УДК 535.411.854

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ИЗ ЦИФРОВЫХ ГОЛОГРАММ, ПОЛУЧЕННЫХ ПРИ ЗАДАНИИ СЛУЧАЙНЫХ ФАЗОВЫХ СДВИГОВ

© В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Г. А. Поздняков, Д. С. Хайдуков

Новосибирский государственный технический университет, 630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20 E-mail: v.quzhov@corp.nstu.ru

Рассматривается новый метод восстановления изображений из серии цифровых голограмм, полученных методом пошагового фазового сдвига при случайных значениях фазовых сдвигов. Показано, что изображения, восстановленные с цифровой голограммы в области Френеля на расстоянии, совпадающем с расстоянием от объекта до голограммы, состоят из двух частей, одна из которых является чётким изображением объекта, а вторая, вызванная неправильным заданием фазовых сдвигов, состоит из набора расфокусированных изображений объекта. При этом незначительно снижается качество восстановленного изображения. Этот эффект позволяет отказаться от использования прецизионных систем задания фазового сдвига и значительно снизить требования к стабилизации оптической установки.

Ключевые слова: цифровая голография, метод пошагового фазового сдвига, интерферометрия, случайные фазовые сдвиги.

DOI: 10.15372/AUT20190616

Введение. Цифровая голография существенно повышает производительность и практичность интерференционных методов измерений. Современные методы цифровой голографии основаны на регистрации интенсивности интерференционной картины с помощью матричных фотоприёмников. В [1] был впервые предложен цифровой метод восстановления изображений. Дальнейшее развитие цифровая голография получила после возможности непосредственной записи голограмм в цифровой форме [2–4]. Большой вклад в эту область исследований внесли российские учёные [5–8].

Для разделения действительного и мнимого изображений от центрального пучка наиболее часто используется внеосевая схема получения голограмм, предложенная в [9], с углами между интерферирующими пучками порядка 30° и более. Для этого требуются материалы с пространственным разрешением 2000–4000 лин./мм. Цифровые матрицы для регистрации интенсивности в настоящее время имеют разрешение менее 250 лин./мм, поэтому при получении голограмм требуется уменьшать угол между интерферирующими пучками [10]. При небольших углах неизбежно происходит перекрытие спектров в разных дифракционных порядках.

Использование методов пошагового фазового сдвига при получении голограмм позволяет избежать проблем, связанных с устранением нулевого порядка дифракции и изображения-двойника [8, 11–13].

Целью данной работы является компьютерное моделирование и экспериментальное исследование эффекта самофокусировки изображений, восстановленных с голограмм, которые получены методом пошагового фазового сдвига.

Формирование математической голограммы. В отличие от процесса образования классических голограмм, содержащих информацию только об интенсивности, при использовании пошагового фазового сдвига можно сформировать математическую голограмму [7]. В отличие от цифровых голограмм, которые являются картинами интенсивности, математическая голограмма — это поле комплексных величин

$$G(x,y) = a_p(x,y) e^{-i\varphi_p(x,y)},$$
(1)

где $a_p(x,y)$ — амплитуда поля; $\varphi_p(x,y)$ — фаза поля, рассеянного от объекта в плоскости голограммы.

Для нахождения амплитуды и фазы математической голограммы формируется серия голограмм, образуемая внесением различных фазовых сдвигов в опорный пучок [14, 15]. В [16–20] получена обобщённая схема алгоритма определения разности фаз для различного числа произвольных фазовых сдвигов. Фазовая разность $\Delta \varphi = \varphi_p(x, y) - \varphi_r(x, y)$ между объектным $\varphi_p(x, y)$ и опорным $\varphi_r(x, y)$ пучками может быть найдена как

$$\Delta \varphi = \arctan\left(\frac{\mathbf{I} \cdot \mathbf{C}^{\perp}}{\mathbf{I} \cdot \mathbf{S}^{\perp}}\right),\tag{2}$$

где $\mathbf{I} = (I_0, I_1, \dots, I_{m-1})$ — вектор интенсивностей набора *m* голограмм, полученных при фазовых сдвигах $\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_{m-1}$; $\mathbf{C} = (\cos \delta_0, \dots, \cos \delta_{m-1})^\top$; $\mathbf{S} = (\sin \delta_0, \dots, \sin \delta_{m-1})^\top$; \mathbf{I}^\perp — вектор, ортогональный вектору $\mathbf{I}, (\mathbf{I} \cdot \mathbf{I}^\perp) = 0$.

Зная разность фаз $\Delta \varphi$ и фазу опорной волны $\varphi_r(x, y)$, можно найти исходное фазовое распределение для фазы объектной волны $\varphi_p(x, y)$.

Для формирования математической голограммы (1) необходимо определить амплитуду исходной волны $a_p(x, y)$, что легко выполнить, если в качестве опорного пучка использовать плоскую волну с постоянной амплитудой. В этом случае достаточно найти величину $B(x, y) = 2a_p(x, y)a_r(x, y)$, где $a_r(x, y)$ — амплитуда опорного пучка:

$$B = \frac{1}{|\mathbf{C} \cdot \mathbf{S}^{\perp}|} \sqrt{(\mathbf{I} \cdot \mathbf{S}^{\perp})^2 + (\mathbf{I} \cdot \mathbf{C}^{\perp})^2} \,. \tag{3}$$

Для получения изображения объекта достаточно сделать дискретное преобразование Френеля над математической голограммой [21]

$$\Gamma(r,s) = -\exp\left\{i\frac{\pi}{\lambda d}\left[\left(\Delta\xi\left(r-\frac{N_x}{2}\right)\right)^2 + \left(\Delta\eta\left(s-\frac{N_y}{2}\right)\right)^2\right]\right\} \times \\ \times\Im\left(G(k,l)\exp\left\{i\frac{\pi}{\lambda d}\left[\left(\Delta\xi\left(k-\frac{N_x}{2}\right)\right)^2 + \left(\Delta\eta\left(l-\frac{N_y}{2}\right)\right)^2\right]\right\}\right),\tag{4}$$

где λ — длина волны когерентного источника, используемая для освещения; d — расстояние, которое содержит комплексное распределение волнового поля, рассеянного от плоскости регистрации голограмм; G(k,l) — отсчёты математической голограммы (1) с интервалами дискретизации $\Delta\xi$ и $\Delta\eta$; N_x и N_y — число отсчётов.

Если *d* совпадает с расстоянием от объекта до голограммы, то изображение будет сфокусировано.

Основным недостатком метода пошагового фазового сдвига является необходимость знания точных значений, вносимых в опорный пучок фазовых сдвигов. Ошибки при задании фазовых сдвигов или использовании неправильных значений фазовых сдвигов в формуле расшифровки приводят к ошибкам измерения фазы и амплитуды изображения исходного объекта [16]. Поэтому в оптических схемах применяют прецизионные устройства для внесения сдвигов и схемы стабилизации установки от внешних колебаний (голографические столы).

Покажем, что при восстановлении изображений по математическим голограммам возникают ошибки, которые незначительно ухудшают качество изображений. Влияние неточности установки фазовых сдвигов на формирование математической голограммы. Используя формулу Эйлера $a \exp^{-i\varphi} = a(\cos \varphi - i \sin \varphi)$, математическую голограмму (1) можно записать в виде

$$G(x,y) = a_p(x,y)\cos\left(\varphi_p(x,y)\right) - ia_p(x,y)\sin\left(\varphi_p(x,y)\right).$$
(5)

В выражении для разности фаз (2) $\cos(\varphi_p(x,y)) \approx \mathbf{I}^{\perp} \cdot \mathbf{S}$, а $\sin(\varphi_p(x,y)) \approx \mathbf{I}^{\perp} \cdot \mathbf{C}$. Поэтому выражение (5) будет иметь вид

$$G(x,y) = a_p(x,y)\mathbf{I}^{\perp} \cdot \mathbf{S} - ia_p(x,y)\mathbf{I}^{\perp} \cdot \mathbf{C}.$$
(6)

Представим значение синуса фазы при четырёх сдвигах как

$$\cos\left(\Delta\varphi\right) = \mathbf{I}^{\perp} \cdot \mathbf{C} = \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos\left(\delta_0 + \Delta\delta_0\right) \\ \cos\left(\delta_1 + \Delta\delta_1\right) \\ \cos\left(\delta_2 + \Delta\delta_2\right) \\ \cos\left(\delta_3 + \Delta\delta_3\right) \end{pmatrix},\tag{7}$$

где матрица M имеет такой же вид, как и в выражении (6), а $\Delta \delta_i$ — ошибка при задании фазового сдвига. Далее запишем косинус в виде суммы правильного значения и некоторой ошибки:

$$\cos\left(\delta_i + \Delta\delta_i\right) = \cos\left(\delta_i\right) + \cos\left(\delta_i + \Delta\delta_i\right) - \cos\left(\delta_i\right) = C + \Delta C.$$
(8)

Тогда, используя выражение для разницы двух косинусов: $\cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2\sin((\alpha + \beta)/2) \cdot \sin((\alpha - \beta)/2)$, получим выражение для ошибки при неправильном задании углов фазовых сдвигов:

$$\Delta C = \cos\left(\delta_i + \Delta \delta_i\right) - \cos\left(\delta_i\right) = -2\sin\left(\delta_i + \Delta \delta_i/2\right) \cdot \sin\left(\Delta \delta_i/2\right). \tag{9}$$

С помощью выражения $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$ преобразуем (9) и получим

$$\Delta C = -2\sin\left(\delta_i + \Delta\delta_i/2\right) \cdot \sin\left(\Delta\delta_i/2\right) =$$

$$= -2\sin\delta_i \cdot \cos\left(\Delta\delta_i/2\right) \cdot \sin\left(\Delta\delta_i/2\right) - 2\cos\delta_i \cdot \sin\left(\Delta\delta_i/2\right) \cdot \sin\left(\Delta\delta_i/2\right).$$
(10)

С учётом известного тригонометрического выражения $\sin \alpha \cdot \cos \beta = [\sin (\alpha - \beta) + \sin (\alpha + \beta)]/2$ будем иметь

$$\Delta C = -\sin \delta_i \cdot \sin \Delta \delta - 2\cos \delta_i \cdot \sin (\Delta \delta_i/2) \cdot \sin (\Delta \delta_i/2) =$$
$$= -\sin \delta_i \cdot \sin \Delta \delta - 2\cos \delta_i \cdot [\sin (\Delta \delta_i/2)]^2. \tag{11}$$

Аналогично получаем зависимость ошибки определения синуса фазы от неправильного задания фазовых сдвигов:

$$\sin\left(\Delta\varphi\right) = \mathbf{I}^{\perp} \cdot \mathbf{S} = \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sin\left(\delta_0 + \Delta\delta_0\right) \\ \sin\left(\delta_1 + \Delta\delta_1\right) \\ \sin\left(\delta_2 + \Delta\delta_2\right) \\ \sin\left(\delta_3 + \Delta\delta_3\right) \end{pmatrix},$$
(12)

$$\sin\left(\delta_i + \Delta\delta_i\right) = \sin\left(\delta_i\right) + \sin\left(\delta_i + \Delta\delta_i\right) - \sin\left(\delta_i\right) = S + \Delta S,\tag{13}$$

$$\Delta S = \sin \left(\delta_i + \Delta \delta_i\right) - \sin \left(\delta_i\right) = 2\cos \left(\delta_i + \Delta \delta_i/2\right) \cdot \sin \left(\Delta \delta_i/2\right) =$$
$$= 2\cos \delta_i \cdot \cos \left(\Delta \delta_i/2\right) \cdot \sin \left(\Delta \delta_i/2\right) - 2\sin \delta_i \cdot \left[\sin \left(\Delta \delta_i/2\right)\right]^2 =$$
$$= \cos \delta_i \cdot \sin \Delta \delta_i - 2\sin \delta_i \cdot \left[\sin \left(\Delta \delta_i/2\right)\right]^2.$$
(14)

Амплитуда объектного пучка в поле голограммы может быть найдена из выражения (3). В случае плоского опорного пучка с точностью до множителя $|\mathbf{S} \cdot \mathbf{C}^{\perp}|^{-1}$

$$a_p \cong \sqrt{(\mathbf{I} \cdot \mathbf{S}^{\perp})^2 + (\mathbf{I} \cdot \mathbf{C}^{\perp})^2}$$
 (15)

Множитель $|\mathbf{S} \cdot \mathbf{C}^{\perp}|^{-1}$ определяет среднюю яркость голограммы, и при неправильном определении или задании фазовых сдвигов она будет меняться.

Таким образом, при произвольных фазовых сдвигах математическую голограмму можно представить в виде суперпозиции правильной голограммы, полученной при действительно внесённых сдвигах, и голограммы, соответствующей некоторой ошибке задания фазовых сдвигов

$$G_{error}(x,y) = G(x,y) + G_1(x,y),$$
 (16)

где для четырёх сдвигов выражение для $G_1(x, y)$ примет вид

$$G_{1}(x,y) \cong \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \\ I_{2} \\ I_{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\delta_{0}) \cdot \sin(\Delta \delta_{0}) \\ \cos(\delta_{1}) \cdot \sin(\Delta \delta_{1}) \\ \cos(\delta_{2}) \cdot \sin(\Delta \delta_{2}) \\ \cos(\delta_{3}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \end{pmatrix} - i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \\ I_{2} \\ I_{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\delta_{0}) \cdot \sin(\Delta \delta_{0}) \\ \sin(\delta_{1}) \cdot \sin(\Delta \delta_{1}) \\ \sin(\delta_{2}) \cdot \sin(\Delta \delta_{2}) \\ \sin(\delta_{3}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \end{pmatrix} - i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \\ I_{2} \\ I_{3} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\delta_{0}) \cdot \sin(\Delta \delta_{0}) \\ \sin(\delta_{1}) \cdot \sin(\Delta \delta_{1}) \\ \sin(\delta_{2}) \cdot \sin(\Delta \delta_{2}) \\ \sin(\delta_{3}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \end{pmatrix} - i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{2} \\ I_{3} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\delta_{0}) \cdot \sin(\Delta \delta_{0}) \\ \sin(\delta_{1}) \cdot \sin(\Delta \delta_{1}) \\ \sin(\delta_{2}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \end{pmatrix} - i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{2} \\ I_{3} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\delta_{0}) \cdot \sin(\Delta \delta_{0}) \\ \sin(\delta_{1}) \cdot \sin(\Delta \delta_{1}) \\ \sin(\delta_{2}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \end{pmatrix} - i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{2} \\ I_{3} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\delta_{0}) \cdot \sin(\Delta \delta_{0}) \\ \sin(\delta_{1}) \cdot \sin(\Delta \delta_{1}) \\ \sin(\delta_{2}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \end{pmatrix} - i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{2} \\ I_{3} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\delta_{0}) \cdot \sin(\Delta \delta_{0}) \\ \sin(\delta_{1}) \cdot \sin(\Delta \delta_{1}) \\ \sin(\delta_{2}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \end{pmatrix} - i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{2} \\ I_{3} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\delta_{0}) \cdot \sin(\Delta \delta_{1}) \\ \sin(\delta_{2}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \\ \sin(\delta_{3}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \end{pmatrix} - i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{2} \\ I_{3} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\delta_{0}) \cdot \sin(\Delta \delta_{1}) \\ \sin(\delta_{2}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \\ \sin(\delta_{3}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \end{pmatrix} - i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{2} \\ I_{3} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\delta_{0}) \cdot \sin(\Delta \delta_{1}) \\ \sin(\delta_{3}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \\ \sin(\delta_{3}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \end{pmatrix} - i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{2} \\ I_{3} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\delta_{0}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \\ \sin(\delta_{3}) \cdot \sin(\Delta \delta_{3}) \end{pmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \\ I_{2} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \\ I_{2} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \\ I_{2} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \\ I_{2} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \\ I_{2} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \\ I_{2} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \\ I_{2} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \\ I_{2} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{2} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} M \begin{pmatrix} I_{0} \\ I_{1} \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

$$-2\left[M\begin{pmatrix}I_{0}\\I_{1}\\I_{2}\\I_{3}\end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix}\sin\left(\delta_{0}\right) \cdot \left[\sin\left(\Delta\delta_{0}/2\right)\right]^{2}\\\sin\left(\delta_{1}\right) \cdot \left[\sin\left(\Delta\delta_{1}/2\right)\right]^{2}\\\sin\left(\delta_{2}\right) \cdot \left[\sin\left(\Delta\delta_{2}/2\right)\right]^{2}\\\sin\left(\delta_{3}\right) \cdot \left[\sin\left(\Delta\delta_{3}/2\right)\right]^{2}\end{pmatrix} + 2i\left[M\begin{pmatrix}I_{0}\\I_{1}\\I_{2}\\I_{3}\end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix}\cos\left(\delta_{0}\right) \cdot \left[\sin\left(\Delta\delta_{0}/2\right)\right]^{2}\\\cos\left(\delta_{1}\right) \cdot \left[\sin\left(\Delta\delta_{1}/2\right)\right]^{2}\\\cos\left(\delta_{2}\right) \cdot \left[\sin\left(\Delta\delta_{2}/2\right)\right]^{2}\\\cos\left(\delta_{3}\right) \cdot \left[\sin\left(\Delta\delta_{3}/2\right)\right]^{2}\end{pmatrix}.$$
(17)

Для того чтобы восстановить амплитуду и фазу объектного пучка, необходимо сделать преобразование Френеля над математической голограммой. Оказывается, что в этом случае изображение объекта формируется из голограммы с правильными сдвигами G(x, y)и из ошибочной части голограммы $G_1(x, y)$ (16). Первое изображение фокусируется чётко, а второе будет размыто. Для демонстрации этого явления проведём компьютерное моделирование восстановления амплитуды и фазы при произвольных значениях фазовых сдвигов.



Puc. 1. Распределение комплексных амплитуд в плоскости, касательной к объекту: слева амплитуда, справа фаза



Puc. 2. Распределение амплитуд и фаз, восстановленных из цифровых голограмм в плоскости наблюдения при задании неправильных углов сдвига

Компьютерное моделирование восстановления амплитуды и фазы при произвольных значениях фазовых сдвигов. Пусть получена серия голограмм от объекта с амплитудой и фазой, показанных на рис. 1. Фаза объекта распределена в диапазоне от $-\pi$ до π . Процесс компьютерного моделирования голограмм приведён в [21, 22]. Для формирования голограмм к волновому фронту, рассеянному от объекта, добавляется опорный фронт с некоторыми известными фазовыми сдвигами. Допустим, что мы не знаем точного значения этих сдвигов и проводим восстановление при каких-то других произвольно выбранных величинах.

На рис. 2 представлена серия голограмм, полученных при сдвигах между опорным и объектным пучками 0, 90, 180, 270°. Определим математическую голограмму при некоторых случайных сдвигах между опорным и объектным пучками и восстановим амплитуду и фазу в области наблюдения, которая находится на таком же расстоянии, что и плоскость получения голограмм от объекта. В нижней строке на рисунке приведены значения фазовых сдвигов, при которых производится расшифровка.

Из рисунка видно, что, несмотря на явные ошибки при задании сдвигов при расшифровке, амплитуда и фаза объектного пучка соответствуют объекту.



Puc. 3. Распределение амплитуды в плоскости наблюдения на различном расстоянии от голограммы до плоскости наблюдения



Puc. 4. Распределение амплитуды после восстановления при задании произвольных углов сдвига на различном расстоянии от объекта до плоскости голограммы

При определении амплитуды, кроме изображения объекта, появляются некоторые искажения, вызванные неправильными сдвигами. Эти искажения зависят от расстояний, на которых фиксируется голограмма и восстанавливается изображение. С увеличением расстояния искажения формируют изображение, соответствующее двойнику амплитуды объекта в области Фраунгофера. Продемонстрируем данное свойство путём формирования математической голограммы с неизвестными фазовыми сдвигами (рис. 3). При восстановлении изображения по математической голограмме произвольно выбраны углы сдвига 0, 10, 20, 30°.

Эффекты фокусировки изображения и расфокусировки искажений, вызванных неправильным заданием углов фазовых сдвигов, можно показать, изменяя расстояние, на котором восстанавливаются амплитуда и фаза по математической голограмме (рис. 4). Пусть плоскость, в которой фиксируются голограммы, расположена на расстоянии 135 мм от объекта. Рассмотрим восстановление голограмм при различных расстояниях до плоскости восстановления. Видно, что изображение в плоскости, находящейся на расстоянии 135 мм от голограммы, расположено в фокусе, но искажения при этом не фокусируются в изображение-двойник.

Из рис. 2–4 следует, что искажения сказываются на качестве восстановления амплитуды, но их влияние может быть минимизировано выбором расстояния до плоскости получения голограммы.



Puc. 5. Восстановленное изображение. На графике уменьшена величина центрального пика для возможности визуализации малых величин искажений



Рис. 6. Схема записи голограммы и её вид сверху (1 — лазер, 2 — объект, 3 — расширитель пучка, 4 — светофильтр для выравнивания уровня интенсивности, 5 — опорное зеркало, закреплённое на пьезокерамике, 6 — зеркало для юстировки установки, 7 — делитель светового пучка, 8 — диафрагма, 9 камера)

На рис. 5 показано восстановленное изображение с углами сдвига 0, 10, 20, 30° и расстоянием до плоскости голограммы 135 мм. На среднем изображении ограничен диапазон интенсивности, для того чтобы искажения были заметны. Справа показан график распределения амплитуды вдоль центральной строки объекта. Амплитуда искажений составляет менее 1 %.

Таким образом, при восстановлении изображений из математических голограмм могут быть выбраны произвольные углы сдвига. Это позволяет при записи голограмм использовать случайные углы сдвига фаз между объектной и опорной волнами и тем самым избавиться от прецизионных устройств внесения фазовых сдвигов в оптической установке. При этом появляются искажения, которые снижают качество восстановленного изображения, но влиянием которых можно в большинстве случаев пренебречь.

Экспериментальные результаты. Для экспериментальной проверки эффектов фокусировки изображений использовалась простая оптическая схема (рис. 6).

В качестве объекта применялся юбилейный серебряный значок Новосибирского государственного технического университета.

На рис. 7 показаны результаты интерференции между опорным и объектным пучками при изменения фазового угла сдвига.



Puc. 7. Интерференционные картины при изменения фазового угла сдвига (верхний ряд), увеличенные фрагменты голограмм (нижний ряд)



Puc. 8. Результат восстановления изображения из математической голограммы (слева исходное изображение значка, справа амплитуда восстановленного поля при случайных сдвигах)

По этим картинам формировалась математическая голограмма (1). Изображение восстанавливалось с помощью преобразования Френеля. Размер объекта 7 мм, расстояние от объекта до плоскости восстановления изображения 135 мм.

Эффект фокусировки голографических изображений, описанный в этой работе, был обнаружен случайно при проведении эксперимента. В одном из экспериментов устройство для управления сдвигом пьезокерамики оказалось отключённым. Однако результаты восстановления изображения получились сопоставимыми как при включённом, так и при выключенном устройстве внесения фазовых сдвигов (рис. 8).

Для регистрации цифровых голограмм использовалась зеркальная камера CanonEOS 650. Случайный сдвиг вносился колебаниями установки при откидывании зеркала на фотокамере в процессе регистрации голограммы.

Заключение. В данной работе рассмотрен новый эффект восстановления изображений из цифровых голограмм, полученных методом пошагового фазового сдвига. Показано, что искажения, вызванные неправильным заданием или использованием ошибочных значений сдвигов при расшифровке, незначительно ухудшают качество изображений.

Этот эффект позволяет создавать цифровые голографические системы со случайным заданием фазовых сдвигов. Такие сдвиги могут образовываться внешними помехами, например при вибрации установки, что даёт возможность снизить требования к стабилизации оптической установки и отказаться от использования прецизионных устройств задания фазовых сдвигов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Goodman J. W., Lawrence R. W. Digital image formation from electronically detected holograms // Appl. Phys. Lett. 1967. 11, N 3. P. 77–79.
- Schnars U., Jüptner W. Direct recording of holograms by a CCD-target and numerical reconstruction // Appl. Opt. 1994. 33, N 2. P. 179–181.
- Schnars U. Direct phase determination in hologram interferometry with use of digitally recorded holograms // JOSA A. 1994. 11, Iss. 7. P. 2011–2015.
- 4. Digital Holography: Digital Hologram Recording, Numerical Reconstruction and Related Techniques /Eds. U. Schnars, W. Jüptner. Berlin: Springer, 2005. 164 p.
- 5. Kronrod R. W., Merzlyakov N. S., Yaroslavskii L. P. Reconstruction of a hologram with a computer // Sov. Journ. Tech. Phys. 1972. 17, N 2. P. 333–334.
- Ярославский Л. П. Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии: Введение в цифровую оптику. М.: Радио и связь, 1987. 296 с.
- 7. Ярославский Л. П., Мерзляков Н. С. Цифровая голография. М.: Наука, 1982. 219 с.
- 8. **Гуров И. П.** Компьютерная обработка интерференционных сигналов на основе алгоритма управляемого фазового сдвига // Оптический журнал. 1998. **65**, № 10. С. 38–42.
- Leith E. N., Upatnieks J. Reconstructed wavefronts and communication theory // JOSA. 1962. 52, N 10. P. 1123–1130.
- Балтийский С. А., Гуров И. П., де Никола С. и др. Современные методы цифровой голографии // Проблемы когерентной и нелинейной оптики /Под ред. И. П. Гурова, С. А. Козлова. С.-Пб.: СПбГУ ИТМО, 2004. Вып. 3. С. 91–117.
- Yamaguchi I., Zhang T. Phase-shifting digital holography // Opt. Lett. 1997. 22, Iss. 16. P. 1268–1270.
- Lai S., King B., Neifeld M. A. Wavefront reconstruction by means of phase-shifting digital in-line holography // Opt. Commun. 2000. 173, Iss. 1–6. P. 155–160.
- De Nicola S., Ferraro P., Finizio A., Pierattini G. Wave front reconstruction of Fresnel offaxis holograms with compensation of aberrations by means of phase-shifting digital holography // Opt. Lasers Eng. 2002. 37, Iss. 4. P. 331–340.
- 14. Гужов В. И., Ильиных С. П., Хайбулин С. В. Восстановление фазовой информации на основе методов пошагового фазового сдвига при малых углах между интерферирующими пучками // Автометрия. 2017. 53, № 3. С. 101–106.
- Wyant J. C. Interferometric optical metrology: Basic principles and new systems // Laser Focus. 1982. 18, N 5. P. 65–71.
- 16. Hariharan P., Oreb B. F., Brown N. Digital phase-measurement system for real-time holographic interferometry // Opt. Commun. 1982. 41, N 6. P. 393–398.
- Wyant J. C., Creath K. Recent advances in interferometric optical testing // Laser Focus. 1985. 21, N 11. P. 118–132.
- Гужов В. И., Ильиных С. П. Оптические измерения. Компьютерная интерферометрия. М.: Изд-во Юрайт, 2018. 258 с.

- 19. Гужов В. И., Ильиных С. П., Хайдуков Д. С., Вагизов А. Р. Универсальный алгоритм расшифровки // Науч. вестн. НГТУ. 2010. 41, N 4. С. 51–58.
- 20. Guzhov V., Ilinykh S., Kuznetsov R., Haydukov D. Generic algorithm of phase reconstruction in phase-shifting interferometry // Opt. Eng. 2013. 52, N 3. 030501.
- 21. Ильиных С. П., Гужов В. И. Обобщённый алгоритм расшифровки интерферограмм с пошаговым сдвигом // Автометрия. 2002. **38**, № 3. С. 123–126.
- 22. Гужов В. И. Компьютерная голография. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. 270 с.

Поступила в редакцию 29.01.2019 После доработки 01.04.2019 Принята к публикации 18.06.2019