

УДК 681.518

## СЛУЧАЙНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ РАДИАЛЬНЫХ ЗАЗОРОВ В ТУРБОМАШИНАХ И СПОСОБ ИХ УМЕНЬШЕНИЯ

© В. Н. Белопухов

*Самарский федеральный исследовательский центр РАН,  
Институт проблем управления сложными системами РАН  
443020, г. Самара, ул. Садовая, 61  
E-mail: bvnsam50@gmail.com*

Рассматривается простой в реализации способ измерения радиальных зазоров с управляемой точностью за счёт снижения случайных составляющих погрешностей. Приводятся количественные оценки точности, быстродействия и эффективности предложенного способа, который является стохастическим, основан на характеристиках случайных погрешностей и на периодичности процесса вращения рабочего колеса, а также даёт возможность получать результаты измерения с одинаковой точностью во всём диапазоне скоростей вращения ротора турбомашин. Рассматриваемый способ позволяет отказаться от процедур аппроксимации цифровых отсчётов.

*Ключевые слова:* турбомашинa, рабочее колесо, период вращения, система измерения радиальных зазоров, вихретоковый датчик, помехи измерительной цепи, погрешность дискретизации, статистические характеристики, экстремальное значение кода, амплитудное значение, усреднение кодов.

DOI: 10.15372/AUT20200614

**Введение.** Способы измерения радиальных зазоров (РЗ) в реальном времени (с минимальными его затратами) с управляемой точностью (за счёт снижения случайных составляющих погрешностей) и возможностью реализации средствами микроконтроллеров (МК) являются востребованными в системах мониторинга работы турбомашин.

Известные системы измерения РЗ [1–5] с применением вихретоковых датчиков [6], разработанные для автоматизации стендовых испытаний турбомашин, не предназначены для получения результатов в реальном времени. В них для снижения случайных составляющих погрешностей применялись трудоёмкие способы предварительной обработки кодов измерительной информации, основанные на аппроксимации. Многократное (по числу лопаток рабочего колеса турбомашин) использование процедур аппроксимации требует серьёзных вычислительных и временных ресурсов и не всегда приемлемо для реализации средствами МК.

В составе кодов измерительной информации преобладают три независимые случайные составляющие погрешностей. Это помехи, вызванные электронными шумами аналоговых элементов измерительной цепи (ИЦ) датчика, дискретизация по времени, связанная с дискретным характером работы ИЦ, и квантование по уровню, обусловленное выполнением аналого-цифрового преобразования (АЦП) на выходе ИЦ.

В работе [7] анализируется только случайная погрешность дискретизации, но не рассматриваются способы её уменьшения. Представленная работа является продолжением [7]. В ней описывается способ уменьшения влияния перечисленных составляющих случайных погрешностей на результат измерения РЗ [8]. Приводятся исследования этого способа на основе вычислительных экспериментов. Предлагаемый способ можно считать альтернативой процедурам аппроксимации.

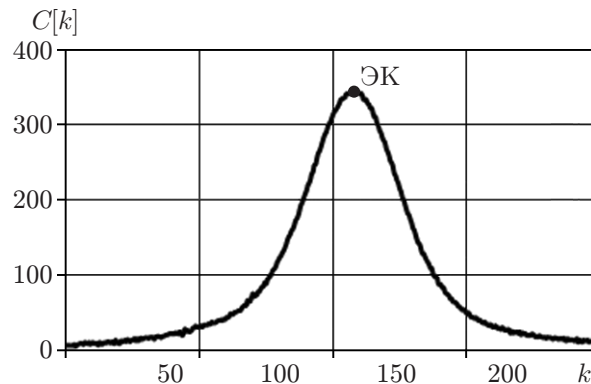


Рис. 1. Массив кодов прохождения лопаткой ЧЭ датчика

Этот способ является стохастическим, поскольку использует законы распределения случайных погрешностей, а также приёмы статистической обработки. В качестве регистрируемой случайной величины применяется только отсчёт экстремального кода (ЭК) ИЦ для каждой лопатки рабочего колеса (РК), полученный с помощью операции сравнения соседних кодов прохождения лопаткой под чувствительным элементом (ЧЭ) датчика. Остальные отсчёты утилизируются. Таким образом, число отсчётов ЭК, которые задействованы в работе способа на каждом периоде вращения, равно количеству лопаток РК, что не требует серьёзных ресурсов памяти. Однако для выполнения операций обработки в реальном времени необходимо выполнять вычислительную работу в промежутках времени между поступлением кодов датчика. Это несколько ограничивает частоту преобразований его ИЦ.

**Случайные составляющие погрешностей ЭК.** Как известно, при прохождении торцом лопатки зоны ЧЭ датчика формируется массив кодов ИЦ, который после аппроксимации принимает форму колоколообразной непрерывной кривой. Полезной информацией о величине РЗ является амплитудное значение (АЗ) данной кривой [7]. При дискретном характере работы датчика искомая величина АЗ (вещественное число) находится между соседними отсчётами целочисленного кода, существует виртуально и недоступна для прямых измерений.

На рис. 1 изображён подобный массив кодов ИЦ  $C[k]$  для лопатки компрессора [7], а также отсчёт ЭК. Очевидно, что ЭК как результат прямого одиночного измерения не может быть принят за величину АЗ и нуждается в предварительной обработке в целях уменьшения случайных составляющих погрешностей.

Случайную величину ЭК можно представить в виде

$$C_i^{ext} = A(1 - \delta_i) + e_i - v_i, \quad (1)$$

где  $C_i^{ext}$  — отсчёт ЭК контролируемой лопатки на  $i$ -м периоде вращения;  $A$  — искомая величина АЗ;  $\delta_i = \delta(t_i)$  — погрешность дискретизации в относительном виде [7];  $e_i = e(t_i)$  — помехи ИЦ;  $v_i = v(t_i)$  — погрешность квантования;  $t_i$  — момент времени регистрации ЭК; отсчёты  $e_i$  и  $v_i$  определены в единицах кода ИЦ.

Помехи ИЦ  $e(t)$  проявляются в виде нормально распределённого шума с ограниченным спектром [9], имеющего нулевое математическое ожидание (МО) и среднеквадратическое отклонение (СКО)  $S_e$ . Для ошибок квантования  $v(t)$  принимается равновероятный закон распределения [10]. В случае использования в составе ИЦ датчика АЦП с однополярным входным напряжением имеем МО  $m_v = 1/2$  и СКО  $S_v = 1/\sqrt{12}$ .

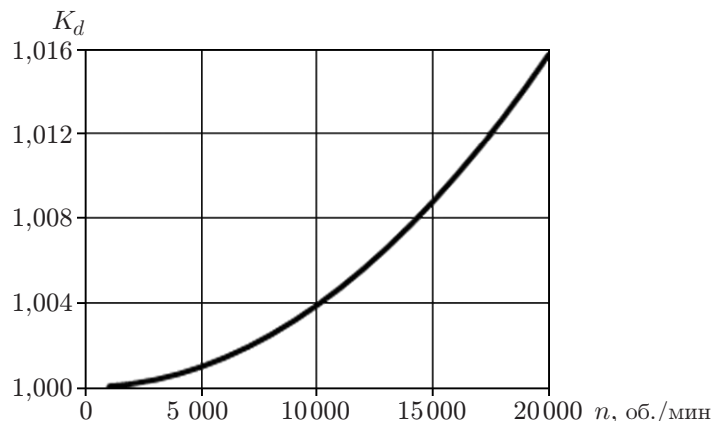


Рис. 2. Расчёт корректирующего множителя  $K_d = K_d(n)$

Преобразование выражения (1) к его МО приводит к детерминированному соотношению

$$A = (m_c + m_v)K_d, \quad (2)$$

где  $K_d = 1/(1 - M_d)$  — корректирующий множитель для пересчёта МО ЭК ( $m_c$ ) к величине АЗ с учётом величины МО погрешности дискретизации ( $M_d$ ).

Детерминированное соотношение (2) может быть использовано для предварительной обработки ЭК в целях исключения случайных независимых погрешностей и вычисления искомого АЗ. При этом основной операцией является получение оценки МО случайной величины ЭК ( $m_c$ ) с достаточной точностью.

Для вычисления корректирующего множителя  $K_d$  можно воспользоваться выражением МО погрешности дискретизации [7, 8], записав его в развёрнутом виде:

$$M_d = \frac{1}{24} \left( \frac{2\pi R}{\sigma_z} \right)^2 \left( \frac{n}{60f} \right)^2, \quad (3)$$

где  $R$  — радиус РК по торцам лопаток;  $\sigma_z$  — параметр формы кривой прохождения лопаткой ЧЭ датчика;  $n$  — скорость вращения РК [об./мин];  $f$  — частота преобразований ИЦ. Данное выражение является приближённым и справедливо в ограниченном диапазоне изменения погрешности дискретизации [7]. Очевидно, что при  $f = \text{const}$  величина  $K_d = K_d(n)$ . График данной зависимости от скорости вращения РК для случая  $R = 420$  мм,  $\sigma_z = 1,8$  мм,  $f = 0,8$  МГц приведён на рис. 2.

Для контроля точности оценки  $m_c$  можно использовать суммарную дисперсию  $S_\Sigma^2$  случайных погрешностей относительной величины ЭК ( $C^{ext}/A$ ):

$$S_\Sigma^2 = S_d^2 + \frac{S_e^2 + S_v^2}{A^2}, \quad (4)$$

где  $S_d$  — СКО погрешности дискретизации [7].

**Способ уменьшения случайных погрешностей ЭК.** Основная идея способа базируется на периодичности процесса вращения РК, когда все лопатки на каждом периоде вращения поочерёдно проходят зону ЧЭ датчика. Это позволяет в реальном времени легко получать усреднённые ЭК для ансамбля лопаток РК на нескольких периодах вращения, приводить накопленные средние значения к величине АЗ с учётом статистических характеристик погрешности дискретизации и затем вычислять РЗ ( $y$ ) на основе градуировочной

характеристики  $A = A(y)$ . При этом на процесс усреднения ЭК оказывает влияние поток случайных фазовых сдвигов, порождаемый отсутствием синхронизации между процессами вращения РК и поступления отсчётов ИЦ.

Способ предусматривает предварительные операции для конкретного образца лопатки РК, аналогичные рассмотренным в [7], в целях получения статистических характеристик случайных погрешностей дискретизации ЭК ( $M_d, S_d$ ) в виде выражений, зависящих от скорости вращения РК, а также от экспериментальной оценки СКО помех ИЦ ( $S_e$ ).

В процессе вращения РК сначала измеряется фактическая скорость вращения ( $n$ ) в первом периоде, а затем выполняется цикл измерений, который продолжается несколько полных периодов ( $q$ ). Предполагается, что скорость вращения во время цикла измерения постоянна ( $n \approx \text{const}$ ). В процессе измерительного цикла для каждой контролируемой лопатки определяется среднее значение ЭК ( $\bar{C}(q)$ ) в нескольких периодах вращения РК:

$$\bar{C}(q) = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q C_i^{\text{ext}}. \quad (5)$$

Необходимое число периодов усреднения ЭК определяется из условия уменьшения суммарной дисперсии до величины, которой можно пренебречь:

$$q = [S_\Sigma^2 / \xi_0^2] + 1, \quad (6)$$

где  $\xi_0$  — допустимая величина СКО остаточной случайной погрешности ЭК;  $[\dots]$  — операция выделения целой части. После завершения измерительного цикла происходит уменьшение суммарного СКО  $S_\Sigma$  до уровня  $\xi(q) \leq \xi_0$ :

$$\xi(q) = \sqrt{\frac{S_d^2}{q} + \frac{S_e^2 + S_v^2}{A^2 q}}, \quad (7)$$

что позволяет считать  $m_c \approx \bar{C}(q)$ . В процессе накопления усредняющих сумм (5) происходит одновременное подавление всех трёх независимых составляющих суммарной дисперсии. На последнем этапе, используя детерминированное соотношение (2), вычисляют искомую величину АЗ с использованием  $\bar{C}(q)$ :

$$A(y) \approx [\bar{C}(q) + m_v] K_d(n). \quad (8)$$

Приведённое в [7] приближённое выражение для дисперсии погрешности дискретизации позволяет наглядно показать эффект усреднения ЭК на  $q$ -периодах вращения в целях ограничения погрешности дискретизации:

$$\frac{S_d^2}{q} \approx \frac{1}{720} \left( \frac{2\pi R}{\sigma_z} \right)^4 \left( \frac{1}{N \sqrt[4]{q}} \right)^4, \quad (9)$$

где  $N = 60f/n$  — число периодов дискретизации на полном обороте РК.

Таким образом, использование усреднения ЭК применительно к погрешности дискретизации можно рассматривать как инструмент виртуального повышения частоты преобразования ИЦ ( $N \sqrt[4]{q}$ ) (разрешающей способности датчика по времени). Одновременно (параллельно) происходит повышение разрешающей способности кодов ИЦ по уровню ( $A \sqrt[4]{q}$ ).

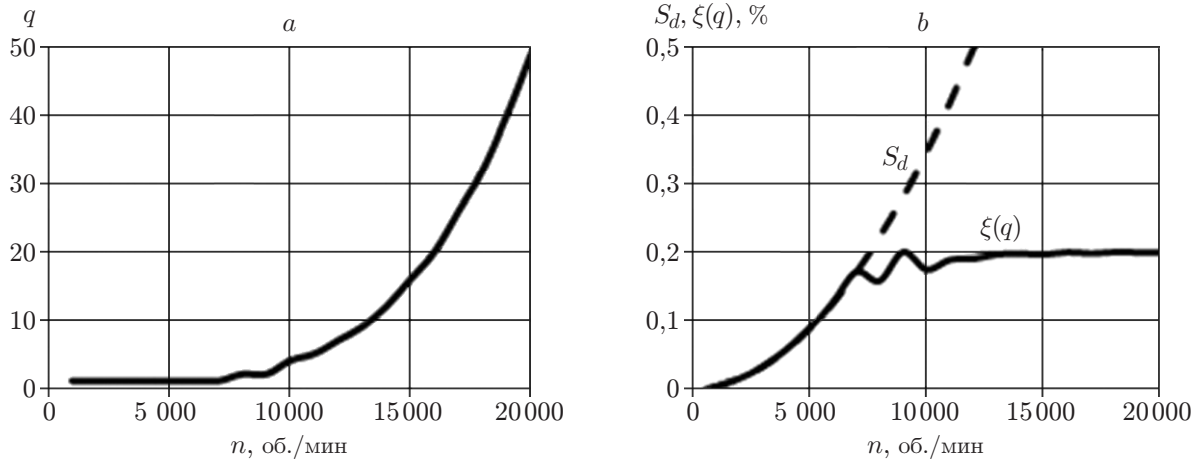


Рис. 3. Пример применения способа при учёте только погрешности дискретизации

**Численные результаты.** Приведём результаты численного моделирования применения способа для реального РК компрессора [7] и исходных данных ( $\sigma_z = 1,8$  мм,  $R = 420$  мм,  $f = 0,8$  МГц).

На рис. 3 представлен частный случай применения способа, когда учитывается только погрешность дискретизации ( $S_e = S_v = 0$ ). Среднеквадратическое отклонение  $S_d = S_d(n)$  при  $n = 20000$  об./мин достигает 1,39 %, а максимальная погрешность дискретизации — 4,66 %. На рис. 3, *a* приведена зависимость необходимого числа периодов измерительного цикла  $q = q(n)$  для измерения с заданной точностью  $\xi_0 = 0,2$  % во всём диапазоне скоростей вращения РК. Число  $q$  определяет продолжительность ( $T$ ) цикла измерения:

$$T(q) = 60q/n. \quad (10)$$

Так, в конце диапазона  $n = 20000$  об./мин получено максимальное число периодов усреднения  $m = 49$ , что соответствует наибольшей длительности цикла  $T(q) = 147$  мс. На рис. 3, *b* показан исходный график  $S_d = S_d(n)$  (штриховая кривая), а также результирующая погрешность  $\xi(q)$  (сплошная кривая). Наблюдается эффект ограничения исходной погрешности дискретизации  $S_d = S_d(n)$  в диапазоне скоростей РК. При этом колебательный процесс  $\xi(q) \leq \xi_0$  обусловлен целочисленными значениями  $q$ .

В общем случае наряду с погрешностью дискретизации (см. рис. 2) необходимо учитывать помехи ИЦ и ошибки квантования, которые имеют аддитивное проявление и не зависят от скорости вращения РК. В составе выражения (4) эти случайные составляющие используются в относительном виде (нормированы на величину АЗ). Поэтому их вклад в суммарную дисперсию  $S_\Sigma^2$  в значительной мере зависит и от величины АЗ, определяемой разрешением АЦП и использованием его ресурса. Если взять одну конкретную лопатку ( $A \approx \text{const}$ ), то СКО совокупной относительной погрешности  $S_{ev} = \sqrt{S_e^2 + S_v^2}/A$  можно считать фиксированной величиной. Рассмотрим пример, когда  $\sqrt{S_e^2 + 1/12} \approx 1,6$  ед.кода, величина  $A = 200$  ед.кода, что соответствует  $S_{ev} = 0,008$  (или точности 0,8 %). При этом на границе диапазона при  $n = 20000$  об./мин,  $S_\Sigma$  достигает величины 1,61 %. Численные расчёты применения способа для вариантов  $\xi_0 = 0,2$  % и  $\xi_0 = 0,4$  % представлены на рис. 3.

На рис. 4, *a* для указанных вариантов заданной точности приведены зависимости необходимого числа периодов усреднения  $q = q(n)$  во всём диапазоне скоростей вращения РК. В отличие от предыдущего примера (см. рис. 3) в данном случае необходимо выполнять

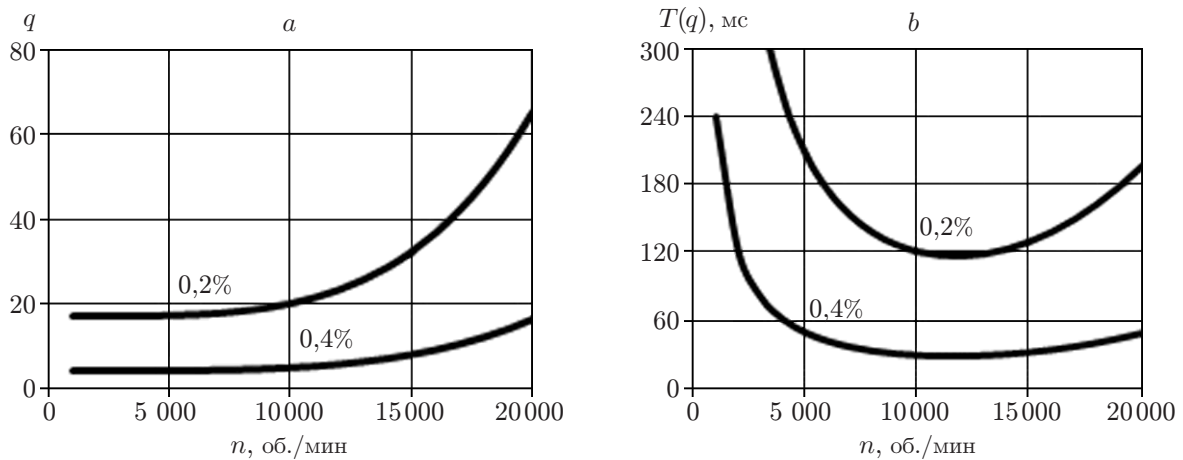


Рис. 4. Пример применения способа с учётом трёх составляющих случайных погрешностей

операции усреднения во всём диапазоне, чтобы подавить составляющие ( $S_{ev} = 0,008$ ), не зависящие от скоростей вращения РК.

На рис. 4, *b* показаны графики продолжительности измерительных циклов для обоих вариантов работы способа в диапазоне скоростей вращения РК. Можно отметить отличительные особенности приведённых кривых. Во-первых, это появление экстремума (минимума), положение которого зависит от отношения  $S_d/S_{ev}$ . В данном примере положение  $T_{\min}$  достигается при  $n \approx 12000$  об./мин. Во-вторых, это резкое увеличение времени измерения в области низких скоростей вращения РК при  $n < 5000$  об./мин, обусловленное величиной совокупной составляющей  $S_{ev} = 0,008$ . Необходимо отметить нелинейность зависимости времени измерения от желаемой точности. При  $n = 20000$  об./мин для  $\xi_0 = 0,2\%$  время измерения составляет 196 мс, а для  $\xi_0 = 0,4\%$  — 48 мс, что близко к квадратичной зависимости.

**Заключение.** Рассмотренный способ включает довольно трудоёмкие предварительные операции определения статистических характеристик случайных погрешностей для конкретного образца лопатки. Однако основные операции при работе способа (поиск локальных экстремумов и усреднение экстремальных кодов) предельно просты и могут быть реализованы в реальном времени ресурсами одного МК. Способ позволяет создавать помехоустойчивые системы измерения РЗ с управляемой точностью, которая пропорциональна времени измерения. Кроме того, способ работоспособен при грубой дискретизации по времени, когда количество отсчётов недостаточно для процедур аппроксимации. Основное назначение данного способа — измерение РЗ на турбоустановках, работающих в стационарных режимах.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Методы** и средства измерения многомерных перемещений элементов конструкций силовых установок /Под ред. Ю. Н. Секисова, О. П. Скобелева. Самара: Самарский научный центр РАН, 2001. 188 с.
2. **Кластерные методы** и средства измерения деформаций статора и координат смещений торцов лопаток и лопастей в газотурбинных двигателях /Под общ. ред. О. П. Скобелева. М.: Машиностроение, 2011. 298 с.

3. **Боровик С. Ю., Секисов Ю. Н.** Средства измерения и мониторинга радиальных зазоров в проточной части газотурбинного привода в процессе эксплуатации ГТУ // Газотурбинные технологии. 2008. **71**, № 10. С. 24–28.
4. **Боровик С. Ю., Подлипов П. Е., Секисов Ю. Н., Скобелев О. П.** Влияние мешающих факторов в системе измерения радиальных зазоров в газотурбинных двигателях с самокомпенсацией температурных воздействий // Автометрия. 2019. **55**, № 4. С. 86–98. DOI: 10.15372/AUT201904011.
5. **Боровик С. Ю., Кутейникова М. М., Райков Б. К. и др.** Измерение радиальных зазоров между статором турбины и торцами лопаток сложной формы с помощью одновитковых вихретоковых датчиков // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. **14**, № 10. С. 38–46.
6. **Боровик С. Ю., Секисов Ю. Н.** Одновитковые вихретоковые преобразователи для измерения механических параметров // Вестн. СГАУ им. ак. С. П. Королёва (национального исследовательского университета). 2013. **42**, № 4. С. 94–102.
7. **Белопухов В. Н., Боровик С. Ю., Подлипов П. Е.** Оценка погрешностей дискретизации при определении экстремальных значений кодов в системах измерения радиальных зазоров в компрессорах турбомашин // Вестн. СамГТУ. Сер. Технические науки. 2018. **57**, № 1. С. 47–54.
8. **Пат. 2651628 РФ.** Способ измерения с заданной точностью радиальных зазоров между торцами лопаток рабочего колеса и статорной оболочкой турбомашин при дискретном поступлении информации с датчика /В. Н. Белопухов, С. Ю. Боровик, П. Е. Подлипов, Ю. Н. Секисов. Опубл. 23.04.2018, Бюл. № 12.
9. **Бендат Дж., Пирсол А.** Измерение и анализ случайных процессов. М.: Мир, 1974. 463 с.
10. **Ефимов В. М.** Квантование по времени при измерении и контроле. М.: Энергия, 1969. 87 с.

*Поступила в редакцию 13.09.2019*

*После доработки 06.12.2019*

*Принята к публикации 24.12.2019*