

УДК 538.9

## ТРАНСПОРТНЫЕ СВОЙСТВА ДВУМЕРНЫХ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ИЗОЛЯТОРОВ И ЭКСИТОННЫХ КОНДЕНСАТОВ

© М. В. Боев<sup>1,2</sup>, Л. С. Брагинский<sup>1,3</sup>, В. М. Ковалёв<sup>1,2</sup>,  
Л. И. Магарилл<sup>1,3</sup>, М. М. Махмудиан<sup>1,3</sup>, М. В. Энтин<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>*Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 13*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный технический университет,  
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20*

<sup>3</sup>*Новосибирский государственный университет,  
630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2*

*E-mail: vadimkovalev@isp.nsc.ru,  
mahmood@isp.nsc.ru,  
entin@isp.nsc.ru*

Представлен обзор работ лаборатории теоретической физики Института физики полупроводников им. А. В. Ржанова СО РАН. Обсуждаются два направления исследований: транспортные свойства двумерных экситонных систем и электронный транспорт в двумерных топологических изоляторах. Существенное внимание уделено экситонным системам в режиме бозе-эйнштейновского конденсата и теории проводимости двумерного топологического изолятора толщиной, близкой к критической, обусловленной разветвлённой сетью краевых состояний, пронизывающей образец.

*Ключевые слова:* двумерный топологический изолятор, краевые состояния, низкотемпературная проводимость, экситон, конденсат Бозе — Эйнштейна.

DOI: 10.15372/AUT20200513

**Введение.** Представленный обзор посвящён результатам исследований сотрудников лаборатории теоретической физики Института физики полупроводников им. А. В. Ржанова СО РАН. Круг исследований лаборатории достаточно широк и охватывает многие актуальные разделы физики низкоразмерных полупроводниковых систем: плазмонику, электронные свойства квантовых точек и колец, нелинейные транспортные явления, теорию фотогальванических эффектов, физику бозе-конденсированных систем и сверхпроводимость. В данной работе остановимся на описании результатов, касающихся транспортных свойств двумерных систем, активно изучаемых в настоящее время. К таковым относятся двумерные топологические изоляторы — двумерные диэлектрические слои, проводящие электрический ток по краевым состояниям вдоль своего геометрического края, и двумерные структуры, содержащие двумерные экситонные газы. Экситоны, будучи бозе-частицами, могут испытывать фазовый переход в состояние бозе-эйнштейновского конденсата, что делает их перспективными как при исследовании физических свойств, так и технических приложений.

Данная работа посвящена теоретическому описанию поглощения микроволнового излучения и фотогальванического эффекта в двумерных топологических изоляторах, теории ёмкости краевых состояний топологических изоляторов, исследованию эффектов Холла и фотонного увлечения в двумерных экситонных газах в режиме бозе-эйнштейновского конденсата.

**Электронный транспорт в двумерных топологических изоляторах.** В последнее десятилетие двумерные топологические изоляторы (ТИ) стали одной из наиболее популярных научных тематик физики твёрдого тела [1, 2]. Как и обычные изоляторы (ОИ), ТИ имеют энергетическую щель между занятой валентной зоной и пустой зоной проводимости. Однако в отличие от обычных изоляторов они имеют отрицательный знак запрещённой зоны. Наиболее известным представителем ТИ является двумерный квантовый слой HgTe [2–6]. На двумерном спектре электронов знак щели не отражается, так как он квадратично зависит от величины щели. В отличие от обычного изолятора на краях ТИ с неизбежностью возникают краевые состояния, перекрывающие всю запрещённую зону его двумерной части. Эти состояния являются следствием топологической инвариантности системы. Таким образом, изолирующая внутренность ТИ сопровождается проводящими границами.

Краевые состояния обладают предельно сильной спин-орбитальной корреляцией: электроны с противоположными направлениями спина имеют различные направления движения, и кроме того, топологической защитой, препятствующей обратному рассеянию. В таком случае транспорт электронов должен быть одномерным, сохраняющим спин и нелокальным. Энергии краевых состояний перекрывают всю энергетическую щель двумерного ТИ, и если уровень Ферми попадает в запрещённую зону двумерных состояний, то электронный транспорт по краевым состояниям становится основным при низкой температуре.

В отличие от теоретической картины экспериментальные наблюдения во многих аспектах противоречат этой идеальной картине [5]. В частности, это касается отсутствия двумерного транспорта и обратного рассеяния на краевых состояниях.

Часто краевые состояния в двумерном ТИ рассматриваются на основе 6-зонной модели Берневига — Хьюза — Занга [3] с нулевыми граничными условиями на внешней границе. Менее известна минимальная 2-зонная модель типа Дирака, впервые предложенная для трёхмерного случая Волковым — Панкратовым (ВП) [4] и использованная для двумерного случая в [7–11]:

$$H = \begin{pmatrix} \Delta(\mathbf{r}) & v\sigma\mathbf{p} \\ v\sigma\mathbf{p} & -\Delta(\mathbf{r}) \end{pmatrix}, \quad \Delta(\mathbf{r}) = -\kappa(w(\mathbf{r}) - w_c), \quad \mathbf{r} = (x, y), \quad \mathbf{p} = (p_x, p_y),$$

где  $\sigma$  — матрицы Паули;  $w(\mathbf{r})$  — толщина слоя HgTe, случайно зависящая от двумерной координаты  $\mathbf{r}$ ;  $\mathbf{p}$  — двумерный импульс. При  $\Delta = \text{const}$  спектр описывается моделью Дирака  $\pm\sqrt{\Delta^2 + p^2v^2}$  (здесь  $\mathbf{p}$  — трёхмерный или двумерный импульс) и не зависит от знака щели. В модели ВП энергетическая щель непрерывно зависит от координат, проходя через ноль, что даёт электронные состояния, локализованные вблизи линии нулевой щели. Краевое состояние двумерной системы имеет линейный спектр  $\pm pv$ , где  $p$  — одномерный импульс вдоль края.

Различные аспекты этой модели были изучены в последнее время. Специфика модели ВП — это линейность спектра краевого состояния [7], который симметричен относительно центра запрещённой зоны. Линейность приводит к подавлению электрон-электронного взаимодействия [8, 9]. Краевые состояния на искривлённых краях также изучались в [10]. Было обнаружено, что микроволновое поглощение в изолирующей фазе является результатом переходов из краевого состояния в двумерные или переходов между краевыми состояниями с противоположным направлением движения с виртуальным участием двумерных состояний [11]. Высокочастотная проводимость двумерных ТИ с развитой сетью краевых состояний рассматривалась в [12].

Казалось бы, что бесщелевое состояние возникает только на границах образца и его вклад в трёхмерные или двумерные свойства должен быть незначителен. Однако мы обратили внимание на то, что знак энергетической щели в двумерном ТИ HgTe определяется толщиной квантового слоя. Неизбежные флуктуации толщины должны приводить



Рис. 1. Рельеф случайной функции  $\Delta(\mathbf{r}) = 0$  вблизи критической толщины. Области с  $\Delta(\mathbf{r}) < 0$  синие, а  $\Delta(\mathbf{r}) > 0$  светло-желтые

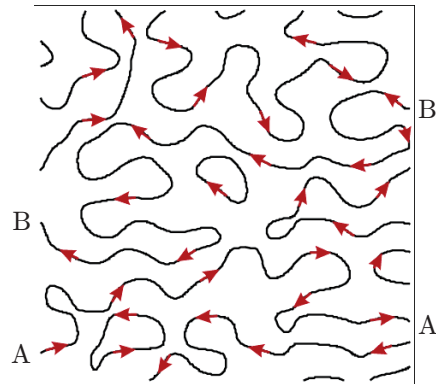


Рис. 2. Линии  $\Delta(\mathbf{r}) = 0$ , соответствующие рис. 1, вдоль которых расположены краевые состояния. Направление движения электрона при фиксированной проекции спина показано стрелками. В квадратном образце есть две линии нулевой щели AA и BB, перколирующие в горизонтальном направлении, и нет перколяции в вертикальном направлении

к возникновению перемежаемости областей с положительным и отрицательным знаками энергетической щели и множественных линий с нулевым значением щели (краев) внутри образца. Таким образом, краевое явление превращается в двумерное (рис. 1, 2). В то же время внешняя граница топологического изолятора в этих системах играет менее существенную роль.

Нас интересовали свойства ТИ при низких температурах, когда уровень Ферми попадает в запрещенную зону. В таком случае внутренняя часть материала превращается в изолятор, а уровень Ферми пересекается только с краевыми состояниями. Было проведено изучение многоэлектронных краевых состояний, поглощения микроволнового излучения, фотогальванического эффекта и ёмкости краевых состояний.

Линейность спектра одноэлектронных состояний получается в рамках модели Волкова — Панкратова. Показано, что эта линейность сохраняется в рамках краевых состояний в модели Берневига — Хью — Занга [7]. Такие одномерные состояния с линейным спектром являются уникальным физическим объектом, поскольку при линейном спектре расстояние между электронами с одинаковым направлением спина оказывается постоянным. В результате взаимодействие между частицами не влияет на их движение, в том числе в рамках квантовой механики [8]. Не влияет на движение частиц и внешнее электрическое поле. Проблема многих частиц оказывается точно решаемой.

Теория микроволнового поглощения строилась в области низких частот и низких температур. Предполагалось, что краевые состояния покрывают весь образец и всю запрещенную зону, что порождает двумерную проводимость вдоль сети краевых состояний. Конечная частота делает возможным существование двумерного поглощения за счёт распределённых краёв [11, 12]. Рассмотренные механизмы включают межзонные СВЧ-переходы на локально-прямых краях, поглощение за счёт активно-реактивной проводимости и внутризонное поглощение, вызванное кривизной краёв. Все эти механизмы приводят к энергетической зависимости поглощения от частоты в области низких частот.

Было изучено примесное рассеяние носителей между краевыми и двумерными состояниями на фоне разрешенной зоны. Показано, что хотя такие переходы топологически

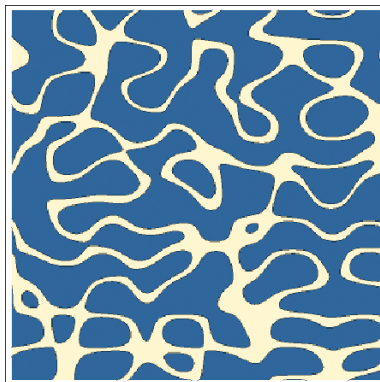


Рис. 3. Краевые состояния с конечной шириной (светло-жёлтый цвет), соответствующие рис. 1 и 2. В отличие от рис. 2 перколяция появляется в обоих направлениях

не запрещены, вероятность кулоновского рассеяния оказывается малой, что приводит к аномально большой длине пробега носителей на краевых состояниях. В результате проводимость имеет значительную добавку от таких краевых состояний, а кондактанс длинной полосы с уровнем Ферми в разрешённой двумерной зоне может определяться даже не двумерными, а краевыми носителями.

Далее остановимся подробнее на проблеме статической проводимости двумерной системы при низкой температуре в ситуации, когда уровень Ферми лежит в запрещённой зоне [13]. В такой ситуации краевые состояния, возникающие вблизи линий уровня  $\Delta(\mathbf{r}) = 0$ , оказываются единственными состояниями на уровне Ферми. При отсутствии перекрытия каждая линия уровня  $\Delta(\mathbf{r}) = 0$ , соединяющая противоположные стороны образца, является одномерным проводником с кондактансом, равным кванту кондактанса  $e^2/h$ . Вопрос о проводимости образца сводится к вопросу о существовании и числе таких линий уровня случайного рельефа  $\Delta(\mathbf{r})$  в большом образце. Эта задача изучалась в рамках теории протекания с учётом конечности ширины краевых состояний.

Для гауссова распределения толщины можно ввести параметр порядка  $\xi = 0,5 \operatorname{erfc}((w_0 - \bar{w})/\delta\sqrt{2})$ , где  $w = 6,3$  нм — критическая толщина квантовых слоёв HgTe,  $\operatorname{erfc}(x)$  — дополнительная функция ошибок, определяемая через среднюю толщину  $\bar{w}$  и среднеквадратичную флуктуацию толщины слоя  $\delta$ . Величина  $\xi$  даёт долю фазы ТИ в ОИ. Когда  $\xi \ll 1$  или  $1 - \xi \ll 1$ , краевые состояния образуют несвязанные замкнутые линии и глобальная проводимость исчезает. При  $\bar{w} \rightarrow w_0$  ( $\xi \rightarrow \xi_c = 0,5$ ) краевые состояния покрывают весь образец.

В большом образце перколирующие линии могут возникать только вблизи порога протекания, когда корреляционный радиус начинает превышать размер системы. Ситуация существенно зависит от формы образца: является ли он вытянутым в направлении внешнего поля или в поперечном направлении. Средний кондактанс в первом случае стремится к нулю с ростом размера образца и к константе во втором случае. Кондактанс квадратного образца флуктуирует между 0 и  $e^2/h$ .

С учётом перекрытия (рис. 3) проводимость большого образца перестаёт флуктуировать. Оценку двумерной проводимости можно получить, вычислив длину нулевой линии, которую нужно пройти, чтобы другая такая линия оказалась на расстоянии, меньше ширины краевого состояния. Это даёт длину свободного пробега по краю  $l_p = a^2\delta/\hbar v$  для прыжка на другое краевое состояние, где  $a$  — характерный пространственный размер  $\Delta(\mathbf{r})$ :  $a^2 = \delta^2/(\nabla w)^2$ . За время свободного пробега  $l_p/v$  электрон случайным образом сдвигается на декартово расстояние  $L$ . Величины  $L$  и  $l_p$  связаны фрактальной размерностью

$D_h \approx 1,74$  периметра кластера (трактуемого как  $l_p$ ) [14]:  $l_p = a(L/a)^{D_h}$ . Знание декартова смещения и его времени  $l_p/v$  даёт коэффициент диффузии и двумерную проводимость:

$$D = \frac{L^2 v}{l_p} = av \left( \frac{a\delta}{\hbar v} \right)^{2/D_h - 1}, \quad \sigma = \frac{e^2 D}{hva} \approx \frac{e^2}{h} \left[ \frac{\delta|\alpha|}{\hbar v} \right]^{2/D_h - 1}.$$

Приведённые рассуждения объясняют, как появляются двумерные диффузия и проводимость. Получившаяся величина  $\sigma$  значительно превышает  $e^2/h$ , так как выражение в квадратных скобках значительно больше 1. Наличие ширины краевого состояния слегка увеличивает долю малой фазы на величину периметра всех кластеров (в расчёте на единицу площади), умноженного на их типичную ширину  $2(\hbar v/a\alpha\delta)^{1/2}$ . Это сдвигает переход к металлической проводимости по отношению к  $\xi = \xi_c$ , что даёт оценку для перехода Андерсона  $\xi_A = \xi_c \pm 2(\hbar v/a\alpha\delta)^{1/2}$ .

Кроме того, отметим, что в предлагаемой работе получена двумерная низкотемпературная проводимость двумерного топологического изолятора HgTe толщиной, близкой к критической. Этот подход отличается от принятых моделей, где одномерный кондактанс осуществляется по границам образца. В рассматриваемой системе имеется сетка краевых состояний, покрывающая весь образец. Такая сетка не может, однако, приводить к двумерной проводимости, пока не учитываются туннельные переходы между краевыми состояниями. Учёт движения носителей по краевым состояниям вместе с туннельными переходами между ними определяет низкотемпературную проводимость. В нашей модели проводимость по сетке краевых состояний имеет порядок, превышающий  $e^2/h$ , и не зависит от положения уровня Ферми внутри запрещённой зоны.

**Фотоиндуцированный транспорт экситонных бозе-конденсатов.** Практическое использование низкоразмерных систем как базы современной наноэлектроники основывается на богатом спектре физических свойств материалов, лежащих в основе создания современных полупроводниковых приборов. Физические свойства последних, в частности их поведение под влиянием внешних воздействий, в большинстве своём электромагнитных, является ключевым фактором при создании приборов, включая приборы на квантовых эффектах. Как известно, отклик низкоразмерных материальных систем на внешние воздействия задаётся свойствами элементарных возбуждений материала. Кроме ключевых свойств электронных возбуждений, несомненно, одну из определяющих ролей в физике твёрдого тела играют экситонные возбуждения, характеризующие свойства материала при внешнем электромагнитном воздействии. В связи с этим в современной физике низкоразмерных систем активно развивается направление исследований, связанное с изучением возможности создания полупроводниковых оптоэлектронных приборов — оптических транзисторов, вентилях, переключателей, элементов хранения информации, активным из которых является экситонный газ. При низких температурах экситоны, будучи бозе-частицами, могут формировать бозе-эйнштейновский конденсат, что ставит вопрос об экспериментальном изучении и теоретическом описании оптических и транспортных свойств экситонных конденсатов в неравновесных условиях. Экспериментальное обнаружение высокотемпературных (до 100–150 К) экситон-конденсированных систем лишь увеличивает актуальность этого вопроса. С физической точки зрения фазовый переход в конденсированную фазу приводит к появлению новых типов элементарных возбуждений экситонного газа, что кардинально может изменять картину отклика таких систем на внешние электромагнитные поля. Обсуждаемые далее эффекты касаются транспортных аспектов экситонных конденсатов в различных двумерных материалах и носят как фундаментальный интерес, так и прикладную направленность.

Изучение низкоразмерных систем с активной областью из двойных квантовых ям способствует созданию приборов, ключевым элементом которых является двумерный экситон-

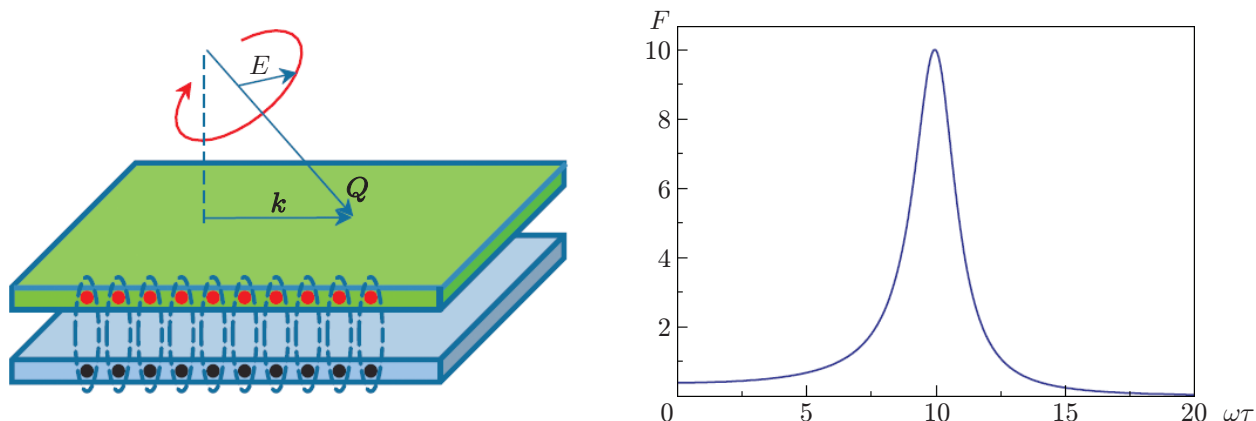


Рис. 4. Геометрия эффекта фотонного увлечения экситонов (слева). Резонансное поведение тока экситонов, когда частота света близка к разности энергий внутреннего движения экситона (справа)

ный газ (рис. 4). В качестве примера можно указать транзистор [15–17], созданный на основе двумерного газа дипольных экситонов, а также ряд других экситонных приборов [18], создаваемых для применения в оптоэлектронике. В связи с этим экситонные газы находятся в фокусе современных исследований. Транспорт экситонов в низкоразмерных структурах может осуществляться различным образом, в частности акустическими волнами, движущимися решётками, созданными электростатическим потенциалом и т. п. Отдельным вопросом является возможность управления током экситонов посредством электромагнитного излучения. В работе [19] предложен способ создания потока экситонов посредством эффекта фотонного увлечения, заключающегося в возникновении потока экситонов, обусловленного передачей импульса фотона экситонам. Показано, что плотность потока увлечения экситонов может иметь резонансное поведение (см. рис. 4) в случае, если частота фотона близка к энергии перехода между уровнями дискретного спектра экситона. При облучении структуры поляризованным светом резонансное усиление тока увлечения происходит при совпадении энергии фотона с энергией возбуждённого энергетического уровня внутреннего движения экситона, причём проекции углового момента внутреннего движения начального и конечного состояний должны отличаться на единицу.

Полученные результаты относятся к двумерному экситонному газу, находящемуся в нормальном режиме, — выше температуры перехода в конденсированную фазу. Дальнейшее развитие теории резонансного фотонного увлечения экситонов требует учёта экситонного бозе-конденсата в системе. Соответствующая теория была развита в работе [20]. Теория строилась на основе модели Боголюбова для слабонеидеального бозе-газа. Анализируя поведение бозе-конденсата на воздействие света, было показано, что при наличии конденсата возможны два типа процессов возбуждения бозе-частиц из конденсата (в котором частицы имеют нулевое значение импульса центра масс) в состояния с ненулевым направленным значением импульса центра масс, определяющего поток экситонов. Первый процесс обусловлен прямым поглощением фотона с переходом экситона из конденсата в надконденсатное состояние с ненулевым импульсом. Такие процессы на зонной схеме практически вертикальны, поскольку мал волновой вектор света, и дают резонансное поведение тока бозе-частиц как функции частоты, что вполне аналогично таковым процессам в нормальной фазе. Вторые процессы являются спецификой конденсатной фазы и сопровождаются испусканием боголюбовских возбуждений (колебания плотности конденсата частиц) при переходе индивидуального экситона в надконденсатное состояние с ненулевым импульсом. Анализ проблемы показал, что в двумерном случае последние процессы

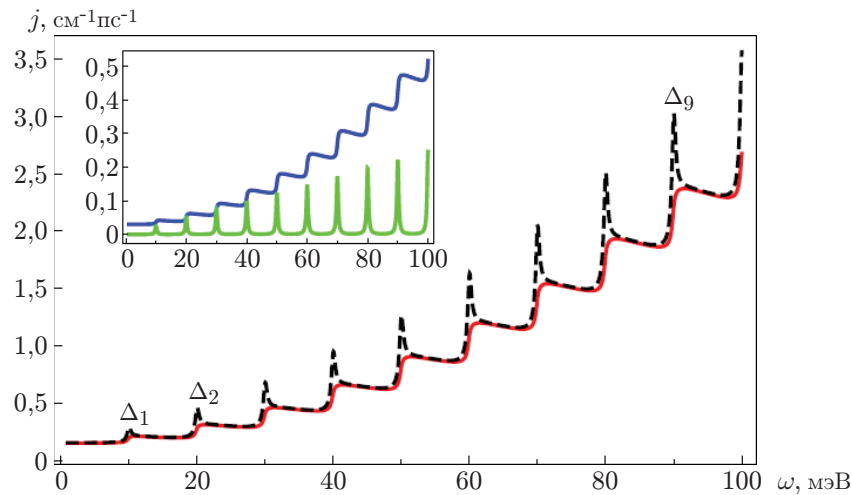


Рис. 5. Квантование плотности потока увлечения двумерных экситонов как функции частоты внешнего электромагнитного поля в режиме бозе-конденсата. На фрагменте: зелёная кривая — ток при прямых переходах из конденсата, синяя — при переходах, сопровождаемых испусканием боголюбовских возбуждений

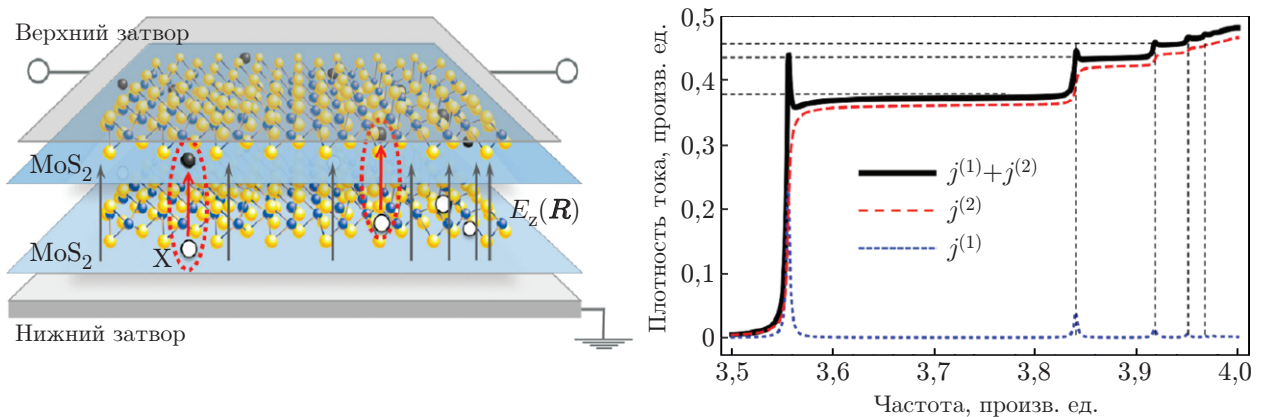


Рис. 6. Экситонный газ в системе из двух монослоёв одного из типичных представителей семейства дихалькогенидов переходных металлов — дисульфида молибдена (слева). Квантование плотности холловского потока фотоиндуцированных экситонов как функция частоты внешнего электромагнитного поля (справа)

дают ступенчатое поведение тока экситонов как функции частоты света (рис. 5). Построенная теория является универсальной в том смысле, что может быть применена к любым бозе-конденсатам, частицы которых обладают внутренними степенями свободы. Большинство бозонов, таких как холодные атомы, экситоны и экситон-поляритоны, обладает этим свойством. Аналогичная ступенчатая по частоте света реакция бозе-эйнштейновского конденсата на внешнее радиационное давление может проявляться в ряде других эффектов, в которых процессы поглощения света играют ключевую роль.

Кроме изученных выше особенностей транспорта бозе-конденсированных систем, в ряде материалов могут существовать свои специфические особенности, присущие именно этим материалам и проявляющиеся в экситонном транспорте. К таковым относятся двумерные слои на основе дихалькогенидов переходных металлов [21]. Спецификой этих

материалов является отсутствие центра инверсии и наличие двух неэквивалентных долин, связанных обращением времени. Анализ показывает, что в таких материалах у носителей заряда существует фаза Берри — специфическая геометрическая фаза, появляющаяся при обходе заряженной частицей замкнутой траектории в обратном пространстве. Наличие фазы Берри приводит к специфическому аномальному вкладу в скорость частицы, причём направление аномальной скорости ортогонально направлению действия внешнего электрического поля на заряженную частицу. Наличие аномальной скорости проявляется в эксперименте в виде «холловского» тока при отсутствии внешнего магнитного поля — появления поперечного тока (или разности потенциалов) относительно направления тянущего электрического поля. Экситоны в таких материалах также обладают своей фазой Берри, поскольку являются составными образованиями из заряженных частиц — электрона и дырки. В результате становится возможным появление поперечного потока экситонов — аналога эффекта Холла, если изначально поток экситонов сформирован в каком-либо направлении. Был проведён теоретический анализ такого транспортного явления в присутствии экситонного бозе-конденсата [22]. В результате теоретически было предсказано возникновение «квантования» фотоиндуцированного холловского потока непрямых экситонов, находящихся в нецентросимметричных двумерных материалах в отсутствие внешнего магнитного поля. Плотность холловского потока экситонов демонстрирует ступенчатое поведение как функцию частоты света (рис. 6). Важнейшими составляющими существования предсказанного эффекта являются конечная аномальная групповая скорость движения экситона, обусловленная фазой Берри, и наличие экситонного конденсата Бозе — Эйнштейна в системе. В результате фотоиндуцированное возбуждение экситонов из конденсата создаёт стационарный неравновесный холловский поток экситонов.

**Заключение.** В данном обзоре представлена теория транспортных эффектов в двумерных топологических изоляторах на основе HgTe с толщиной, близкой к критической. Показано, что учёт движения носителей по крайевым состояниям вместе с туннельными переходами между ними определяет низкотемпературную проводимость по сетке крайевых состояний и имеет порядок, превышающий  $e^2/h$ .

Изучены фотоиндуцированные транспортные явления в двумерных экситонных конденсатах. Показано, что в бозе-конденсированной фазе появляются специфические процессы фотовозбуждения конденсата, приводящие к фотоиндуцированному квантованию эффекта фотонного увлечения и аномального эффекта Холла двумерных экситонов.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (теории по физике топологических изоляторов) (грант № 20-02-00622) и Российского научного фонда (конденсированных экситонных систем) (грант № 17-12-01039).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hasan M. Z., Kane C. L. Colloquium: Topological insulators // *Rev. Mod. Phys.* 2010. **82**. P. 3045–3067.
2. Qi X.-L., Zhang S.-C. Topological insulators and superconductors // *Rev. Mod. Phys.* 2011. **83**. P. 1057–1110.
3. Bernevig B. A., Hughes T. L., Zhang S.-C. Quantum spin hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wells // *Science*. 2006. **314**, N 5806. P. 1757–1761.
4. Волков Б. А., Панкратов О. А. Безмассовые двумерные электроны в инверсном контакте // *Письма в ЖЭТФ*. 1985. **42**, вып. 4. С. 145–148.
5. Gusev G. M., Kvon Z. D., Shegai O. A. et al. Transport in disordered two-dimensional topological insulators // *Phys. Rev. B*. 2011. **84**. 121302(R).



6. **Shen S.-Q.** Topological Insulators. Springer Series in Solid-State Sciences. New York: Springer, 2017. Vol. 187. 250 p.
7. **Entin M. V., Mahmoodian M. M., Magarill L. I.** Linearity of the edge states energy spectrum in the 2D topological insulator // EPL. 2017. **118**. P. 57002.
8. **Entin M. V., Braginsky L.** Exact solution for many-body Hamiltonian of interacting particles with linear spectrum // EPL. 2017. **120**. P. 17003.
9. **Entin M. V., Braginsky L.** Edge capacitance of a two-dimensional topological insulator // Phys. Rev. B. 2017. **96**. P. 115403.
10. **Entin M. V., Magarill L. I.** Edge states on the curved boundary of a 2D topological insulator // EPL. 2017. **120**. P. 37003.
11. **Mahmoodian M. M., Magarill L. I., Entin M. V.** Edge absorption and pure spin current in a 2D topological insulator in the Volkov–Pankratov model // Journ. Phys.: Condens. Matter. 2017. **29**. P. 435303.
12. **Mahmoodian M. M., Entin M. V.** Microwave absorption in 2D topological insulators with a developed edge states network // Phys. Stat. Solidi B. 2019. **256**. P. 1800652.
13. **Mahmoodian M. M., Entin M. V.** Conductivity of a two-dimensional HgTe layer near the critical width: The role of developed edge states network and random mixture of p- and n-domains // Phys. Rev. B. 2020. **101**. P. 125415.
14. **Voss R. F.** The fractal dimension of percolation cluster hulls // Journ. Phys. A: Math. Gen. 1984. **17**. P. L373–L377.
15. **High A. A., Hammack A. T., Butov L. V. et al.** Exciton optoelectronic transistor // Opt. Lett. 2007. **32**, Iss. 17. P. 2466.
16. **High A. A., Novitskaya E. E., Butov L. V. et al.** Control of exciton fluxes in an excitonic integrated circuit // Science. 2008. **321**, Iss. 5886. P. 229.
17. **Grosso G., Graves J., Hammack A. T. et al.** Excitonic switches operating at around 100 K // Nat. Photon. 2009. **3**. P. 577.
18. **Butov L. V.** Excitonic devices // Superlattices and Microstructures. 2017. **108**. P. 2–26.
19. **Боев М. В., Ковалев В. М., Савенко И. Г.** Эффект резонансного фотонного увлечения дипольных экситонов // Письма в ЖЭТФ. 2018. **107**, вып. 12. С. 763–767.
20. **Kovalev V. M., Miroshnichenko A. E., Savenko I. G.** Photon drag of a Bose–Einstein condensate // Phys. Rev. B. 2018. **98**. P. 165405.
21. **Kolobov A. V., Tominaga J.** Two-dimensional transition-metal dichalcogenides // Springer Series in Material Science. 2016. **239**. 538 p.
22. **Kovalev V. M., Savenko I. G.** Quantum anomalous valley Hall effect for bosons // Phys. Rev. B. 2019. **100**. 121405(R).

*Поступила в редакцию 29.06.2020*

*После доработки 20.07.2020*

*Принята к публикации 20.07.2020*