

УДК 535.23

СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ

© Ф. Ю. Канев¹, В. П. Аксенов¹, Н. А. Макенова^{1,2},
И. Д. Веретехин^{1,3}

¹*Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН,
634055, г. Томск, площадь Академика Зуева, 1*

²*Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
634050, г. Томск, пр. Ленина, 30*

³*Национальный исследовательский Томский государственный университет,
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36
E-mail: mna@iao.ru*

Рассмотрены два алгоритма определения координат оптических вихрей. В первом из них вихрь находится по ветвлению полос интерференционной картины, во втором — в результате обработки распределения градиентов волнового фронта. Показано, что оба алгоритма позволяют регистрировать координаты с высокой точностью, кроме этого, возможным является определение смещений особых точек, возникающих в результате дифракции излучения.

Ключевые слова: оптические вихри, точки ветвления интерференционных полос, локальные наклоны, датчик Шека — Гартмана.

DOI: 10.15372/AUT20200302

Введение. Под терминами «оптический вихрь», «дислокация» или «особая точка волнового фронта» обычно [1] понимают точку окончания разрыва фазового профиля излучения, которой соответствует точка нулевой интенсивности в распределении амплитуды. Так как вихревые лазерные пучки широко используются в линиях оптической связи [2], при управлении смещениями микрочастиц (оптический пинцет [3]), при фильтрации микрочастиц (оптическое сито [4]) исследование вихрей является одним из актуальных направлений развития современной оптики.

В вышеприведённых примерах необходимым является определение числа и координат особых точек, поэтому методы регистрации вихрей интенсивно развиваются на протяжении последних 20–30 лет. Первые работы в этой области появились, по-видимому, в 90-е годы, когда наличие и заряд дислокации определяли визуально по ветвлению полос интерференционной картины [5]. Развитием такого подхода является использование для исследования характеристик сингулярного излучения сдвигового интерферометра, в котором для получения интерферограммы не требуется второй пучок [6, 7]. Но даже в указанных здесь современных публикациях параметры вихрей находятся невооружённым глазом, что означает невысокое быстродействие и чаще всего неудовлетворительную точность метода.

Для решения проблемы был разработан компьютерный алгоритм обработки интерференционной картины [8], точность которого проверялась при анализе результатов лабораторного и численного экспериментов. Основные недостатки метода — отсутствие информации о координатах и топологическом заряде дислокаций, фактически нет информации и о числе особых точек. Отмеченные недостатки были учтены и частично устранены при построении ещё одного алгоритма, предназначенного для определения точек ветвления интерференционных полос [9].

Оригинальные методы обнаружения вихрей рассмотрены в [10, 11]. В первом случае было показано, что в результате интерференции вихревого и сопряжённого пучков (сопряжение осуществляется прибором, который называется «a dove prism») получается излучение с характерным распределением амплитуды, по которому возможным является определение топологического заряда вихря. При работе наблюдаются следующие ограничения: в пучке должен присутствовать только один вихрь, его координаты не регистрируются. В [11] теоретически и экспериментально показано, что при наличии оптического вихря в лазерном излучении изменяется интерференционная картина, полученная в двухщелевом интерферометре. В частности, появляется наклон полос. Угол наклона позволяет определить топологический заряд вихря. Ограничения точно такие же, как и для предыдущего алгоритма.

Серия современных исследований посвящена определению особых точек с использованием датчика Шэка — Гартмана. Идея метода заключается в вычислении циркуляции наклонов, измеренных датчиком, и определении на основе полученного значения топологического заряда соответствующего оптического вихря. Метод подробно описан в [12], где также представлены проблемы, возникающие при регистрации вихревого диполя, т. е. двух особых точек, имеющих одинаковые по модулю и разные по знаку топологические заряды. Увеличение точности метода предложено в [13], но так как оно достигается за счёт увеличения размеров контура интегрирования, можно ожидать, что при этом произойдёт падение разрешения датчика.

Проведённый анализ литературных источников показывает, что необходимым является развитие интерференционных методов регистрации особых точек. Существующие алгоритмы компьютерной обработки интерферограмм не позволяют установить координаты вихрей, определение их числа и топологического заряда часто осуществляется визуально, а значит, не очень точно. Для снятия указанных ограничений требуется новый алгоритм, использование которого может быть рекомендовано только после оценки точности его работы.

Необходимой также является оценка точности работы методов, основанных на определении локальных наклонов датчиком Гартмана. Здесь, прежде всего, требуется оценить, как влияет конечное разрешение датчика на возможность применения прибора в различных условиях. Отметим также, что исследование двух методов невозможно считать полным без проведения их сравнения.

Решению перечисленных задач посвящена данная работа, в которой рассматриваются характеристики двух алгоритмов регистрации оптических вихрей. Подробное описание алгоритмов приводится в [14, 15].

Регистрация координат особых точек волнового фронта по ветвлению полос интерференционной картины. На основе методов численного эксперимента демонстрируется применение алгоритма для регистрации вихревого диполя, двух дислокаций с топологическими зарядами $+1$ и -1 , находящихся на небольшом (менее начального радиуса пучка) расстоянии друг от друга. Выбор диполя в качестве объекта исследований был обусловлен тем, что данная конфигурация особых точек позволяет оценить особенности, проявляющиеся при регистрации дислокаций с зарядами противоположных знаков. Ещё одной целью являлась проверка точности определения координат вихрей — операция, которая из-за недостатка данных не была выполнена [14] при обработке интерферограмм, полученных экспериментально.

Оптическая схема численного эксперимента приведена на рис. 1. В плоскости излучающей апертуры формировались два когерентных гауссовых пучка, в один из которых (левый) вводились оптические вихри с заданными параметрами, т. е. с определёнными топологическими зарядами и координатами. За счёт введения наклонов в фазовый профиль

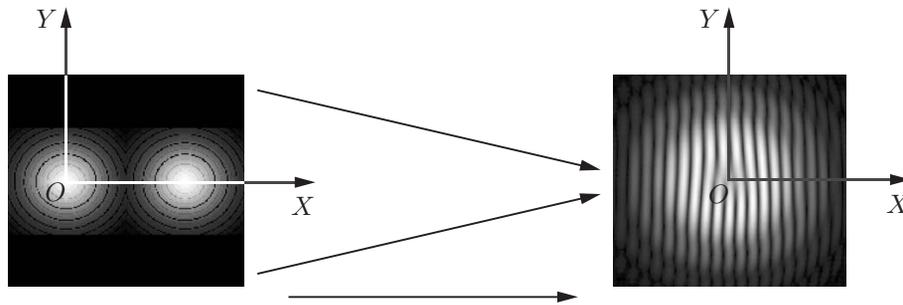


Рис. 1. Геометрия численного эксперимента

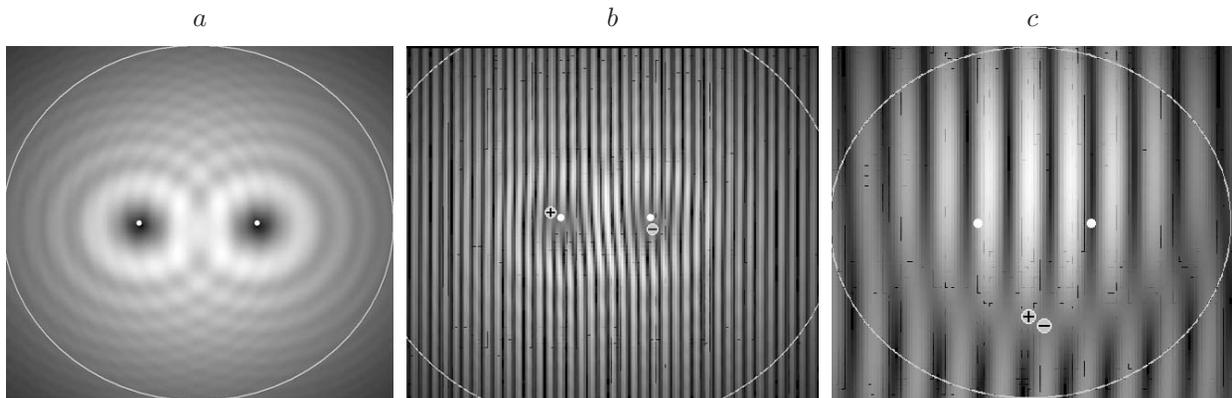


Рис. 2. Распределение амплитуды и интерференционные картины вихревого излучения (кружками белого цвета показаны начальные (в плоскости $Z = 0$) позиции вихрей, кружками со знаками «+» и «-» — дислокации, зарегистрированные алгоритмом; на всех рисунках отмечен начальный радиус пучка: $Z = 0,05$ (a), $Z = 0,05$ (b), $Z = 0,25$ (c)

пучки пересекались в некоторой плоскости, в результате чего формировалась интерференционная картина излучения.

Система координат задавалась следующим образом. В плоскостях, перпендикулярных направлению распространения, располагались оси OX , OY , которые на рисунке показаны в плоскости источника и в плоскости формирования интерферограммы. Направление распространения излучения совпадало с положительным направлением оси OZ . Были введены следующие нормировки: поперечные координаты нормировались на начальный радиус пучка a_0 , продольная координата — на дифракционную длину Z_d ($Z_d = ka_0^2$, где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число и λ — длина волны). Пучки формировались в плоскости $Z = 0$, в плоскости Z наблюдалась интерференционная картина.

Алгоритмом обрабатывалась полученная в модельном эксперименте интерферограмма, помещённая в BMP-файл, т. е. рисунок, сформированный набором точек, поэтому найденные координаты ветвления задавались в пикселях. Для пересчёта в метрическую систему должны быть известны размеры рисунка, тогда от пикселей возможен переход к сантиметрам или миллиметрам. В проведённых численных исследованиях размеры рисунка и координаты особых точек выражались в начальных радиусах пучка.

Результаты моделирования представлены на рис. 2, на каждом из изображений показан начальный радиус и положения особых точек в плоскости апертуры источника (кружками белого цвета). На рис. 2, a второй пучок (пучок без дислокаций) исключён, поэтому видно распределение амплитуды вихревого излучения, в котором ясно просматриваются

Таблица 1

Координаты вихрей, формирующих диполь, определённые при обработке интерференционной картины

Вихрь с положительным зарядом (левый)				Вихрь с отрицательным зарядом (правый)				Z
X_1	$X_{1\text{Initial}}$	Y_1	$Y_{1\text{Initial}}$	X_2	$X_{2\text{Initial}}$	Y_2	$Y_{2\text{Initial}}$	
-0,304	-0,263	-0,04	0	0,312	0,3	-0,071	0	0,05

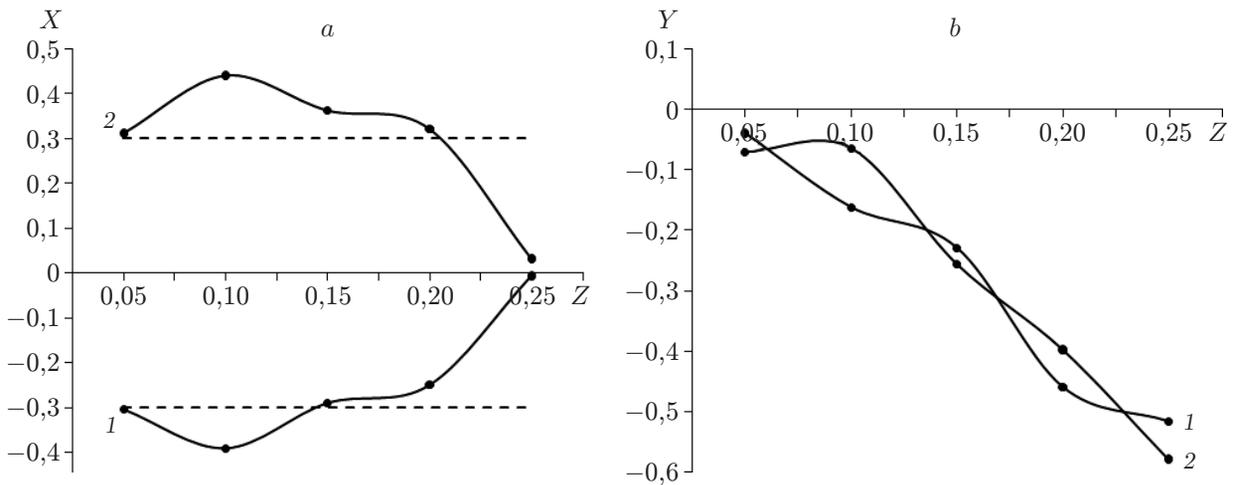


Рис. 3. Изменение координат диполя: X (a) и Y (b) (кривые 1 соответствуют вихрю с положительным топологическим зарядом, кривые 2 — с отрицательным. Штриховыми линиями показано начальное положение вихрей)

минимумы, соответствующие оптическим вихрям. На рис. 2, b, c приведены интерференционные картины, в которых алгоритм находит точки ветвления полос. Искажения в виде вертикальных чёрных штрихов, наблюдаемых на рис. 2, c, обусловлены особенностью вывода изображения на экран. На точность процедуры определения максимумов и минимумов интерференционной картины они не влияют.

Известно, что при распространении пучка дислокации смещаются от своего начального положения, поэтому для оценки отклонения фактического положения вихря от координат, зафиксированных алгоритмом, расстояние Z было взято настолько малым, насколько это позволяла расчётная сетка. Полученные для трассы $Z = 0,05$ данные представлены на рис. 2, b и в табл. 1. С индексом Initial приводятся координаты введённой в пучок особой точки.

Так как расстояние Z достаточно мало, смещением дислокаций в процессе дифракции излучения можно пренебречь и отклонение заданных координат от полученных объяснить ограничениями, свойственными алгоритму. В нашем случае это отклонение составляет несколько десятых начального радиуса пучка.

Смещение вихрей от своего начального положения при увеличении Z показано на рис. 2, b, c и рис. 3. Приведённые данные демонстрируют вначале расхождение дислокации, увеличение расстояния между вихрями, затем сближение друг с другом. Одновременно наблюдается их смещение в отрицательном направлении оси OY .

На дистанции распространения пучка, приблизительно равной $0,3$ дифракционной длины, происходит аннигиляция особых точек. При этом координаты дислокаций опре-

деляются с точностью до десятых долей начального радиуса пучка.

Регистрация оптических вихрей на основе анализа градиентов фазы и локальных наклонов волнового фронта. В [12] показано, что регистрация особых точек может быть выполнена при вычислении циркуляции $\Gamma(a)$ локальных наклонов $\alpha(\mathbf{R}, Z)$ или градиентов волнового фронта, т. е. интеграл

$$\Gamma(a) = \oint_L \alpha(\mathbf{R}, Z) d\mathbf{R} \quad (1)$$

должен быть равен $\pm 2\pi$, если в контуре интегрирования находится особая точка первого порядка, $\pm 4\pi$, если второго порядка, и т. д. В приведённом уравнении Z — координатная ось, направление которой совпадает с направлением распространения пучка, L — периметр контура интегрирования. Для определения координат особых точек вся область регистрации разбивается на прямоугольные (с окружностями работать сложнее) ячейки, по периметру каждой из которых вычисляется циркуляция [16]. Если особая точка попадает в ячейку, интеграл (1) принимает определённое значение, зависящее от топологического заряда вихря, именно по этому значению определяется наличие и порядок особой точки.

Локальные наклоны волнового фронта могут быть измерены датчиком Шэка — Гартмана, а градиенты находятся согласно уравнению [17]

$$\nabla S = \frac{1}{2ikI(Z)} (E^* \nabla E - E \nabla E^*).$$

Здесь E — комплексная амплитуда светового поля, $I(Z)$ — интенсивность излучения, k — волновое число, i — мнимая единица. Особенностью двух вариантов применения метода является то, что локальные наклоны могут быть определены и в численном, и в лабораторном эксперименте, тогда как градиенты возможно получить только в результате вычислений. Кроме того, на точность определения наклонов влияет размерность раstra микролинз датчика Гартмана, при вычислении градиентов ограничения вносятся только размерностью расчётной сетки. Различие может быть более чем в 100 раз.

Для сравнения точности рассматриваемого алгоритма с описанным в предыдущем разделе интерференционным методом вновь будем использовать вихревой диполь. Координаты формирующей диполь вихрей, зарегистрированные на малых расстояниях ($Z = 0$ и $Z = 0,05$), представлены в табл. 2. Рассмотрим более подробно правый (рис. 2, *b, c*) вихрь, топологический заряд которого равен -1 . В плоскости $Z = 0$ алгоритмом определены следующие координаты особой точки $X_2 = 0,303$ и $Y_2 = -0,010$, а для введённой в пучок дислокации координаты равны $0,300$ и $0,000$ соответственно. Отличие наблюдается в третьем знаке после запятой для абсциссы и во втором для ординаты, т. е. точность очень высокая.

В процессе дифракции излучения дислокации обычно смещаются в пучке, поэтому на расстоянии $Z = 0,05$ абсцисса $X_2 = 0,332$, а ордината особой точки не изменилась: $Y_2 = -0,010$. Можно видеть, как увеличивается отклонение от начального положения, которое теперь обусловлено не только конечной точностью алгоритма, но и движением вихрей. Для интерференционного алгоритма значения координат $X_2 = 0,312$ и $Y_2 = -0,040$ (см. табл. 1). Различие наблюдается во втором знаке после запятой, это значит, что если мы находим удовлетворительной точность второго алгоритма (анализ градиентов), то точность первого (интерференционного) тоже можно считать достаточной для решения задач.

По распределению градиентов для диполя были вычислены изменения координаты X при распространении пучка вдоль оси Z (рис. 4).

Таблица 2

Координаты вихрей, формирующих диполь,
найденные при обработке распределения градиентов волнового фронта

Вихрь с положительным зарядом (левый)				Вихрь с отрицательным зарядом (правый)				Z
X_1	$X_{1\text{Initial}}$	Y_1	$Y_{1\text{Initial}}$	X_2	$X_{2\text{Initial}}$	Y_2	$Y_{2\text{Initial}}$	
-0,264	-0,263	-0,010	0,000	0,303	0,300	-0,010	0,000	0,00
-0,303	-0,263	-0,010	0,000	0,332	0,300	-0,010	0,000	0,05

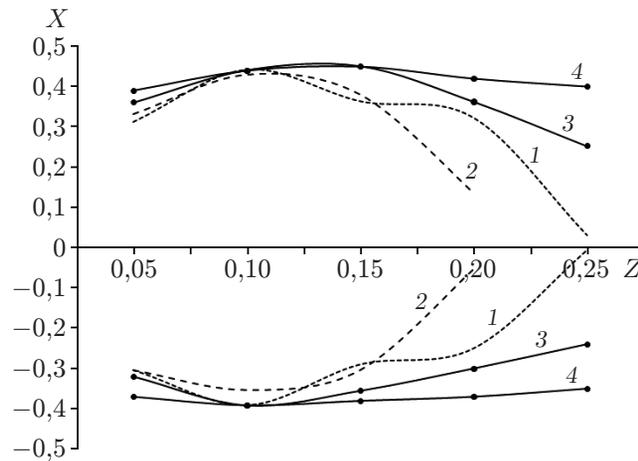


Рис. 4. Изменение координат X полюсов диполя. Кривые 1 получены при использовании алгоритма обработки интерферограммы, кривые 2 — при вычислении циркуляции градиентов волнового фронта, кривые 3 — при введении в модель системы датчика с размерностью растра 64×64 , кривые 4 — 128×128

На этом же рисунке указаны координаты особых точек, определённые с использованием датчика Гартмана с размерностью растров микролинз 64×64 и 128×128 , а также координаты, определённые интерференционным алгоритмом. Видно, что в рассмотренных четырёх случаях между кривыми наблюдаются значительные отличия при длинах трасс $Z > 0,15$, т. е. в той области, когда вихри расположены на малом расстоянии друг от друга. Причём совершенно неясно, в каком варианте получаются точные координаты формирующих диполь вихрей. По-видимому, для выяснения точности необходимо проведение дальнейших исследований.

В диапазоне $0,05-0,15$ различие в координатах не превышает $0,1$ начального радиуса пучка. Интерференционный алгоритм и алгоритм вычисления циркуляции градиентов здесь дают приблизительно одинаковые значения, а использование датчика не приводит к значительному увеличению погрешностей в определении координат вихрей.

Заключение. Представленные в данной работе результаты позволяют заключить:

1. При $Z = 0$ (единственная плоскость, где мы точно знаем координаты дислокаций) расхождение между реальным положением особых точек и положением, зарегистрированным при обработке распределения градиентов, наблюдается только во втором знаке после запятой.

2. На трассах распространения от $0,05$ до $0,15$ дифракционных длин определение вихрей на основе обработки градиентов и с использованием интерференционного алгоритма обеспечивают приблизительно одинаковую точность регистрации. Применение для реги-

страции локальных наклонов датчиков с размерностью растров 64×64 и 128×128 не приводит к значительному снижению точности.

3. Расхождение между алгоритмами наблюдается на расстояниях свыше $0,15$ дифракционных длин, т. е. в области, где особые точки находятся достаточно близко друг к другу. Для объяснения различий в определении координат необходимо проведение дальнейших исследований.

Финансирование. Работа выполнена в рамках проекта П.10.3.5. «Разработка методов и систем адаптивной коррекции для формирования когерентных пучков и оптических изображений в атмосфере» (государственная регистрация № АААА-А17-117021310146-3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Fried D. L.** Branch point problem in adaptive optics // *JOSA. A.* 1998. **10**, Iss. 10. P. 2759–2767.
2. **Wu J., Li H., Li Y.** Encoding information as orbital angular momentum states of light for wireless optical communications // *Opt. Eng.* 2007. **1**. 019701.
3. **Ng J., Lin Zh., Chan C. T.** Theory of optical trapping by an optical vortex beam // *Phys. Rev. Lett.* 2010. **104**. 103601.
4. **Gahagan K. T., Swartzlander G. A.** Trapping of low-index microparticles in an optical vortex // *JOSA. B.* 1998. **15**, Iss. 2. P. 524–534.
5. **White A. G., Smith C. P., Heckenberg N. R. et al.** Interferometric measurements of phase singularities in the output of a visible laser // *Journ. Modern Opt.* 1991. **38**, Iss. 12. P. 2531–2541.
6. **Khajavi B., Ureta R. G., Galvez E. J.** Determining vortex-beam superpositions by shear interferometry // *Photonics.* 2018. **5**, N 16. P. 1–12. DOI: 10.3390/photonics5030016.
7. **Венедиктов В. Ю.** Прогресс в подходах к определению топологического заряда вихревых оптических пучков // Тез. докл. XXV конф. (раб. группа) «Аэрозоли Сибири». Томск, 26–29 ноября, 2018. С. 119.
8. **Patorski K., Pokorski K.** Examination of singular scalar light fields using wavelet processing of fork fringes // *Appl. Opt.* 2011. **50**, Iss. 5. P. 773–781.
9. **Канев Ф. Ю., Аксенов В. П., Стариков Ф. А. и др.** Алгоритм определения топологических зарядов и числа оптических вихрей по ветвлению полос интерференционной картины // *Оптика атмосферы и океана.* 2019. **32**, № 8. С. 620–627. DOI: 10.15372/AOO20190803.
10. **Li X., Tai Y., Lv F., Nie Zh.** Measuring the fractional topological charge of LG beams by using interference intensity analysis // *Opt. Commun.* 2015. **334**. P. 235–239.
11. **Sztul H. I., Alfano R. R.** Double-slit interference with Laguerre — Gaussian beams // *Opt. Lett.* 2006. **31**, Iss. 7. P. 999–1001.
12. **Chen M., Roux F. S.** Dipole influence on Shack — Hartmann vortex detection in scintillated beams // *JOSA. A.* 2008. **25**, Iss. 5. P. 1084–1090.
13. **Huang H., Luo J., Matsui Y. et al.** Eight-connected contour method for accurate position detection of optical vortices using Shack — Hartmann wavefront sensor // *Opt. Eng.* 2015. **54**, Iss. 11. 111302.
14. **Канев Ф. Ю., Аксенов В. П., Веретехин И. Д.** Регистрация оптических вихрей датчиком Шека — Гартмана // *Вестн. РФФИ.* 2018. **4**. С. 8–10.
15. **Kanev F. Yu., Aksenov V. P., Makenova N. A. et al.** Detection of an optical vortex topological charge and coordinates // *Proc. SPIE.* 2018. **10833**. 108331J.
16. **Канев Ф. Ю., Лукин В. П.** Адаптивная оптика. Численные и экспериментальные исследования. Томск: Изд-во СО РАН, 2005. 250 с.

17. **Аксенов В. П., Измайлов И. В., Канев Ф. Ю., Стариков Ф. А.** Алгоритмы восстановления сингулярного волнового фронта лазерного излучения: анализ и повышение точности // Квантовая электроника. 2008. **38**, № 7. С. 673–677.

Поступила в редакцию 14.06.2019

После доработки 18.09.2019

Принята к публикации 04.10.2019
