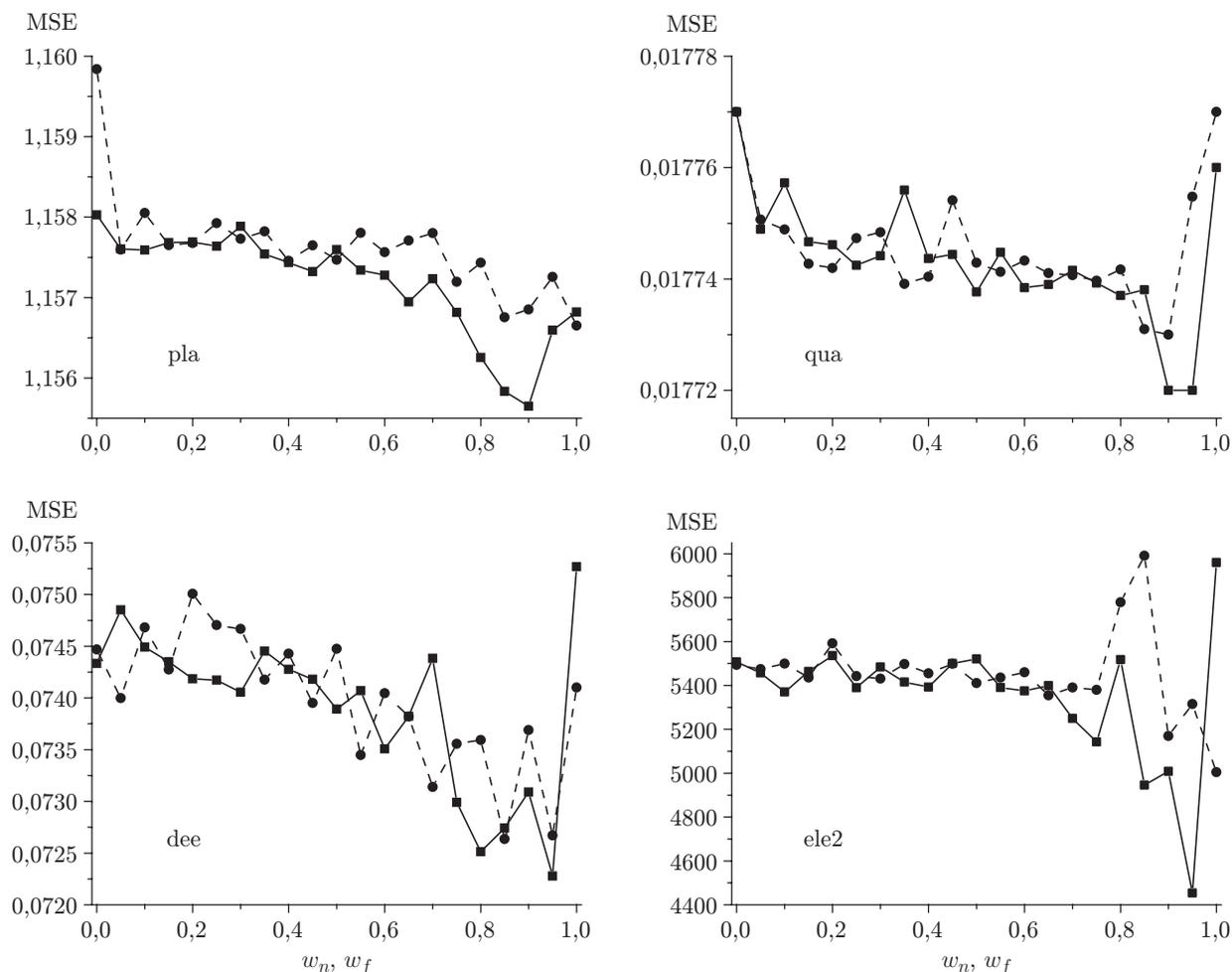


Рис. 1

Алгоритм «стадо криля» содержит несколько констант. В нашем исследовании их значения выбраны согласно рекомендациям [20, 26]: $N_{\max} = 0,01$, $V_f = 0,02$. Значение константы ε_1 выбрано равным 0,001. Для определения оптимальных значений параметров алгоритма «стадо криля», таких как коэффициенты w_n , w_f , RD_{\max} и число итераций, были эмпирически установлены зависимости значения ошибки MSE от указанных параметров. На рис. 1 для четырёх наборов данных (pla, qua, dee, ele2) показаны зависимости MSE от значений w_n (■) и w_f (●). Полученные зависимости позволяют сделать вывод о том, что значения параметров w_n и w_f следует выбирать из диапазона $[0,85; 0,95]$.

Для нахождения оптимального значения параметра RD_{\max} проведены эксперименты на трёх наборах данных pla, dee, ele2 (рис. 2). Отсутствие явно выраженной тенденции в изменении MSE в зависимости от значений параметра RD_{\max} не позволило установить оптимальное значение RD_{\max} . В наших экспериментах оно выбрано равным 0,006. Методом проб значение константы ε_1 выбрано равным 0,001.

Для определения числа итераций были проведены эмпирические оценки точности аппроксимации в зависимости от указанного параметра. На рис. 3 изображены зависимости для четырёх наборов данных. Количество итераций, на которых стабилизируется оценка точности, не превысило 250, поэтому такое значение рекомендовано для задания числа итераций в оптимизационном алгоритме.

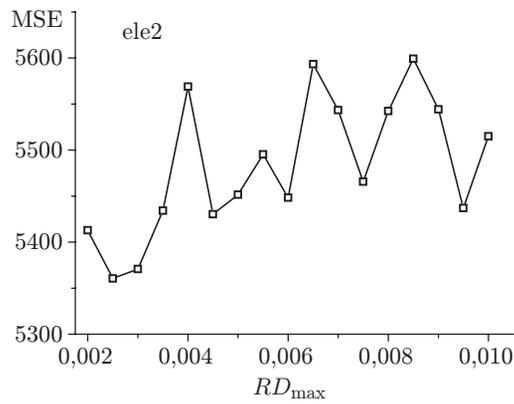
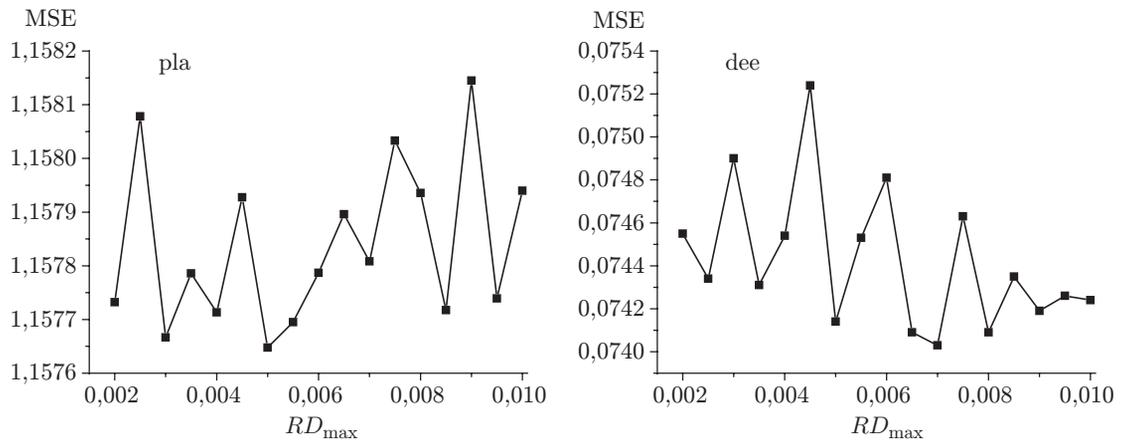


Рис. 2

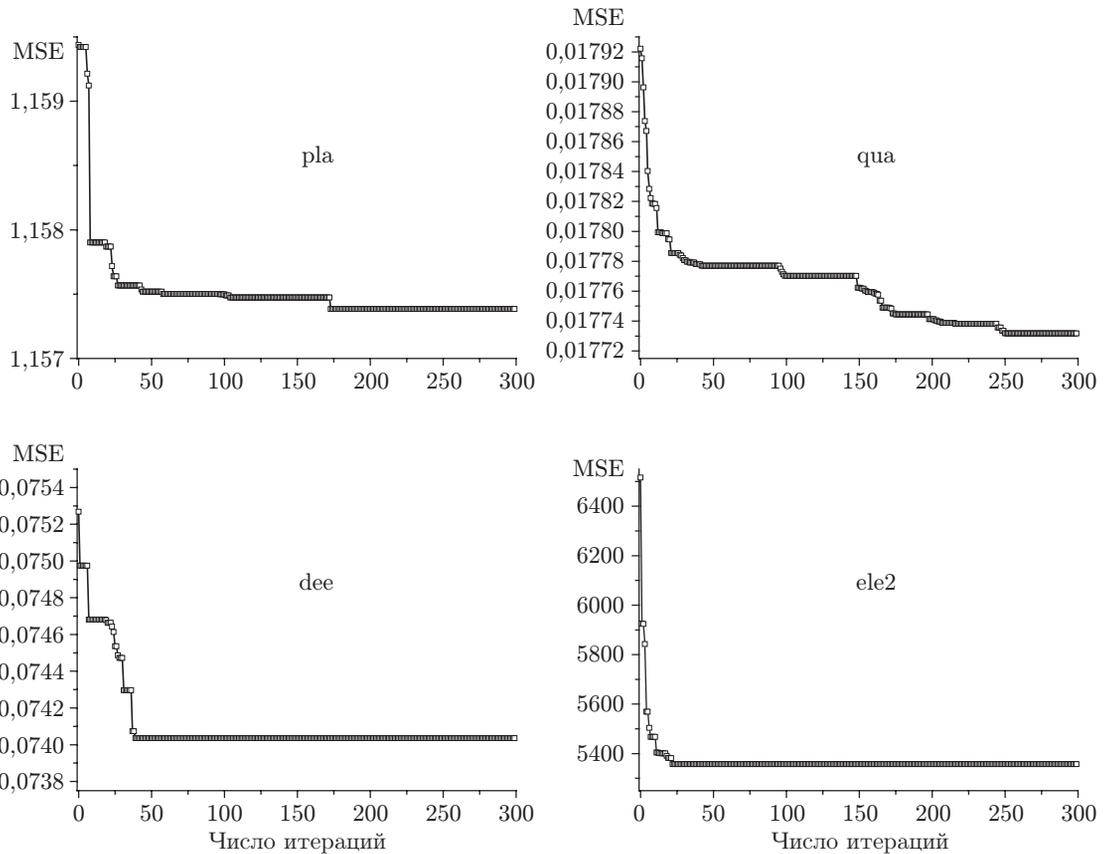


Рис. 3

Таблица 2

Оценки построения аппроксиматоров

Набор данных	ANFIS-SUB			LINEAR-LMS		LEL-TSK		
	R	MSEtra	MSEtst	MSEtra	MSEtst	R	MSEtra	MSEtst
ele1(2/495)	27,8	1,513	2,15	1,993	2,093	27	1,190	2,402
pla(2/1650)	114	1,011	1,504	1,166	1,172	66	1,032	1,188
qua(3(2178)	40,4	0,015	0,155	0,0178	0,0179	127	0,0151	0,0308
ele2(41056)	2	8208	8525	13361	13541	44,8	2928	3752
frie(5/1200)	53,8	0,085	3,158	3,612	3,653	435	0,322	1,070
mpg6(5/398)	299,6	0,002	8,079	5,780	6,084	79	1,473	6,357
delail(5/7129)	57,2	0,973	1,484	1,478	1,478	105,2	1,193	1,760
dee(6/365)	290,6	3087	2083	0,081	0,085	57,8	0,662	0,682
delelv(6/9517)	2	1,010	1,020	1,048	1,049	219,9	0,9642	2,788
ana(7/4052)	10,4	0,027	0,029	0,085	0,085	301	0,009	0,014
mpg8(7/398)	13,8	1,191	26,136	5,397	5,678	129	1,574	7,111
aba(8/4177)	9	2,008	2,733	2,413	2,472	107	2,040	2,412
cal(8/20640)	5,2	1,742	1,783	2,42	2,43	542	2,37	2,54
con(8/1030)	20,6	12,286	188,29	53,475	54,735	325	10,692	31,43
stp(9/950)	13,2	0,134	0,307	2,686	2,761	78,9	0,606	0,849
wan(9/1609)	6	0,639	0,845	1,213	1,241	123	0,709	1,632
wiz(9/1461)	6,2	0,544	0,701	0,782	0,800	116	0,699	2,227
for(12/517)	42,2	0,176	204755	1968,57	2013,89	418	160,35	14074,5
mor(15/1049)	9,4	0,001	0,003	0,009	0,010	64,3	0,259	0,472
tre(15/1049)	10	0,009	0,019	0,030	0,032	63,7	0,267	0,504
bas(16/337)	6,4	119561	1089824	224684	269122	374	9607	461402

Набор данных	METSK-HD ^e			КЛИ и алгоритм «стадо криля»		
	R	MSEtra	MSEtst	R	MSEtra	MSEtst
ele1(2/495)	11,4	1,350	2,022	6,0	1,668	1,875
pla(2/1650)	19,2	1,057	1,136	2,0	1,163	1,170
qua(3(2178)	18,3	0,0171	0,0181	2,0	0,0176	0,0178
ele2(41056)	36,9	2270	3192	5,0	5718	6317
frie(5/1200)	66,0	1,075	1,888	80,8	0,553	1,060
mpg6(5/398)	53,6	1,082	4,478	2,0	4,078	4,503
delail(5/7129)	36,8	1,190	1,402	32,0	1,3762	1,400
dee(6/365)	50,6	0,030	0,103	3,0	0,073	0,082
delelv(6/9517)	39,1	0,973	1,031	3,0	1,092	1,093
ana(7/4052)	33,3	0,002	0,004	2,0	0,847	0,086
mpg8(7/398)	64,2	1,154	5,391	2,0	3,990	4,425
aba(8/4177)	23,1	2,205	2,392	3,0	2,284	2,337
cal(8/20640)	55,8	1,64	1,71	1,0	3,08	3,09
con(8/1030)	53,7	15,054	23,885	3,0	33,320	35,231
stp(9/950)	66,4	0,167	0,387	5,0	0,557	0,630
wan(9/1609)	48,0	0,701	1,189	4,0	0,826	0,878
wiz(9/1461)	29,1	0,729	0,944	3,0	0,697	0,746
for(12/517)	40,6	551	5587	13,0	2137	2745
mor(15/1049)	27,2	0,005	0,013	6,0	0,003	0,004
tre(15/1049)	28,1	0,017	0,038	3,0	0,020	0,025
bas(16/337)	59,8	47900	368820	2,0	194065	249034

Эффективность аппроксимации систем, построенных с помощью алгоритмов КЛИ, «стадо криля» и рекуррентным алгоритмом наименьших квадратов, оценивалась с помощью метода кроссвалидации и сравнивалась с известными методами, приведёнными в работе [27]:

ANFIS-SUB — адаптивная нейронечёткая система, использующая субтрактивную кластеризацию;

LINEAR-LMS — метод линейной регрессии, использующий классический МНК в качестве метода оптимизации;

LEL-TSK — метод, основанный на комбинации индуктивного алгоритма для структурной идентификации и эволюционной стратегии для параметрической идентификации;

METSK-HD^e — масштабируемый двухэтапный метод нечёткого моделирования, структурная идентификация выполняется с помощью генетического алгоритма, для параметрической идентификации используется комбинация генетического алгоритма и фильтра Калмана.

Усреднённые значения оценок приведены в табл. 2 (жирным шрифтом выделены лучшие значения оценок для каждого набора данных).

Эксперименты продемонстрировали, что 8 из 21 набора нечётких систем, сформированных алгоритмами КЛИ и «стадо криля», показали лучшее качество аппроксимации, при этом число нечётких правил на всех наборах оказалось меньше.

Для оценки статистической значимости различий в числе правил и точности аппроксиматоров, сформированных алгоритмом «стадо криля» и алгоритмами-аналогами, использован критерий парных сравнений Уилкоксона.

Сравнительный анализ позволил сделать следующие выводы:

1) критерий Уилкоксона указывает на значимое различие между числом правил в аппроксиматорах на основе алгоритма «стадо криля» и аппроксиматорах-аналогах ($p\text{-value} < 9,6 \cdot 10^{-4}$);

2) критерий Уилкоксона указывает на отсутствие значимого различия между точностями аппроксимации на тестовых данных в сравниваемых аппроксиматорах.

Таким образом, при статистически неразличимой точности сравниваемых аппроксиматоров сформированные алгоритмом «стадо криля» аппроксиматоры являются предпочтительными в силу меньшего числа правил, что в конечном итоге указывает на их меньшую вычислительную сложность и более высокую интерпретируемость.

Заключение. При построении нечётких аппроксиматоров важно учитывать не только качество аппроксимации, но и структурные характеристики получаемых систем, влияющих на вычислительную сложность их выхода и интерпретируемость. К таким структурным характеристикам относится число нечётких правил. Предлагаемый метод построения нечётких систем типа Такаги — Сугено, основанный на алгоритме кусочно-линейной инициализации и метаэвристическом алгоритме «стадо криля», позволяет построить системы, статистически неразличимые по качеству аппроксимации и имеющие значимое отличие в числе нечётких правил по сравнению с алгоритмами-аналогами, что подтверждается тестами на реальных данных. Полученные результаты свидетельствуют о применимости предлагаемого метода для построения нечётких аппроксиматоров на основе анализа данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Magdalena L.** Fuzzy rule-based systems // Springer Handbook of Computational Intelligence. Berlin — Heidelberg: Springer-Verlag, 2015. P. 203–218.
2. **Takagi T., Sugeno M.** Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control // IEEE Trans. Syst., Man, and Cybern. 1985. **SMC-15**, N 1. P. 116–132.

3. **Mamdani E. H., Assilian S.** An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller // Intern. Journ. Man-Machine Studies. 1975. **7**, N 1. P. 1–13.
4. **Ishibuchi H., Nozaki K., Tanaka H.** Distributed representation of fuzzy rules and its application to pattern classification // Fuzzy Sets and Syst. 1992. **52**, N 1. P. 21–32.
5. **Kosko B.** Fuzzy systems as universal approximators // IEEE Trans. Comput. 1994. **43**, N 11. P. 1329–1333.
6. **Ying H., Chen G.** Necessary conditions for some typical fuzzy systems as universal approximators // Automatica. 1997. **33**, N 7. P. 1333–1338.
7. **Liu P., Li H.** Hierarchical TS fuzzy system and its universal approximation // Inform. Sci. 2005. **169**. P. 279–303.
8. **Abonyi J., Feil B.** Cluster Analysis for Data Mining and System Identification. Basel: Birkhäuser, 2007. 306 p.
9. **Yager R., Filev D.** Generation of fuzzy rules by mountain method // Journ. Intell. Fuzzy Syst. 1994. **2**. P. 209–219.
10. **Sadrabadi M. R., Zarandi M. H. F.** Identification of the linear parts of nonlinear systems for fuzzy modeling // Appl. Soft Comput. 2011. **11**, N 1. P. 807–819.
11. **Li C., Zhou J., Li Q. et al.** T-S fuzzy model identification based on a novel fuzzy c-regression model clustering algorithm // Eng. Appl. of AI. 2009. **22**, Is. 4–5. P. 646–653.
12. **Soltani M., Chaari A., Ben Hmida F.** A novel fuzzy c-regression model algorithm using a new error measure and particle swarm optimization // Intern. Journ. Appl. Math. Comp. Sci. 2012. **22**, N 3. P. 617–628.
13. **Ходашинский И. А., Сарин К. С., Черепанов С. А.** Об одном методе инициализации нечётких систем типа Такаги — Сугено // Автометрия. 2016. **52**, № 3. С. 61–70.
14. **Precup R.-E., Sabau M.-C., Petriu E. M.** Nature-inspired optimal tuning of input membership functions of Takagi — Sugeno — Kang fuzzy models for anti-lock braking systems // Appl. Soft Comput. 2015. **27**. P. 575–589.
15. **Rodriguez-Fdez I., Mucientes M., Bugarin A.** FRULER: Fuzzy rule learning through evolution for regression // Inform. Sci. 2016. **354**. P. 1–18.
16. **Tsakonas A.** Local and global optimization for Takagi — Sugeno fuzzy system by memetic genetic programming // Expert Syst. Appl. 2013. **40**, N 8. P. 3282–3298.
17. **Ходашинский И. А., Горбунов И. В., Сарин К. С., Субханкулова С. Р.** Алгоритмы структурной идентификации компактных и точных нечётких систем // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2016. **27**, № 1. С. 82–93.
18. **Hodashinsky I. A., Sarin K. S., Zykov D. D.** Takagi — Sugeno fuzzy systems structure identification based on piecewise linear initialization // Proc. of the 2015 Intern. Siberian Conf. on Control and Communications (SIBCON). Omsk: Omsk State Technical University, 2015. P. 1–4.
19. **Ходашинский И. А., Сарин К. С.** Методика построения компактных и точных нечётких систем типа Такаги — Сугено // Докл. ТУСУР. 2016. **19**, № 1. С. 50–56.
20. **Gandomi A. H., Alavi A. H.** Krill herd: A new bio-inspired optimization algorithm // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat. 2012. **17**, Is. 12. P. 4831–4845.
21. **Moodley K., Rarey J., Ramjugernath D.** Application of the bio-inspired Krill Herd optimization technique to phase equilibrium calculations // Comput. and Chem. Eng. 2015. **74**. P. 75–88.
22. **Kumari S., Arumugam M.** Application of bio-inspired krill herd algorithm for breast cancer classification and diagnosis // Indian Journ. of Sci. and Technol. 2015. **8**. P. 1–7.

23. **Beevi S. K., Nair M. S., Bindu G. R.** Automatic segmentation of cell nuclei using Krill Herd optimization based multi-thresholding and localized active contour model // Biocyber. and Biomed. Eng. 2016. **36**. P. 584–596.
24. **Банди Б.** Методы оптимизации. М.: Радио и связь, 1988. 128 с.
25. **KEEL.** Knowledge Extraction Based on Evolutionary Learning. URL: <http://www.keel.es/> (дата обращения: 24.03.2017).
26. **Wang G.-G., Gandomi A. H., Alavi A. H.** Study of lagrangian and evolutionary parameters in krill herd algorithm // Adaptation and Hybridization in Computational Intelligence. Springer, 2015. P. 111–128.
27. **Gacto M. J., Galende M., Alcalá R., Herrera F.** METSK-HDe: A multiobjective evolutionary algorithm to learn accurate TSK-fuzzy systems in high-dimensional and large-scale regression problems // Inform. Sci. 2014. **276**. P. 63–79.

Поступила в редакцию 24 марта 2017 г.
