

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 681.3.08+519.2

### МНОГОЭТАПНЫЕ АЛГОРИТМЫ ЛОКАЛИЗАЦИИ СЛУЧАЙНОГО ИМПУЛЬСНОГО ИСТОЧНИКА С ДВУХСТУПЕНЧАТОЙ ПЛОТНОСТЬЮ ВЕРОЯТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НА ИНТЕРВАЛЕ ПОИСКА

© А. Л. Резник, А. А. Соловьев, А. В. Торгов

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1  
E-mail: reznik@iae.nsk.su*

Предложены и рассчитаны параметры оптимальных по быстродействию алгоритмов пространственной локализации случайных импульсно-точечных источников, имеющих двухступенчатую плотность вероятности распределения на интервале поиска и обнаруживающих себя генерацией в случайные моменты времени мгновенных импульсов (дельта-функций). Показано преимущество построенных оптимальных алгоритмов локализации по сравнению с поисковыми процедурами, не учитывающими специфику пространственного распределения разыскиваемых импульсно-точечных объектов.

*Ключевые слова:* случайный точечный источник, мгновенный импульс, оптимальный поиск, точность локализации.

DOI: 10.15372/AUT20190411

**Введение.** В задачах, связанных с цифровой регистрацией и последующей программной обработкой быстропротекающих динамических процессов различной физической природы, одним из наиболее трудоёмких и методически сложных моментов является устранение импульсных помех, создаваемых точечными источниками со случайным пространственным распределением. Успешное решение таких задач требует, как правило, разработки алгоритмов высокоточного определения координат объектов — источников излучения, причём в большинстве практически важных приложений сделать это необходимо за минимальное (в статистическом плане) время. Обсуждаемые в данной работе задачи и алгоритмы оптимальной по времени локализации случайных импульсно-точечных объектов возникают во многих научно-технических приложениях. В частности, такие исследования требуются в задачах технической диагностики [1], в математической теории связи [2], а также в теории надёжности при разработке методов устранения неисправностей, проявляющихся в виде перемежающихся отказов [3]. В астрофизике и космологии [4] с такими проблемами сталкиваются при поиске барстеров — вспыхивающих галактических рентгеновских источников. В современных разделах информатики подобные процедуры применяются при построении алгоритмов детектирования слабоконтрастных и малоразмерных объектов на зашумленных цифровых изображениях [5], а, к примеру, в теории сигналов эти методы используются для оценивания надёжности процесса регистрации случайных точечных полей [6, 7]. Эквивалентные в математическом плане задачи возникают также при построении алгоритмов обнаружения, локализации и сопровождения динамических целей — источников излучения [8–11].

**Постановка задачи.** Под импульсно-точечным источником далее будет пониматься объект пренебрежимо малых угловых размеров (математическая точка), имеющий случайные координаты на оси абсцисс и генерирующий в случайные моменты времени бесконечно

короткие импульсы (дельта-функции). Поиск координат неизвестного объекта осуществляется с помощью регистрирующего устройства (приёмника) с произвольно перестраиваемым во времени окном обзора. Импульс фиксируется, если точечный источник в момент генерации импульса находится в окне обзора приёмного устройства. В противном случае импульс считается пропущенным. При регистрации очередного импульса происходит уточнение положения источника на координатной оси, в результате чего интервал поиска и окно сканирования сужаются, а процедура локализации возобновляется на следующем этапе и ведётся до момента фиксации следующего импульса и т. д. Необходимо за минимальное (в статистическом плане) время найти источник, обеспечив при этом заданную точность локализации.

В дальнейшем через  $f(x)$  будем обозначать функцию плотности вероятности, характеризующую положение случайного импульсного источника на оси абсцисс. При этом в рамках данного рассмотрения будет всегда считаться, что мощность источника известна, а сам он является пуассоновским, т. е. длительность пауз между генерируемыми им бесконечно короткими импульсами случайна с показательной плотностью вероятности распределения. Требуется построить процедуру, обеспечивающую минимальное среднее (усреднение ведётся по ансамблю реализаций) время локализации импульсного источника с точностью  $\varepsilon$ . Если ввести в рассмотрение бинарную функцию

$$u(x, t) = \begin{cases} 1, & \text{если точка } x \text{ в момент времени } t \text{ включена} \\ & \text{в окно приёмного устройства;} \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

задающую окно обзора приёмника в момент времени  $t$ , то математическое ожидание времени, прошедшего от начала поиска до регистрации первого импульса, запишется в виде

$$\langle \tau \rangle = \lambda \int_0^{\infty} dt \int_0^{\infty} dx \left[ t f(x) u(x, t) \exp \left( - \lambda \int_0^t u(x, \xi) d\xi \right) \right].$$

Одноэтапным будем называть такой алгоритм, который заканчивается при регистрации первого импульса. Естественно, что при одноэтапной локализации разыскиваемого источника размер окна приёмного устройства должен совпадать с требуемой точностью  $\varepsilon$  в течение всей поисковой процедуры. При высоких требованиях к точности локализации одноэтапные алгоритмы далеки от оптимальных, поэтому при построении оптимальной поисковой процедуры нельзя ограничиваться одноэтапными алгоритмами, а следует считать поисковую процедуру многошаговой, состоящей из нескольких этапов. Если заранее задать число этапов  $m$  и размер сканирующих окон приёмного устройства на каждом из них, то для среднего (в статистическом плане) времени такой  $m$ -этапной процедуры справедливо соотношение

$$\begin{aligned} \langle \tau \rangle = & \sum_{k=1}^m \lambda^k \int_0^{\infty} dx f(x) \int \cdots \int t_k \left\{ \prod_{l=1}^k \left[ dt_l u_l \left( x, \sum_{s=1}^l t_s, t_1, \dots, t_{l-1} \right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \exp \left( - \lambda \int_{\sum_{s=1}^{l-1} t_s}^{\sum_{s=1}^l t_s} u_l(x, \xi, t_1, \dots, t_{l-1}) d\xi \right) \right] \right\}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\int u_m(x, t, t_1, \dots, t_{m-1}) dx = \varepsilon,$$

где  $u_i(x, t, t_1, \dots, t_{i-1})$  — функция, задающая окно обзора на  $i$ -м этапе при условии, что зарегистрированные длительности пауз между предшествующими  $(i - 1)$ -м импульсами были  $t_1, t_2, \dots, t_{i-1}$ . Построение оптимальной многоэтапной стратегии поиска должно заключаться в отыскании целочисленного параметра  $m_{opt}$ , задающего количество поисковых этапов, и функций обзора  $u_i(x, t, t_1, \dots, t_{i-1})$ ,  $i = \overline{1, m_{opt}}$ , являющихся решением вариационной задачи (1). Найти эти экстремали, доставляющие минимум среднему времени локализации (1), в общем случае (когда плотность вероятностей  $f(x)$  произвольна) не всегда возможно. Представленное исследование посвящено разработке оптимального многоэтапного алгоритма локализации для конкретного случая, когда плотность вероятности распределения случайного импульсно-точечного источника в пределах интервала поиска задаётся двухступенчатой функцией. Важность этой задачи объясняется двумя причинами. Во-первых, двухступенчатая плотность вероятности является естественным обобщением равномерного распределения; во-вторых, построение алгоритма оптимального поиска источника, имеющего двухступенчатую плотность, открывает перспективу численного решения общей задачи многоэтапного поиска на основе многоступенчатой аппроксимации плотности вероятности распределения разыскиваемого источника.

Итак, подлежащая решению задача формулируется следующим образом. Пусть достоверно известно, что на интервале  $(0, L)$  расположен случайный пуассоновский импульсно-точечный источник известной мощности  $\lambda$ , имеющий в пределах интервала поиска двухступенчатую плотность вероятности распределения. Не ограничивая общности, можно считать, что  $L = 1$ , так что плотность вероятности распределения источника на оси абсцисс задаётся функцией (рис. 1)

$$f(x) = \begin{cases} h_1, & 0 < x < 1 - d, \\ h_2, & 1 - d \leq x < 1, \\ 0, & x \notin (0, 1). \end{cases} \quad (2)$$

Необходимо за минимальное время локализовать источник с точностью  $\varepsilon$ .

**Решение.** Заметим, что поскольку функция  $f(x)$  является плотностью вероятности, то  $\int f(x) dx = 1$  и, следовательно,  $h_1(1 - d) + h_2d = 1$  (это соотношение будет использоваться далее). Для определённости будем считать, что  $h_1 < h_2$ . Поскольку мощность  $\lambda$  пуассоновского источника — генератора импульсов — известна, то длительность пауз  $t$  между моментами генерации мгновенных импульсов является случайной величиной с показательной плотностью вероятности распределения  $g(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$ . Задача заключается в построении оптимального по времени многоэтапного алгоритма, обеспечивающего требуемую точность локализации разыскиваемого источника, т. е. необходимо построить такой алгоритм, который, с одной стороны, гарантирует требуемую точность локализации  $\varepsilon$ , с другой стороны, имеет наименьшее среднее время поиска среди всех возможных многоэтапных алгоритмов, при этом оптимальное количество поисковых этапов неизвестно и подлежит определению.

В данной работе первоначальной задачей является построение конструктивной схемы поискового алгоритма и получение в явном виде аналитических соотношений, описывающих среднее время локализации неизвестного источника для случая, когда известны все параметры поиска (не обязательно оптимального). Такими исходными данными являются величины, описывающие конкретную двухступенчатую функцию плотности вероятности распределения разыскиваемого источника  $f(x)$ , количество поисковых этапов

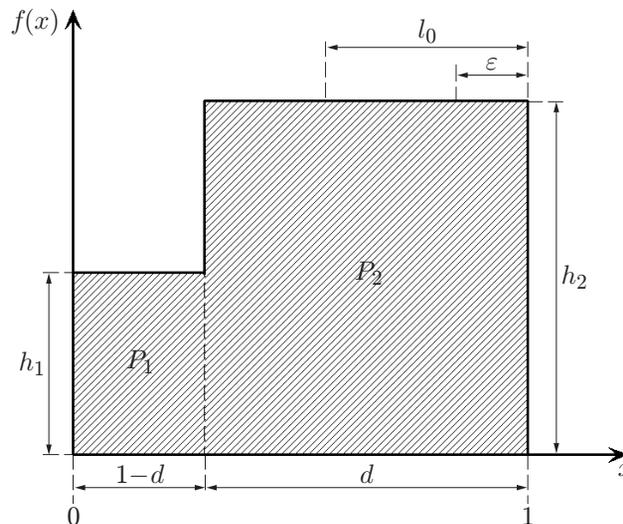


Рис. 1. Пример двухступенчатой плотности вероятности распределения неизвестного импульсного источника на интервале  $(0, 1)$

и размеры сканирующих окон приёмного устройства на каждом из них. При проведении такой предварительной работы решение основной задачи сводится к отысканию такого набора значений параметров поисковой процедуры, при которых соотношение для среднего времени локализации источника достигнет глобального минимума. Очевидно, что с учётом условия  $h_1 < h_2$  общая стратегия поиска должна строиться следующим образом: на предварительном этапе в течение некоторого времени, не превышающего порогового значения  $t_0$  (это значение заранее неизвестно), поиск осуществляется посредством сканирования подынтервала  $(1 - d, 1)$  окном  $l_0$ , размер которого необходимо рассчитать. Если за время  $t_0$  в окне приёмного устройства не фиксируется ни одного импульса, то по его истечении оптимальная стратегия должна переключиться со сканирования подынтервала  $(1 - d, 1)$  на сканирование всего интервала  $(0, 1)$ . Если же до истечения времени  $t_0$  будет зарегистрирован импульс, то сразу после его фиксации оптимальный поиск переключается на сканирование окна  $l_0$ , в котором был зафиксирован этот импульс. Такой поиск (в общем случае многоступенчатый) должен вестись до достижения требуемой точности  $\varepsilon$ .

Таким образом, на втором этапе в обоих вариантах задача сводится к проведению оптимального по времени поиска равномерно распределённого импульсного источника. Отличает эти варианты лишь то, что в первом из них (при отсутствии импульсов в течение промежутка времени  $t_0$ ) поиск продолжается на всём интервале  $(0, 1)$ , а во втором — внутри окна размером  $l_0$ . В дальнейшем будет использоваться нормированная величина  $\tau_0(\omega)$ ,  $0 < \omega < 1$ , обозначающая среднее время оптимальной локализации с точностью  $\varepsilon$  случайного пуассоновского источника единичной мощности  $\lambda = 1$ , сосредоточенного на интервале  $(0, 1)$  и имеющего на нём равномерное распределение. В [12] показано, что при произвольной мощности  $\lambda$  и произвольном поисковом интервале  $(0, L)$  среднее время оптимальной локализации равномерно распределённого импульсного источника равно  $\tau_{\lambda, L}(\varepsilon) = \lambda^{-1} \tau_0(\varepsilon/L)$ , а нормированная величина  $\tau_0(\omega)$ ,  $0 < \omega < 1$ , может быть представлена в виде табл. 1.

С учётом введённых обозначений для среднего времени локализации импульсного источника, имеющего двухступенчатую плотность вероятности распределения (2), получаем соотношение

$$\langle T \rangle = P_1 \left( t_0 + \frac{1}{\lambda} \tau_0(\varepsilon) \right) + P_2 \left[ \exp \left( - \frac{\lambda t_0 l_0}{d} \right) \left( t_0 + \frac{1}{\lambda} \tau_0(\varepsilon) \right) + \left( 1 - \exp \left( - \frac{\lambda t_0 l_0}{d} \right) \right) \times \right.$$

Таблица 1

Среднее время оптимальной локализации равномерно распределённого на интервале  $(0, 1)$  импульсного источника единичной мощности  $(\lambda = 1)$

Требуемая точность локализации $\omega$	Оптимальное время локализации $\tau_0(\omega)$
$(1/2)^2 \leq \omega < 1$	$(\omega)^{-1}$
$(2/3)^6 \leq \omega \leq (1/2)^2$	$2(\omega)^{-1/2}$
$(3/4)^{12} \leq \omega \leq (2/3)^6$	$3(\omega)^{-1/3}$
$\vdots$	$\vdots$
$\left(\frac{M}{M+1}\right)^{M(M+1)} \leq \omega \leq \left(\frac{M-1}{M}\right)^{M(M-1)}$	$M \times (\omega)^{-1/M}$

$$\times \left[ \frac{d}{\lambda l_0} - \frac{d}{\lambda l_0} \exp\left(-\frac{\lambda t_0 l_0}{d}\right) - t_0 \exp\left(-\frac{\lambda t_0 l_0}{d}\right) + \frac{1}{\lambda} \tau_0\left(\frac{\varepsilon}{l_0}\right) \right]. \quad (3)$$

Рассмотрим компоненты, входящие в выражение (3).

1. Величины  $P_1 = (1 - d)h_1$  и  $P_2 = dh_2$  описывают априорные вероятности попадания разыскиваемого источника в одну из зон поискового интервала  $(0, 1)$  — соответственно левую, имеющую длину  $(1 - d)$ , или правую, имеющую длину  $d$ .

2. Сомножитель при вероятности  $P_1$  является средним временем локализации для случая, когда разыскиваемый источник находится в левой зоне. Это время складывается из двух компонент: а) полного времени, затрачиваемого на предварительное сканирование правой зоны (оно равно  $t_0$ , так как разыскиваемого источника в ней нет); б) оптимального времени  $\tau_0(\varepsilon)/\lambda$ , требующегося для локализации с точностью  $\varepsilon$ ,  $0 < \varepsilon < 1$ , равномерно распределённого источника в пределах всего интервала  $(0, 1)$ .

3. Множитель в квадратных скобках при вероятности  $P_2$  соответствует среднему времени локализации, когда разыскиваемый импульсный источник расположен в правой зоне. В этом случае произвести расчёт среднего времени несколько сложнее (по сравнению с п. 2), так как процесс поиска на предварительном этапе может проходить по одному из двух взаимоисключающих вариантов. Первый из них отражает ситуацию, когда на предварительном этапе продолжительностью  $t_0$  приёмному устройству не удаётся зафиксировать ни одного импульса. Вероятность такой ситуации выражается множителем  $\exp(-\lambda t_0 l_0/d)$ , а среднее время данного поиска совпадает с  $t_0 + \lambda^{-1} \tau_0(\varepsilon)$  — средним временем локализации источника при его «левостороннем» расположении. Второй вариант возникает, когда в течение предварительного промежутка времени  $t_0$  приёмному устройству удаётся зафиксировать импульс. Вероятность такого события равна  $1 - \exp(-\lambda t_0 l_0/d)$ , а сомножитель, отвечающий за среднее время локализации, состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое — среднее время

$$\frac{d}{\lambda l_0} - \frac{d}{\lambda l_0} \exp\left(-\frac{\lambda l_0 t_0}{d}\right) - t_0 \exp\left(-\frac{\lambda l_0 t_0}{d}\right), \quad (4)$$

отсчитываемое от начала поиска до момента фиксации первого импульса, второе слагаемое — дополнительное время  $\lambda^{-1} \tau_0(\varepsilon/l_0)$ , которое необходимо затратить на проведение поиска внутри окна  $l_0$ , чтобы достичь требуемой точности  $\varepsilon$ .

В приведённом перечне переменных и выражений, входящих в соотношение (3), дополнительного пояснения требует, пожалуй, лишь величина, описываемая соотношением (4). Вообще говоря, если мы имеем дело со случайным пуассоновским источником мощностью  $\theta$ , то это означает, что длительность пауз между импульсами имеет показательное

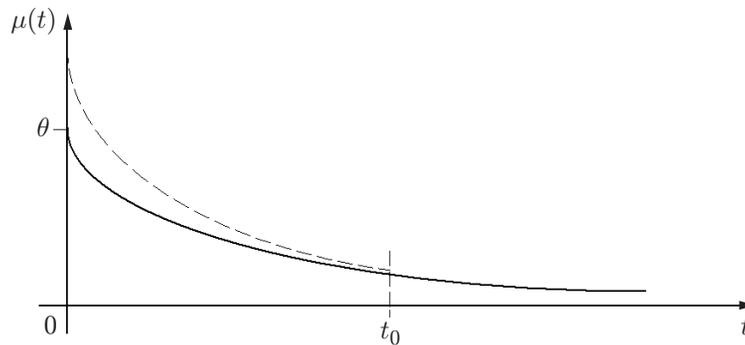


Рис. 2. Графики зависимостей: сплошная кривая  $\mu(t)$  — плотность вероятности распределения длины паузы между импульсами случайного пуассоновского источника мощностью  $\theta$  (показательное распределение); штриховая кривая  $\tilde{\mu}(t)$  — условная плотность вероятности распределения длины паузы пуассоновского источника мощностью  $\theta$  при условии, что длина паузы не превысила значения  $t_0$  (урезанное и нормированное показательное распределение)

распределение  $\mu(t) = \theta \exp(-\theta t)$ . Если при этом известно, что продолжительность паузы не превысила значения  $t_0$ , то условная плотность вероятности длительности такой паузы будет задаваться функцией

$$\tilde{\mu}(t) = \theta e^{-\theta t} H(t)H(t_0 - t) / \int_0^{t_0} \theta e^{-\theta \xi} d\xi,$$

где  $H(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0, \\ 0, & z < 0 \end{cases}$  — единичная функция Хевисайда (рис. 2). Математическое ожидание случайной величины, имеющей плотность  $\tilde{\mu}(t)$ , равно

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t \tilde{\mu}(t) dt = \int_0^{t_0} \theta t e^{-\theta t} dt / \int_0^{t_0} \theta e^{-\theta \xi} d\xi = \frac{1}{\theta} - \frac{t_0 e^{-\theta t_0}}{1 - e^{-\theta t_0}} = \frac{1 - e^{-\theta t_0} - \theta t_0 e^{-\theta t_0}}{\theta(1 - e^{-\theta t_0})},$$

что использовано в соотношении (3).

Далее по заданным входным параметрам необходимо рассчитать время  $t_0$ , соответствующее максимально возможной (пороговой) продолжительности предварительного этапа сканирования, по истечении которого (если не зафиксировано ни одного импульса) приёмная система должна переключаться в режим многоэтапного оптимального сканирования всего интервала  $(0, 1)$  до достижения требуемой точности локализации  $\varepsilon$ . Введя переменную  $\Omega = \lambda t_0$ , преобразуем среднее время поиска (3) в соотношение

$$\langle T \rangle = \frac{1}{\lambda} \left\{ \left[ P_1 \Omega + P_2 \left( \tau_0(\varepsilon) - \tau_0\left(\frac{\varepsilon}{l_0}\right) - \frac{d}{l_0} \right) \exp\left(-\frac{l_0}{d} \Omega\right) \right] + \left[ P_1 \tau_0(\varepsilon) + P_2 \left( \frac{d}{l_0} + \tau_0\left(\frac{\varepsilon}{l_0}\right) \right) \right] \right\}, \quad (5)$$

подлежащее минимизации по параметрам  $l_0$  и  $\Omega$ . Отметим, что величины  $l_0 = l_{0 \min}$  и  $\Omega = \Omega_{\min}$ , доставляющие минимум выражению (5), едины для всех значений параметра  $\lambda$ , описывающего мощность разыскиваемого источника. Поэтому достаточно решить

оптимизационную задачу (5) для случайного источника единичной мощности ( $\lambda = 1$ ), а значение порогового времени  $t_0$  для источника произвольной мощности получится умножением «единичного» времени  $t_0$  на величину  $(1/\lambda)$  — среднюю продолжительность паузы между его импульсами.

Двумерная нелинейная оптимизационная задача (5) допускает упрощение. Поскольку в точке глобального минимума частные производные  $\partial\langle T \rangle / \partial \Omega$  и  $\partial\langle T \rangle / \partial l_0$  должны (если глобальный экстремум не лежит на границе) обращаться в нуль, то

$$\frac{\partial\langle T \rangle}{\partial \Omega} = \frac{1}{\lambda} \left\{ P_1 - P_2 \left[ \frac{l_0}{d} \left( \tau_0(\varepsilon) - \tau_0\left(\frac{\varepsilon}{l_0}\right) \right) - 1 \right] \exp\left(-\frac{l_0}{d} \Omega\right) \right\} = 0,$$

откуда

$$P_1 = P_2 \left\{ \left[ \frac{l_0}{d} \left( \tau_0(\varepsilon) - \tau_0\left(\frac{\varepsilon}{l_0}\right) \right) - 1 \right] \exp\left(-\frac{l_0}{d} \Omega\right) \right\}. \quad (6)$$

Разрешая (6) относительно  $\Omega$ , получаем

$$\Omega = \frac{d}{l_0} \ln \left\{ \frac{P_2}{P_1} \left[ \frac{l_0}{d} \left( \tau_0(\varepsilon) - \tau_0\left(\frac{\varepsilon}{l_0}\right) \right) - 1 \right] \right\}. \quad (7)$$

После подстановки (7) в (5) и проведения всех необходимых упрощений исходная двумерная оптимизационная задача (3) сводится к одномерной задаче минимизации среднего времени поиска

$$\begin{aligned} \langle T \rangle = & \frac{1}{\lambda} \left\{ P_1 \frac{d}{l_0} \left\{ 1 + \ln \left[ \frac{P_2}{P_1} \left[ \frac{l_0}{d} \left( \tau_0(\varepsilon) - \tau_0\left(\frac{\varepsilon}{l_0}\right) \right) - 1 \right] \right\} \right\} + \\ & + P_1 \tau_0(\varepsilon) + P_2 \left\{ \frac{d}{l_0} + \tau_0\left(\frac{\varepsilon}{l_0}\right) \right\} \right\} \Rightarrow \min_{l_0}. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, для расчёта точки  $(l_{0 \min}, t_{0 \min})$ , доставляющей глобальный минимум среднему времени локализации (3), необходимо сначала решить одномерную вариационную задачу (8), т. е. определить значение параметра  $l_{0 \min}$ . Затем для нахождения значения параметра  $t_{0 \min}$  следует воспользоваться зависимостью  $\Omega = \lambda t_0$  и соотношением (7). В результате получим

$$t_{0 \min} = \frac{\Omega}{\lambda} = \frac{d}{\lambda l_{0 \min}} \ln \left\{ \frac{P_2}{P_1} \left[ \frac{l_{0 \min}}{d} \left( \tau_0(\varepsilon) - \tau_0\left(\frac{\varepsilon}{l_{0 \min}}\right) \right) - 1 \right] \right\}.$$

Программные расчёты по численному решению одномерной оптимизационной задачи (8), к которой свелась общая задача (1), показали, что если оптимальный поиск неизвестного источника ведётся с учётом априорной информации о его двухступенчатом распределении, то это существенно сокращает среднее время достижения требуемой точности локализации неизвестного импульсного источника. Предложенные оптимальные алгоритмы сравнивались по быстродействию с многоэтапными алгоритмами поиска, не учитывающими специфику пространственного распределения разыскиваемого источника, т. е. с такими алгоритмами, в отношении которых предполагалось, что они применяются к случайным источникам, имеющим равномерное распределение в пределах интервала поиска. В табл. 2 в качестве примера представлены результаты сравнительных расчётов для нескольких ступенчатых распределений при различных требованиях к точности локализации разыскиваемого источника.

Таблица 2

Относительный выигрыш оптимальной поисковой процедуры в быстродействии при двухступенчатом распределении случайного импульсно-точечного источника

$h_1$	$h_2$	$\varepsilon$	$l_{0 \min}$	$t_{0 \min}/\lambda$	$\langle T_{opt} \rangle/\lambda$	$\Delta, \%$
0,5	1,5	0,1	0,2760	1,9306	5,9454	6,3774
0,5	1,5	0,25	0,25	2,1972	3,5493	12,6981
0,03	1,485	0,0667	0,2107	11,1221	6,4782	14,2088
0,03	1,485	0,1333	0,3040	8,3642	4,5886	19,3660

Примечание:  $h_1$  — значение функции двухступенчатой плотности вероятности  $f(x)$  в левой зоне;  $h_2$  — значение функции двухступенчатой плотности вероятности  $f(x)$  в правой зоне;  $\varepsilon$  — требуемая точность локализации импульсно-точечного источника;  $l_{0 \min}$  — размер сканирующего окна приёмного устройства на предварительном этапе;  $t_{0 \min}$  — предельная пороговая продолжительность предварительного этапа;  $\langle T_{opt} \rangle$  — итоговая средняя продолжительность оптимальной поисковой процедуры;  $\Delta$  — выигрыш в быстродействии предложенного алгоритма локализации (по отношению к универсальному алгоритму поиска, не учитывающему двухступенчатое распределение случайного источника).

**Заключение.** Построены оптимальные по времени многоэтапные алгоритмы локализации случайных импульсно-точечных источников, применимые в тех случаях, когда априорная плотность вероятности распределения разыскиваемого объекта является двухступенчатой функцией. При известной мощности случайного импульсного источника предложенные алгоритмы многоэтапной оптимальной локализации физически реализуемы и обладают заметным преимуществом в быстродействии по сравнению с алгоритмами, не учитывающими специфику пространственного распределения разыскиваемых импульсно-точечных объектов.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 19-01-128 и 18-51-00001) и Министерства науки и высшего образования РФ (проект № АААА-А17-117052410034-6).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gnedenko B. V., Belyayev Yu. K., Solovyev A. D. *Mathematical Methods of Reliability Theory*. N. Y.: Academic, 1969. 518 p.
2. Shannon C. E. A mathematical theory of communication // *Bell Syst. Techn. Journ.* 1948. **27**, Is. 3. P. 379–423.
3. Биргер И. А. *Техническая диагностика*. М.: Машиностроение, 1978. 240 с.
4. Weinberg S. *Cosmology*. N. Y.: Oxford University Press, 2008. 593 p.
5. Kirichuk V. S., Mokin K. Yu., Reznik A. L. Algorithms for processing of series of digital aerospace images based on automatic search for the conjugate points // *Pattern Recogn. Image Anal.* 2001. **11**, N 1. P. 192–194.
6. Reznik A. L., Soloviev A. A., Torgov A. V. On the probability of the formation of local groups in random point images // *Pattern Recogn. Image Anal.* 2016. **26**, N 4. P. 714–719.
7. Резник А. Л., Тузиков А. В., Соловьев А. А., Торгов А. В. Интеллектуальная программная поддержка в задачах анализа случайных цифровых изображений // *Вычислительные технологии*. 2018. **23**, № 5. С. 70–81.
8. Zhu X., Wen L., Hobbs G. et al. Detection and localization of single-source gravitational waves with pulsar timing arrays // *Month. Notices Royal Astronom. Soc.* 2015. **449**, N 2. P. 1650–1663. DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/stv381>.

9. **Wang S., Fowlkes C.** Learning optimal parameters for multi-target tracking with contextual interactions // Intern. Journ. Comput. Vis. 2017. **122**, N 3. P. 484–501.
10. **Wei H., Cai Z., Tang B., Yu Z.** Review of the algorithms for radar single target tracking // IOP Conf.: Ser. Earth Envir. Sci. 2017. **69**, N 1. 012073. DOI: 10.1088/1755-1315/69/1/012073.
11. **Quidu I., Jaulin L., Bertholom A., Dupas Y.** Robust multitarget tracking in forward-looking sonar image sequences using navigational data // IEEE Journ. Ocean. Eng. 2012. **37**, N 3. P. 417–430.
12. **Резник А. Л., Тузиков А. В., Соловьев А. А., Торгов А. В.** Оптимальные по быстродействию алгоритмы поиска случайных импульсно-точечных источников для систем с несколькими приёмными устройствами // Автометрия. 2017. **53**, № 3. С. 3–11.

*Поступила в редакцию 04.06.2019*

*После доработки 11.06.2019*

*Принята к публикации 11.06.2019*

---