

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 519.2

АРТЕФАКТЫ ВЕЙВЛЕТ-ФИЛЬТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ИХ УСТРАНЕНИЕ

© Ю. Е. Воскобойников

*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет,
630008, г. Новосибирск, ул. Ленинградская, 113
Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: voscob@mail.ru*

Алгоритмы вейвлет-фильтрации широко используются для обработки изображений, и большинство из них носит пороговый характер: коэффициент вейвлет-разложения, меньший по абсолютной величине некоторой пороговой величины, зануляется, в противном случае коэффициент подвергается некоторому (чаще всего нелинейному) преобразованию, которое задаётся используемой пороговой функцией. При фильтрации контрастных изображений такая обработка коэффициентов разложения может привести к появлению в отфильтрованном изображении так называемых артефактов — в окрестности скачкообразного изменения амплитуды фильтруемого изображения появляются импульсы, отсутствующие в исходном изображении, что существенно ухудшает качество фильтрации. Для устранения таких артефактов в работе рассматривается несколько подходов и предлагается метод, который заключается в постобработке результата вейвлет-фильтрации изображений нелинейными алгоритмами пространственной фильтрации. Выполненный вычислительный эксперимент позволил сделать вывод, что предлагаемый метод является эффективным способом устранения артефактов вейвлет-фильтрации контрастных изображений.

Ключевые слова: вейвлет-фильтрация изображений, пороговые функции, артефакты вейвлет-фильтрации, способы устранения артефактов, нелинейные алгоритмы пространственной фильтрации.

DOI: 10.15372/AUT20200601

Введение. В последние три десятилетия для фильтрации изображений часто используются алгоритмы, основанные на представлении зашумлённого изображения в базисе вейвлет-функций [1, 2]. Такие алгоритмы, как правило, включают три этапа:

- выполнение прямого дискретного вейвлет-преобразования (нахождение коэффициентов разложения по зашумлённым значениям изображения);
- обработку «зашумлённых» коэффициентов разложения;
- вычисление обратного дискретного вейвлет-преобразования от обработанных коэффициентов разложения (нахождение значений «отфильтрованного» изображения).

Совокупность этих трёх этапов называют вейвлет-фильтрацией. Качество фильтрации (т. е. ошибка фильтрации) во многом определяется алгоритмами обработки, используемыми на втором этапе. Наиболее часто в качестве таких алгоритмов обработки выступают пороговые алгоритмы [2, 3]: коэффициент разложения, меньший по абсолютной величине некоторой пороговой величины, зануляется, в противном случае такой коэффициент сохраняется или подвергается некоторому (в общем случае нелинейному) преобразованию, определяемому используемой пороговой функцией. Такая пороговая обработка коэффициентов разложения зашумлённого контрастного изображения может привести к появлению в отфильтрованном изображении так называемых артефактов, т. е. новых составляющих

(в большинстве случаев это осцилляции), которых не было в «точном» изображении. Очевидно, что наличие таких артефактов значительно ухудшает как качественные, так и количественные показатели вейвлет-фильтрации.

Поэтому целью данной работы является создание эффективного метода, позволяющего значительно уменьшить уровень артефактов вейвлет-фильтрации контрастных изображений.

Пороговые алгоритмы и артефакты вейвлет-фильтрации изображений.

Кратко приведём основные понятия и определения, необходимые для изложения результатов работы [2–4].

Любое изображение можно интерпретировать как функцию двух переменных $f(x, y)$. Определим базисные функции для вейвлет-разложения такой функции. Традиционно в литературе по вейвлет-преобразованиям масштабируемая функция (отцовский вейвлет) обозначается как $\varphi(x)$, а $\psi(x)$ — вейвлет (материнский вейвлет). С использованием операций масштабирования и сдвига из этих функций формируются ортонормированные базисные функции $\{\varphi_{j,n}(x)\}$, $\{\psi_{j,n}(x)\}$ в пространстве функций одной переменной $f(x)$. Тензорное произведение функций $\{\varphi_{j,n}(x)\}$, $\{\psi_{j,n}(x)\}$ порождает следующие ортонормированные базисные функции для разложения функций двух переменных:

$$\{\varphi\varphi_{j,n,m}(x, y) = \varphi_{j,n}(x)\varphi_{j,m}(y)\}, \quad \{\varphi\psi_{j,n,m}(x, y) = \varphi_{j,n}(x)\psi_{j,m}(y)\},$$

$$\{\psi\varphi_{j,n,m}(x, y) = \psi_{j,n}(x)\varphi_{j,m}(y)\}, \quad \{\psi\psi_{j,n,m}(x, y) = \psi_{j,n}(x)\psi_{j,m}(y)\}.$$

Соответствующие коэффициенты разложения принято называть:

— аппроксимирующие коэффициенты $A_j = \{aa_{j,n,m}\}$, полученные как коэффициенты разложения по базису $\{\varphi\varphi_{j,n,m}(x, y)\}$;

— горизонтальные детализирующие коэффициенты $H_j = \{ad_{j,n,m}\}$, полученные как коэффициенты разложения по базису $\{\varphi\psi_{j,n,m}(x, y)\}$;

— вертикальные детализирующие коэффициенты $V_j = \{da_{j,n,m}\}$, полученные как коэффициенты разложения по базису $\{\psi\varphi_{j,n,m}(x, y)\}$;

— диагональные детализирующие коэффициенты $D_j = \{dd_{j,n,m}\}$, полученные как коэффициенты разложения по базису $\{\psi\psi_{j,n,m}(x, y)\}$.

На практике изображение задаётся матрицей F (нулевой (начальный) уровень разложения j_0). На первом уровне разложения (номер $j_0 + 1$) вычисляются аппроксимирующие коэффициенты $A_1 = \{aa_{j_0+1,n,m}\}$, детализирующие коэффициенты $H_1 = \{ad_{j_0+1,n,m}\}$, $V_1 = \{da_{j_0+1,n,m}\}$, $D_1 = \{dd_{j_0+1,n,m}\}$, $D_1 = \{dd_{j_0+1,k,n}\}$. На втором уровне разложения (номер $j_0 + 2$) аналогичной обработке подвергается матрица коэффициентов $A_1 \rightarrow (A_2, H_2, V_2, D_2)$. Обобщая, приходим к следующей схеме разложения:

$$F \rightarrow (A_1, H_1, V_1, D_1) \rightarrow (A_2, H_2, V_2, D_2, A_1, H_1, V_1, D_1) \rightarrow \dots$$

Отметим закономерность изменения размеров двумерных массивов коэффициентов разложения, а именно: на каждом уровне разложения размеры массивов новых коэффициентов уменьшаются в два раза по сравнению с предыдущими массивами. При этом сумма размеров всех массивов коэффициентов равна размеру исходной матрицы F , что говорит о сохранении объёма информации, содержащейся в F .

Показано [2, 3], что при разложении зашумлённого изображения ошибки вычисления детализирующих коэффициентов на 2 порядка и более выше по сравнению с аппроксимирующими коэффициентами. Поэтому на втором этапе вейвлет-фильтрации обработке подвергаются только детализирующие коэффициенты. Для удобства дальнейшей записи алгоритмов обработки любой из детализирующих коэффициентов будем обозначать как

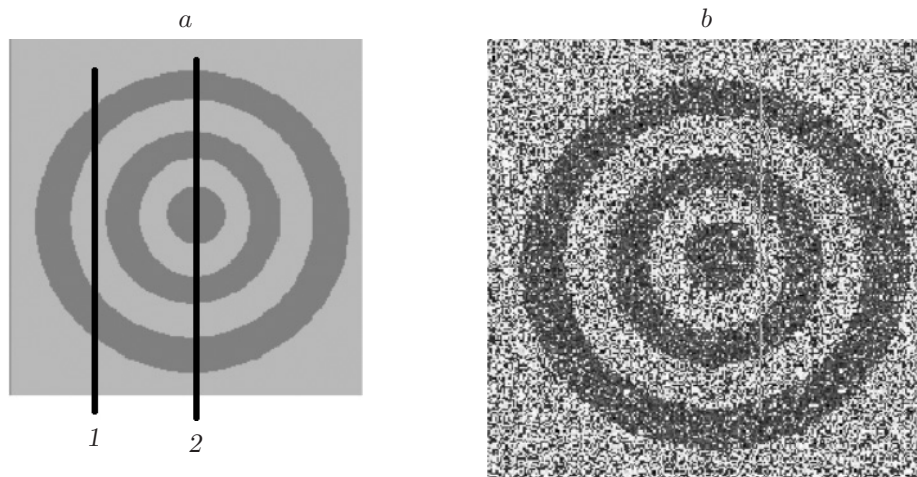


Рис. 1. Тестовое изображение TARGET: a — точное; b — зашумлённое

$\tilde{d}_{n,m}$, где индексы n, m определяют номер строки и столбца соответствующей матрицы коэффициентов разложения (номер уровня разложения j при этом опускается).

Как уже отмечалось, ошибка фильтрации зависит от пороговой обработки коэффициентов разложения и соответственно зависит от используемой пороговой функции. Поэтому первым шагом в уменьшении ошибки фильтрации (а следовательно, и уровня артефактов) является отбор наилучшей пороговой функции, имеющей наименьшую среднеквадратическую ошибку вейвлет-фильтрации. В [5] было показано, что наилучшей в классе однопараметрических пороговых функций является функция, определяемая выражением

$$T_G(\tilde{d}_{n,m}, \lambda) = \begin{cases} 0, & \text{если } |\tilde{d}_{n,m}| \leq \lambda; \\ \tilde{d}_{n,m} - \lambda^2/\tilde{d}_{n,m}, & \text{если } |\tilde{d}_{n,m}| > \lambda, \end{cases} \quad (1)$$

где λ — параметр, называемый пороговой величиной. Среди двухпараметрических пороговых функций наилучшей является функция [6]

$$T_{HEB}(\tilde{d}_{n,m}, \lambda_1, \lambda_2) = \begin{cases} 0, & \text{если } |\tilde{d}_{n,m}| \leq \lambda_1; \\ \tilde{d}_{n,m}, & \text{если } |\tilde{d}_{n,m}| > \lambda_2; \\ \frac{\tilde{d}_{n,m}}{e-1} \left[\exp\left(\frac{|\tilde{d}_{n,m}| - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\right) - 1 \right], & \text{в других случаях,} \end{cases} \quad (2)$$

где λ_1, λ_2 — пороговые величины. Как показали проведённые исследования, меньшую (на 5–7 %) ошибку при фильтрации контрастных изображений имеет пороговая функция (2), которая и будет использоваться в дальнейшем, а отфильтрованное значение коэффициента разложения (оценка для точного, но неизвестного коэффициента разложения $d_{n,m}$) определяется как

$$\hat{d}_{n,m} = T_{HEB}(\tilde{d}_{n,m}, \lambda_1, \lambda_2).$$

Перейдём к рассмотрению артефактов, появляющихся при вейвлет-фильтрации контрастных изображений. В качестве тестового изображения примем изображение TARGET, показанное на рис. 1, a размерами 256×256 пикселей. Исказим точные значения изображения нормальным распределённым шумом с относительным уровнем 15 %. Полученное таким образом зашумлённое изображение $\tilde{F}(j_1, j_2)$ приведено на рис. 1, b . Изображение $\tilde{F}(j_1, j_2)$ подвергалось вейвлет-фильтрации с пороговой функцией (2) при оптимальных

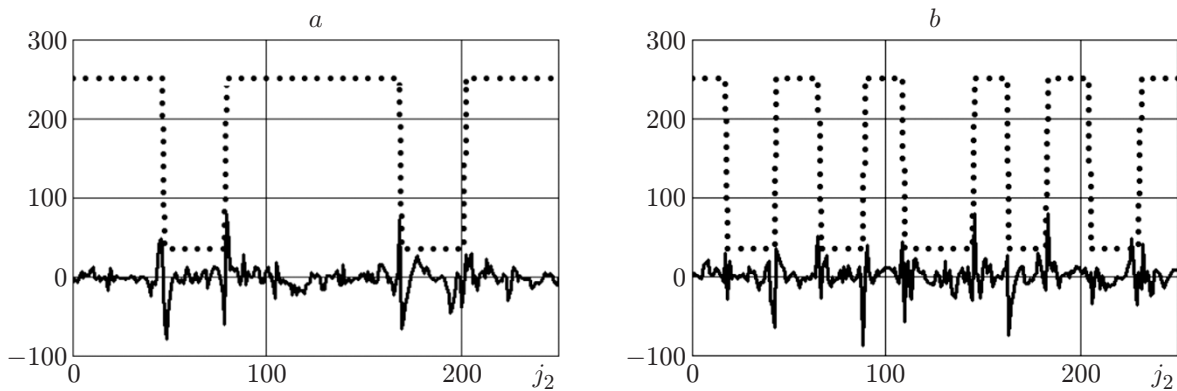


Рис. 2. Ошибки вейвлет-фильтрации зашумлённого тестового изображения:
 а — при $j_1 = 55$, б — при $j_1 = 128$

значениях пороговых величин λ_{1opt} , λ_{2opt} (в вычислительном эксперименте, когда известно точное изображение, эти значения можно определить). Заметим, что при обработке изображений на практике эффективные оценки для λ_{1opt} , λ_{2opt} можно получить, используя подход, приведённый в [7].

Для большей наглядности результатов выполненной вейвлет-фильтрации далее приводятся сечения изображений, образованные плоскостями с координатами $j_1 = 55$ (на рис. 1, а это сечение обозначено прямой 1) и $j_1 = 128$ (обозначено прямой 2 на рис. 1, а). На рис. 2, а и б показаны сечения $F(55, j_2)$, $F(128, j_2)$ точного изображения (точечные кривые). На этих же рисунках показаны сечения (сплошная кривая) изображения $E(j_1, j_2) = F(j_1, j_2) - \hat{F}(j_1, j_2)$, которые можно интерпретировать как ошибку вейвлет-фильтрации. Изображение $\hat{F}(j_1, j_2)$ является результатом вейвлет-фильтрации зашумлённого изображения $\tilde{F}(j_1, j_2)$.

Видно, что ошибки фильтрации присутствуют во всех пикселях изображения, но в области резкого изменения амплитуды изображения уровень этих ошибок немного выше. Заметим, что при увеличении пороговых значений λ_1 , λ_2 по сравнению с λ_{1opt} , λ_{2opt} происходит уменьшение уровня случайной составляющей ошибки фильтрации, но значительно сглаживаются угловые точки, что вызывает увеличение общей ошибки фильтрации. Поэтому возникает проблема устранения остаточного шума (артефактов) в результатах вейвлет-фильтрации.

В ряде публикаций (например, [8, 9]) предложен метод устранения артефактов, основанный на усреднении результатов вейвлет-фильтрации «сдвинутых» изображений, полученных циклическим сдвигом исходного зашумлённого сигнала. Поясним идею этого метода на примере вейвлет-фильтрации одномерного сигнала, заданного своими зашумлёнными значениями $\{\tilde{f}(j)\}$, $j = 1, \dots, N$. Введём следующие обозначения: $\Phi_\lambda(\{\tilde{f}\})$ — оператор пороговой вейвлет-фильтрации значений $\{\tilde{f}(j)\}$, $j = 1, \dots, N$; Sh_k — оператор циклического сдвига влево на k отсчётов исходного сигнала; Sh_{-k} — оператор циклического сдвига вправо на k отсчётов. Тогда результат вейвлет-фильтрации такого сдвинутого сигнала можно отобразить следующим операторным выражением:

$$\hat{f}^{[k]} = \text{Sh}_{-k}(\Phi_\lambda(\text{Sh}_k(\{\tilde{f}\}))). \quad (3)$$

Окончательный результат фильтрации определяется усреднением всех векторов $\hat{f}^{[k]}$, т. е.

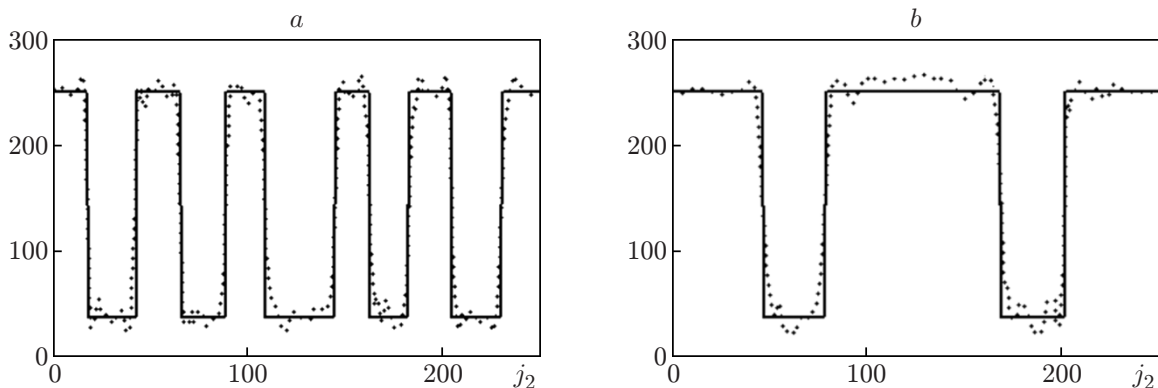


Рис. 3. Результаты обработки зашумлённого изображения алгоритмом (3), (4):
 а — результат фильтрации при $j_1 = 128$, б — при $j_1 = 55$

$$\tilde{f} = \frac{1}{M} \sum_{k \in K_M} \hat{f}^{[k]}, \quad (4)$$

где K_M — множество из M значений сдвигов. Эту методику можно обобщить и на алгоритмы вейвлет-фильтрации изображений (но это требует существенного увеличения вычислительных затрат). Автором был выполнен вычислительный эксперимент с изображением TARGET, показавший, что даже при значительном числе сдвигов ($M = 30$) уменьшение амплитуды артефактов было незначительным, но при этом проявляется тенденция к увеличению систематической ошибки фильтрации (сглаживание в угловых точках). Эти результаты хорошо иллюстрируются рис. 3 и значениями относительной ошибки фильтрации алгоритмом (3), (4) в табл. 1.

Видно, что описанный подход к уменьшению артефактов не является эффективным, т. к. остаточный уровень артефактов остаётся достаточно высоким и к тому же требует значительных вычислительных затрат. Поэтому перейдём к изложению другого подхода по устранению артефактов, использующего для этого нелинейные локально-пространственные фильтры.

Устранение артефактов локально-пространственными фильтрами. В работе [10] было выполнено сравнение ошибок фильтрации шумов различной статистической природы алгоритмами вейвлет-фильтрации и локально-пространственными фильтрами. Установлено, что фильтрация импульсного шума осуществляется существенно лучше локально-пространственными фильтрами. Поэтому для устранения артефактов попробуем применить так называемый комбинированный фильтр (КФ) [11]. При фильтрации одномерного зашумлённого сигнала $\{\tilde{f}(j)\}$ выходной сигнал КФ имеет вид

$$\hat{f}_j^{\text{КФ}} = \text{aver}_K(\hat{f}_i^{\text{МФ}} : j - K \leq i \leq j + K, |\hat{f}_i^{\text{МФ}} - \hat{f}_j^{\text{МФ}}| \leq \Delta_f), \quad (5)$$

где $\hat{f}_i^{\text{МФ}}$ — результат фильтрации медианным фильтром (МФ), определяемый выражением

$$\hat{f}_j^{\text{МФ}} = \text{med}_L(\tilde{f}_{j-L}, \tilde{f}_{j-L+1}, \dots, \tilde{f}_j, \dots, \tilde{f}_{j+L}), \quad (6)$$

где med_L — функция, вычисляющая медиану из $2L + 1$ зашумлённых значений, попавших в апертуру фильтра (указаны в скобках). Заметим, что МФ хорошо фильтрует импульсные

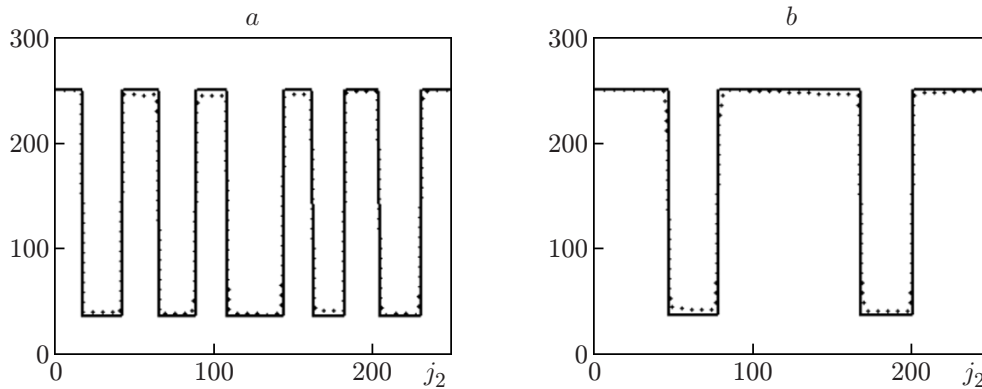


Рис. 4. Результаты локально-пространственной фильтрации: *a* — результат фильтрации при $j_1 = 128$, *b* — при $j_1 = 55$

шумы и сохраняет контрастные составляющие в отфильтрованном сигнале. Усреднение в КФ (сглаживание оставшихся шумов) происходит только для значений $\hat{f}_i^{\text{МФ}}$ из интервала $[\hat{f}_i^{\text{МФ}} - \Delta_\varphi, \hat{f}_i^{\text{МФ}} + \Delta_\varphi]$, что предотвращает сглаживание контрастных составляющих точного сигнала. Таким образом, КФ устраняет импульсные шумы и успешно сглаживает однородные остаточные шумы, при этом размеры апертур удовлетворяют неравенству $K \geq L$. Если величина $K = 0$, то КФ превращается в МФ. Если величина $L = 0$, то КФ превращается в интервальный фильтр скользящего среднего.

Обобщим изложенный одномерный КФ для фильтрации зашумлённых изображений $\tilde{F}_{i1,i2} = F_{i1,i2} + \eta_{i1,i2}$, $i1 = 1, \dots, N_1$, $i2 = 1, \dots, N_2$, где $F_{i1,i2}$ — значения точного изображения, $\eta_{i1,i2}$ — погрешности (шум) регистрации. В этом случае фильтр (5) можно представить в виде

$$\hat{F}_{j1,j2}^{\text{КФ}} = \text{aver}_{i1,i2 \in A} (\hat{F}_{i1,i2}^{\text{МФ}} : |\hat{F}_{i1,i2}^{\text{МФ}} - \hat{F}_{j1,j2}^{\text{МФ}}| \leq \Delta_F), \quad (7)$$

где результат медианной фильтрации $\hat{F}_{j1,j2}^{\text{МФ}}$ определяется выражением

$$\hat{F}_{j1,j2}^{\text{МФ}} = \text{med}_{i1,i2 \in B} (\tilde{F}_{i1,i2}). \quad (8)$$

Таким образом, усредняются только те значения медианного фильтра $\hat{F}_{i1,i2}^{\text{МФ}}$, которые попали в плоскую апертуру *A*-фильтра, чаще всего в прямоугольную апертуру размера $K_1 \times K_2$, и удовлетворяют ещё дополнительному условию $|\hat{F}_{i1,i2}^{\text{МФ}} - \hat{F}_{j1,j2}^{\text{МФ}}| \leq \Delta_F$, что предотвращает сглаживание контрастных деталей изображения при правильном выборе порога Δ_F . Заметим, что оптимальные параметры КФ (минимизирующие ошибку фильтрации) можно оценить, используя алгоритмы [12].

Вернёмся к изображению, являющемуся результатом вейвлет-фильтрации (см. рис. 2), и для удаления артефактов используем алгоритм (7), (8). На рис. 4 показаны результаты локально-пространственной фильтрации с параметрами: апертура *A* — 5×5 ; апертура *B* — 25×25 ; параметр $\Delta_F = 30$.

Видно, что предлагаемый подход позволяет почти полностью удалить артефакты вейвлет-фильтрации.

Результаты численных исследований. Перейдём к исследованию эффективности предлагаемого подхода при разных уровнях шума регистрации изображения TARGET. В качестве вейвлетов использовались ортогональные вейвлеты Добеши8. Точные значения

Таблица 1

δ_η	$\delta_{\hat{F}}$		
	Вейвлет- фильтрация	Алгоритм фильтрации (3), (4)	Алгоритм постфильтрации (7), (8)
0,025	0,016	0,015	0,013
0,050	0,031	0,029	0,026
0,075	0,042	0,039	0,031
0,100	0,058	0,055	0,041
0,150	0,075	0,072	0,055

изображений искажались нормально распределённым шумом измерений с нулевым средним с относительным уровнем шума $\delta_\eta = \|\hat{F} - F\|/\|F\|$, где $\|\cdot\|$ — евклидова норма матрицы. Относительная ошибка фильтрации определялась выражением $\delta_{\hat{F}} = \|\hat{F} - F\|/\|F\|$, где \hat{F} — обработанное тем или иным алгоритмом изображение. Апертура А задавалась размерами 5×5 , апертура В — 25×25 . Параметр Δ_F зависел от уровня шума регистрации и определялся алгоритмом [12].

В табл. 1 приведены значения относительных ошибок фильтрации при разных уровнях шума регистрации изображения и разных алгоритмах обработки.

Заключение. Анализируя относительные ошибки фильтрации, приведённые в табл. 1, и графики результатов фильтрации, можно сделать следующие выводы:

— предложенный подход позволяет достаточно эффективно устранить артефакты вейвлет-фильтрации, не привлекая при этом априорную информацию о фильтруемом изображении;

— с увеличением относительного уровня шума регистрации возрастает выигрыш по точности фильтрации от применения постобработки результатов вейвлет-фильтрации локально-пространственными фильтрами;

— метод устранения артефактов, основанный на усреднении результатов вейвлет-фильтрации «сдвинутых» изображений, полученных циклическим сдвигом исходного зашумлённого изображения, незначительно уменьшает общую ошибку фильтрации и по точности проигрывает предлагаемому алгоритму постобработки результатов вейвлет-фильтрации локально-пространственными фильтрами.

Учитывая вышерассмотренное, можно дать рекомендацию о целесообразности использования предлагаемого подхода для устранения артефактов вейвлет-фильтрации контрастных изображений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MatLAB. М.: ДМК, 2005. 304 с.
2. Воскобойников Ю. Е. Вейвлет-фильтрация сигналов и изображений (с примерами в MathCAD). Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2015. 188 с.
3. Воскобойников Ю. Е. Алгоритмы вейвлет-фильтрации с примерами в пакете MathCAD. Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2016. 196 с.
4. Mallat S. Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of $L^2(R)$ // Trans. AMS. 1989. 315, N 1. P. 69–87.
5. Воскобойников Ю. Е., Крысов Д. А. Выбор наилучшей однопараметрической пороговой функции в алгоритмах вейвлет-фильтрации // Сб. науч. тр. НГТУ. 2016. № 3(85). С. 71–82.

6. **Воскобойников Ю. Е., Крысов Д. А.** Выбор наилучшей двухпараметрической пороговой функции в алгоритмах вейвлет-фильтрации // Автоматика и программная инженерия. 2016. № 3(17). С. 91–98.
7. **Воскобойников Ю. Е., Гочаков А. В.** Построение алгоритмов вейвлет-фильтрации с двухпараметрическими пороговыми функциями // Автометрия. 2012. **48**, № 1. С. 17–29.
8. **Fletcher A. K., Ramchandran K., Goyal V. K.** Wavelet denoising by recursive cycle spinning // Proc. of the IEEE Intern. Conf. Image Proc. Rochester, NY, Sept. 2002. P. 873–876.
9. **Khelalef A., Himeur Y., Brahimi T.** Improved wavelet image denoising technique by cycle spinning and threshold selection // African Journ. Engineering Research. 2014. **2**, N 2. P. 21–25.
10. **Воскобойников Ю. Е., Гочаков А. В.** Сравнение двух классов алгоритмов фильтрации изображений // Автометрия. 2011. **47**, № 1. P. 17–29.
11. **Бронников А. В.** Нелинейные комбинированные алгоритмы фильтрации зашумленных сигналов и изображения // Автометрия. 1990. № 1. С. 21–28.
12. **Воскобойников Ю. Е.** Оценивание оптимальных параметров пространственно-локальных фильтров // Автометрия. 2019. **55**, № 3. С. 13–20. DOI: 10.15372/AUT20190302.

Поступила в редакцию 20.12.2019

После доработки 02.04.2020

Принята к публикации 22.04.2020
