

УДК 681.2.083: 53.083: 53.087: 53.097: 519.233.22

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ ЭНЕРГИИ РАДИОИМПУЛЬСА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ СВЕРХПРОВОДНИКОВОЙ СИСТЕМЫ КУБИТ—РЕЗОНАТОР

© А. Е. Колтакова, С. Е. Радченко, С. Г. Филатова, А. Г. Вострецов

*Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: koltakova_nastya@mail.ru*

Предложен алгоритм оценивания энергии радиоимпульса при измерении сверхпроводниковой системы кубит—резонатор, состоящей из сверхпроводникового резонатора и связанного с ним кубита. Алгоритм основан на использовании полных достаточных статистик, не требует априорных сведений об уровне аддитивного белого гауссовского шума, присутствующего в наблюдаемом процессе, а также об амплитуде, начальной фазе и временном положении радиоимпульса. Полученные с его помощью оценки являются эффективными и состоятельными. Оценка эффективности предложенного алгоритма проводилась методом компьютерного моделирования.

Ключевые слова: сверхпроводниковые кубиты, аддитивный шум, эффективное оценивание параметров, полные достаточные статистики.

DOI: 10.15372/AUT20210212

Введение. Сверхпроводниковые квантовые биты (кубиты), являясь макроскопическими квантовыми объектами, представляют научный интерес как с точки зрения изучения физических свойств, так и с точки зрения масштабирования их производства и оптимизации технологии. В связи с этим актуальны задачи по экспериментальному исследованию свойств кубитов. Условно эти задачи можно разделить на два типа: исследование свойств кубитов путём возбуждения системы с помощью постоянного электромагнитного поля [1–4] и проведение эксперимента импульсной спектроскопии [1]. В последнем случае при исследовании динамических параметров кубита система, состоящая из сверхпроводникового резонатора и связанного с ним кубита, подвергается воздействию микроволнового радиоимпульса, выходной сигнал содержит информацию о состоянии системы. Измеряя параметры импульса на выходе системы при проведении двух экспериментов (с шунтированными и нешунтированными кубитами), можно определить энергию возбуждения системы.

В настоящее время для экспериментального исследования динамических свойств сверхпроводниковых кубитов используется стандартная методика измерения путём возбуждения структуры кубит—резонатор микроволновыми радиоимпульсами малой мощности. Варьируемыми параметрами являются длительность импульса, задержка между импульсами, амплитуда и несущая частота радиоимпульса. Целесообразность применения той или иной комбинации зависит от параметров кубитов и специфики эксперимента. При этом общая проблема для всех этих измерений — сложность борьбы с шумами, так как уровень измеряемых сигналов соизмерим с уровнем собственных шумов измерительной аппаратуры. В данной работе не рассматриваются причины возникновения шума при измерении исследуемого образца, которые частично представлены в работе [5]. Традиционными методами решения проблемы борьбы с шумами является применение малошумящих криогенных усилителей, у которых шумовая температура составляет не более 5 К [6], и многократных измерений с последующей статистической обработкой полученных данных. Наиболее часто они обрабатываются методом максимального правдоподобия [7–9].

Использование этого метода требует большого объёма априорных сведений и проверки полученных решений при конечных и особенно при малых объёмах выборочных данных, не гарантируется их несмещённость. Одним из альтернативных является подход, основанный на использовании полных достаточных статистик [10, 11], который обеспечивает минимально достижимую в конкретных условиях дисперсию оценки и при её несмещённости — эффективность.

Целью представленного исследования является разработка алгоритма оценивания энергии импульсного сигнала на выходе системы кубит—резонатор и энергии её возбуждения, обеспечивающего минимально достижимое среднеквадратическое отклонение (СКО) оценки и возможность его использования в автоматических системах измерений в условиях априорной неопределённости уровня шума. Минимизация СКО, в свою очередь, позволяет уменьшить требуемый объём экспериментальных данных и тем самым снизить время проведения эксперимента и нагрузку на лабораторное оборудование, а также повысить достоверность полученных результатов. Синтез такого алгоритма проведён с использованием полных достаточных статистик.

Модель наблюдаемого процесса. Упрощённая структурная схема цифровой измерительной системы для импульсных измерений системы сверхпроводниковый кубит—резонатор представлена на рис. 1. Предполагается, что все цепи являются согласованными.

Измерение проводится в два этапа. На первом этапе измеряется исходная энергия радиоимпульса, на втором — энергия импульса, прошедшего систему кубит—резонатор. Для этого параллельно образцу с исследуемой структурой кубит—резонатор выполнена короткая сверхпроводниковая согласованная линия — СВЧ-шунт Sh . Сверхпроводниковый шунт Sh предназначен для исключения влияния системы кубит—резонатор на измерительную цепь при определении исходной энергии радиоимпульса. На первом этапе с помощью криогенных сверхпроводниковых переключателей Sw_1 и Sw_2 создаётся цепь для измерения исходной энергии радиоимпульса: переключатель Sw_1 — шунт Sh — переключатель Sw_2 — малошумящий СВЧ криогенный усилитель G — формирователь вектора отсчётов комплексной огибающей ADC — вычислитель C . На втором этапе с помощью переключателей Sw_1 и Sw_2 вместо шунта в измерительную цепь включается система кубит—резонатор.

Наблюдаемый процесс $x(t)$ на выходе СВЧ-усилителя G представляет собой аддитивную смесь радиоимпульса $U_m s(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$ длительностью $\Delta\tau_0$ и гауссовского шума $\eta(t)$ с постоянной (в пределах полосы пропускания измерительной системы) спектральной

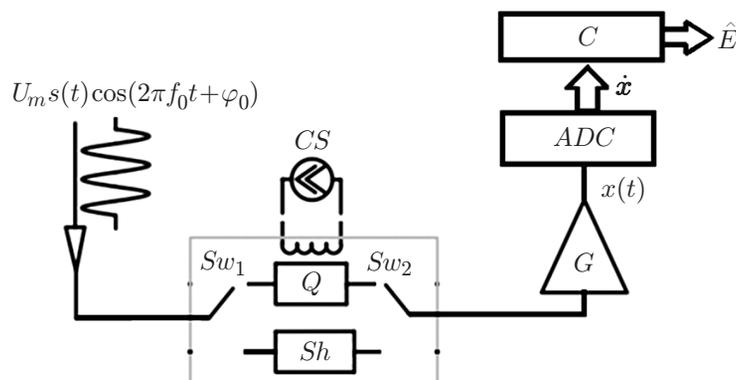


Рис. 1. Упрощённая структурная схема измерительной системы для импульсных измерений сверхпроводниковых кубитов

плотностью мощности N_0 :

$$x(t) = U_m s(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) + \eta(t) = \operatorname{Re}\{[\dot{U}_m(t) + \dot{\eta}(t)] e^{j2\pi f_0 t}\}, \quad t \in [0, T_x].$$

Здесь U_m — заранее неизвестная амплитуда сигнала (различная на первом и втором этапах); φ_0 — неизвестная начальная фаза несущего колебания (также различная на первом и втором этапах); $s(t) = \begin{cases} s_0(t), & 0 \leq t \leq \Delta\tau_0, \\ 0, & t > \Delta\tau_0; \end{cases}$ $s_0(t)$ — действительная функция, задающая форму импульса; f_0 — несущая частота радиоимпульса; $\dot{U}_m(t) = U_m e^{j\varphi_0} s(t)$ — комплексная огибающая радиоимпульса; $\dot{\eta}(t)$ — комплексная огибающая гауссовского шума; $T_x \geq \Delta\tau_0$ — интервал наблюдения. Формирователь *ADC* создаёт комплексный вектор $\dot{\mathbf{x}}$ отсчётов огибающей, вычислитель *C* по заданному алгоритму рассчитывает оценку энергии сигнала \hat{E} .

Синтез алгоритма оценки энергии сигнала. При синтезе алгоритма оценивания энергии возбуждения кубита на выходе системы кубит—резонатор должны соблюдаться следующие условия:

- алгоритм не требует априорных сведений об уровне шума в системе;
- СКО оценки энергии минимально;
- обеспечена возможность реализации автоматического режима оценки энергии для сокращения длительности эксперимента и исключения человеческого фактора при оценке и обработке данных.

Как уже отмечалось, измерение энергии возбуждения системы кубит—резонатор проводится в два этапа. На первом этапе измеряется энергия E_1 радиоимпульса на выходе системы с СВЧ согласованной линией — шунтом *Sh*. Затем с помощью переключателей *Sw₁* и *Sw₂* вместо шунта *Sh* подключается система кубит—резонатор, радиоимпульс подаётся повторно и измеряется энергия E_2 радиоимпульса, прошедшего через систему кубит—резонатор. Кубит, взаимодействуя с СВЧ-сигналом, изменяет своё состояние, и энергия импульса на выходе системы изменяется на величину $\Delta E = E_1 - E_2$. Зная величину ΔE и коэффициент усиления по мощности СВЧ-усилителя G , энергию возбуждения системы кубит—резонатор ΔE_Q можно вычислить следующим образом:

$$\Delta E_Q = \frac{E_1 - E_2}{G}. \quad (1)$$

Величина энергии радиоимпульса (для краткости при синтезе алгоритма оценки энергии сигнала нижние индексы будем опускать) определяется в виде [12]

$$E = \frac{U_m^2}{R} \int_0^{\Delta\tau_0} s^2(t) \cos^2(2\pi f_0 t + \varphi_0) dt = \frac{U_m^2}{2R} \int_0^{\Delta\tau_0} s^2(t) dt \quad (2)$$

(R — входное сопротивление согласованной измерительной системы).

В качестве наблюдаемой выборки примем вектор $\dot{\mathbf{x}} = \{\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n\}^\top \in \mathbf{C}^n$, составленный из отсчётов \dot{x}_i комплексной огибающей процесса $\dot{x}(t)$, наблюдаемого на выходе усилителя G в моменты времени $i\tau$, $i = 1, \dots, n$, $n = T_x/\tau$ — объём выборки, $T_x \geq \Delta\tau_0$ — интервал наблюдения, $\tau = 1/(2\Delta f)$ — шаг дискретизации, Δf — полоса пропускания измерительной системы; $\{\cdot\}^\top$ — транспонирование, \mathbf{C}^n — комплексное евклидово пространство. В общем случае вектор $\dot{\mathbf{x}}$ представляет собой сумму векторов отсчётов гауссовского шума $\dot{\xi} = \{\dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2, \dots, \dot{\xi}_n\}^\top$ и комплексной огибающей радиоимпульса $\dot{\mathbf{S}} = \{\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dots, \dot{s}_n\}^\top = \dot{U}_m \mathbf{s}$,

$\mathbf{s} = \{s_1, \dots, s_n\}^\top$ — вектор отсчётов огибающей нормированного по амплитуде сигнала, задающего форму радиоимпульса:

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{S}} + \dot{\boldsymbol{\xi}}. \quad (3)$$

Дискретный вариант выражения (2) для вычисления энергии сигнала примет следующий вид:

$$E \approx \frac{U_m^2 \tau}{2R} \sum_{i=1}^n s_i^2. \quad (4)$$

Проведём статистический синтез алгоритма оценки энергии импульса. При выбранном шаге дискретизации компоненты вектора $\dot{\mathbf{x}}$ будут статистически независимыми, их совместная плотность распределения вероятностей примет вид

$$\begin{aligned} w(\dot{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\theta}) &= \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^n \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \|\dot{\mathbf{x}} - \dot{U}_m \mathbf{s}\|^2 \right\} = \\ &= \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^n \exp \left\{ -\frac{\|\dot{\mathbf{x}}\|^2}{2\sigma^2} + \frac{U_m \cos \varphi_0 [\operatorname{Re}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{s})]}{\sigma^2} + \frac{U_m \sin \varphi_0 [\operatorname{Im}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{s})]}{\sigma^2} - \frac{\|\dot{U}_m \mathbf{s}\|^2}{2\sigma^2} \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\boldsymbol{\theta} = \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2}, \frac{U_m \cos \varphi_0}{\sigma^2}, \frac{U_m \sin \varphi_0}{\sigma^2} \right\}^\top$ — вектор параметров распределения (5); $\|\mathbf{s}\| = \left(\sum_{i=1}^n |s_i|^2 \right)^{1/2}$; $\|\dot{\mathbf{x}}\| = \left(\sum_{i=1}^n |\dot{x}_i|^2 \right)^{1/2}$, $\|\cdot\|$ — норма в комплексном евклидовом пространстве, (\cdot, \cdot) — скалярное произведение.

Распределение (5) принадлежит экспоненциальному семейству, и при неизвестных σ^2 , U_m , φ_0 статистики $U_{\operatorname{Re}} = \operatorname{Re}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{s})$, $U_{\operatorname{Im}} = \operatorname{Im}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{s})$, $V = \|\dot{\mathbf{x}}\|^2$ являются полными достаточными статистиками [10]. Поскольку энергия радиоимпульса является функцией параметра U_m^2 распределения (5), построим вначале оценку этого параметра с использованием полных достаточных статистик, а затем вычислим значение энергии. Такая оценка будет иметь согласно теореме Лемана — Шеффе минимальную дисперсию. Для построения оценки воспользуемся методикой, предложенной в работе [11]. Для этого вычислим начальные моменты полных достаточных статистик и убедимся, что значение параметра U_m^2 может быть получено в виде их линейной комбинации:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \{U_{\operatorname{Re}}^2\} &= \mathbf{M} \{[\operatorname{Re}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{s})]^2\} = \mathbf{M} \left\{ \left(\sum_{i=1}^n \operatorname{Re} x_i s_i \right)^2 \right\} = U_m^2 \cos^2 \varphi_0 \|\mathbf{s}\|^4 + \sigma^2 \|\mathbf{s}\|^2; \\ \mathbf{M} \{U_{\operatorname{Im}}^2\} &= \mathbf{M} \{[\operatorname{Im}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{s})]^2\} = \mathbf{M} \left\{ \left(\sum_{i=1}^n \operatorname{Im} x_i s_i \right)^2 \right\} = U_m^2 \sin^2 \varphi_0 \|\mathbf{s}\|^4 + \sigma^2 \|\mathbf{s}\|^2; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mathbf{M} \{V\} = \mathbf{M} \{\|\dot{\mathbf{x}}\|^2\} = U_m^2 \|\mathbf{s}\|^2 + 2n\sigma^2.$$

Здесь $\mathbf{M} \{\cdot\}$ — оператор вычисления математического ожидания. Решая систему уравнений (6) относительно U_m^2 , получим

$$U_m^2 = \frac{n(\mathbf{M} \{U_{\operatorname{Re}}^2\} + \mathbf{M} \{U_{\operatorname{Im}}^2\}) - \mathbf{M} \{V\} \|\mathbf{s}\|^2}{\|\mathbf{s}\|^4 (n-1)}.$$

Используя полученное значение U_m^2 , будем иметь выражение для вычисления энергии сигнала

$$E = \frac{U_m^2 \|\mathbf{s}\|^2 \tau}{2R} = \frac{[n(\mathbf{M}\{U_{\text{Re}}^2\} + \mathbf{M}\{U_{\text{Im}}^2\}) - \mathbf{M}\{V\} \|\mathbf{s}\|^2] \tau}{2R \|\mathbf{s}\|^2 (n-1)}. \quad (7)$$

Видно, что выражение для вычисления энергии сигнала представляет собой линейную комбинацию начальных моментов полных достаточных статистик. Согласно методике [11] для получения эффективной оценки энергии в выражении (7) заменим начальные моменты полных достаточных статистик их значениями, в результате оценка \hat{E} энергии E примет следующий вид:

$$\hat{E} = \frac{n[(\text{Re } \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{s})^2 + (\text{Im } \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{s})^2] - \|\dot{\mathbf{x}}\|^2 \|\mathbf{s}\|^2}{2R \|\mathbf{s}\|^2 (n-1)} \tau = \frac{n|(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{s})|^2 - \|\dot{\mathbf{x}}\|^2 \|\mathbf{s}\|^2}{2R \|\mathbf{s}\|^2 (n-1)} \tau. \quad (8)$$

Оценка (8) является несмещённой и эффективной [11]. Применяя алгоритм (8) для оценки энергий E_1 и E_2 и подставляя полученные значения \hat{E}_1 и \hat{E}_2 в выражение (1), запишем выражение для оценки $\Delta \hat{E}_Q$ энергии, необходимой для возбуждения системы кубит — резонатор:

$$\Delta \hat{E}_Q = \frac{\hat{E}_1 - \hat{E}_2}{G}. \quad (9)$$

Оценка энергии (8) предполагает, что не только форма, но и временное положение сигнала полностью известны. Это, в свою очередь, налагает требование точной синхронизации источника сигнала и измерительной системы. Для того чтобы исключить необходимость подобной синхронизации, проведём следующие операции. Обозначим $\mathbf{x}f = \mathbf{F}(\mathbf{x})$ вектор, полученный дискретным преобразованием Фурье $\mathbf{F}(\cdot)$ вектора \mathbf{x} отсчётов комплексной огибающей на интервале наблюдения $T_x > \Delta\tau_0$, заведомо содержащем полезный сигнал; $\mathbf{s}f = \mathbf{F}(\mathbf{s})$ — вектор, полученный дискретным преобразованием Фурье отсчётов сигнала, задающего форму огибающей радиоимпульса. Тогда используемое в выражении (8) значение величины $|(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{s})|^2$, численно равное квадрату напряжения на выходе согласованного с сигналом фильтра в момент окончания импульса, может быть получено следующим образом:

$$|(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{s})|^2 = [\max \overrightarrow{|\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{x}f \times \mathbf{s}f^*)|}]^2. \quad (10)$$

Здесь $\overrightarrow{\mathbf{x}f \times \mathbf{s}f^*}$ — вектор, компоненты которого образованы путём поэлементного перемножения компонентов векторов $\mathbf{x}f$ и $\mathbf{s}f^*$; символ «*» означает комплексное сопряжение; $\mathbf{F}^{-1}(\cdot)$ — обратное дискретное преобразование Фурье; $\overrightarrow{|\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{x}f \times \mathbf{s}f^*)|}$ означает модуль максимального по модулю компонента вектора $\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{x}f \times \mathbf{s}f^*)$. Вычисления по формуле (10) не требуют синхронизации источника сигнала и измерительной системы, полученное значение соответствует синхронизации с точностью до шага дискретизации.

Анализ выражений (8)–(10) показывает, что полученные оценки не требуют априорных сведений об уровне шумовой составляющей наблюдаемого процесса, амплитуде, начальной фазе и временном положении радиоимпульса, т. е. алгоритм автоматически подстраивается под действующий уровень шума и параметры сигнала. Это обеспечивает возможность реализации алгоритма в автоматическом режиме.

Предложенный алгоритм оценки энергии синтезирован без учёта погрешности, вносимой АЦП, имеющим конечную разрядность. Оценка влияния разрядности АЦП на погрешность оценки рассматривается далее при моделировании предлагаемого алгоритма.

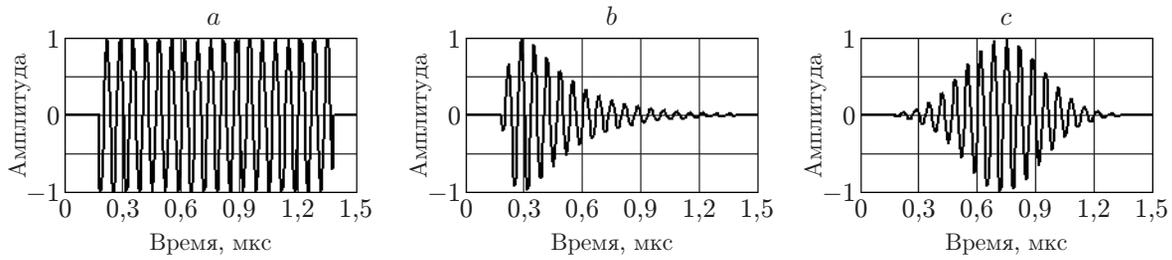


Рис. 2. Радиоимпульсы с единичной амплитудой: прямоугольная (а), двойная экспоненциальная (b) и гауссовская (с) огибающие

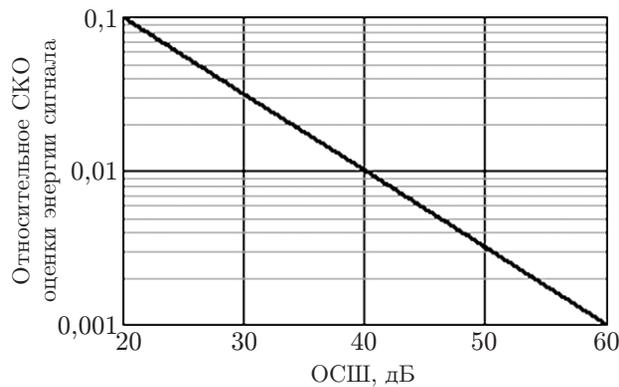


Рис. 3. Зависимость относительного СКО оценки энергии радиоимпульса от ОСШ

Результаты моделирования. Анализ эффективности предложенного алгоритма оценки энергии радиоимпульса выполнялся методом статистических испытаний на ЭВМ по 10000 экспериментам. При моделировании были приняты следующие посылки. Шумовая температура криогенного усилителя G составляла величину $T_N = 5$ К, полоса пропускания усилителя — 6 ГГц. Поскольку входной усилитель G имеет широкую полосу пропускания, то ширина полосы пропускания измерительной системы в целом определяется полосой пропускания формирователя комплексного вектора отсчётов огибающей, которая принималась $\Delta f = 100$ МГц. Шаг дискретизации исходя из требования статистической независимости отсчётов принимался $\tau = 1/(2\Delta f) = 5$ нс. Спектральная плотность шума на входе измерительной системы определялась шумовой температурой усилителя G : $N_0 = kT_N$. Длительность импульса $\Delta\tau_0$ по основанию полагалась равной 1,2 мкс. Начальная фаза φ_0 несущего колебания принималась случайной равномерно распределённой на интервале $[0, 2\pi)$ величиной и оставалась постоянной в пределах одной реализации наблюдаемого процесса. В качестве огибающих полезных сигналов использовались прямоугольный, двойной экспоненциальный и гауссовский импульсы (рис. 2).

При этих условиях моделировались выборочные векторы размером n при различных отношениях сигнал/шум (ОСШ):

$$q^2 = \frac{E}{N_0} = \frac{E}{kT_N}. \tag{11}$$

На рис. 3 приведена зависимость относительного СКО оценки энергии радиоимпульса от ОСШ. Нормировка осуществлялась к истинному значению энергии сигнала. Данная характеристика не зависит от формы сигнала и определяется только отношением сигнал/шум.

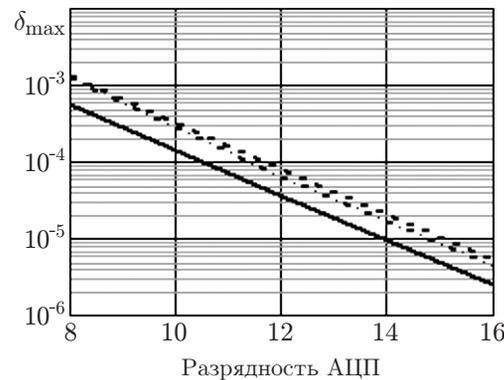


Рис. 4. Экспериментальные зависимости максимального в $N = 10000$ опытов относительного абсолютного отклонения δ_{\max} от значения, полученного без учёта влияния АЦП, результата оценки энергии от разрядности АЦП (сплошная линия соответствуют прямоугольной огибающей; штриховая — гауссовской огибающей; штрихпунктирная — двойной экспоненциальной огибающей)

Для оценки влияния разрядности аналого-цифрового преобразователя на погрешность оценки энергии в компьютерную модель работы системы были добавлены модели 8-, 12- и 16-разрядных аналого-цифровых преобразователей и на одних и тех же реализациях были получены значения $\delta_{\max} = \max(|\hat{E}_i^{ADC} - \hat{E}_i|/\hat{E}_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$, максимального в $N = 10000$ опытов относительного абсолютного отклонения результата оценки энергии от значения, полученного по формуле (8) без учёта АЦП. Здесь \hat{E}_i^{ADC} — значения оценки энергии в i -м опыте, полученные с учётом АЦП (по квантованной выборке), \hat{E}_i — без АЦП. Результаты моделирования приведены на рис. 4, на котором видно, что увеличение разрядности АЦП уменьшает погрешность, вносимую АЦП в общую погрешность оценки более чем на порядок на каждые 4 разряда. Наименьшее значение вносимой АЦП погрешности имеет место для импульсов с прямоугольной огибающей.

Зная СКО оценок энергии сигнала, нетрудно получить значение СКО $\sigma_{\Delta\hat{E}_Q}$ оценки энергии возбуждения кубита. С учётом выражения (9) имеем

$$\sigma_{\Delta\hat{E}_Q} = \frac{\sqrt{\sigma_{\hat{E}_1}^2 + \sigma_{\hat{E}_2}^2}}{G}, \quad (12)$$

где $\sigma_{\hat{E}_1}^2$ и $\sigma_{\hat{E}_2}^2$ — дисперсии оценок энергий E_1 и E_2 ; G — коэффициент усиления СВЧ-усилителя по мощности. Задавая желаемое относительное СКО $\delta = \sigma_{\Delta\hat{E}_Q}/\Delta E$ оценки энергии возбуждения системы кубит—резонатор, можно получить зависимость требуемого для этого значения СКО оценки энергии $\sigma_{\hat{E}}^2$ от относительного значения измеряемой энергии возбуждения $\Delta E/E$ системы кубит—резонатор. Полагая при малых значениях отношения $\Delta E/E$ и принимая $\sigma_{\hat{E}_1}^2 = \sigma_{\hat{E}_2}^2 = \sigma_{\hat{E}}^2$, будем иметь

$$\sigma_{\hat{E}}^2 = \frac{\delta}{\sqrt{2}} \frac{\Delta E}{E}. \quad (13)$$

График данной зависимости приведён на рис. 5. Видно, что для оценки энергии возбуждения системы кубит—резонатор, составляющей 3 % от энергии возбуждающего импульса с относительной погрешностью $\delta = 0,05$, энергию импульса следует измерять с относи-

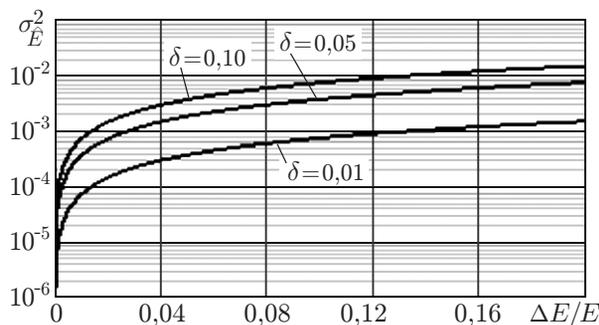


Рис. 5. Зависимость требуемого для обеспечения заданного относительного СКО оценки энергии возбуждения системы кубит—резонатор от относительного значения измеряемой энергии возбуждения системы кубит—резонатор

тельной погрешностью порядка 10^{-3} , т. е. отношение сигнал/шум должно быть равным 60 дБ (см. рис. 3).

Заключение. Получены эффективные оценки энергии возбуждения системы кубит—резонатор при воздействии радиоимпульсов. Использование полных достаточных статистик обеспечивает минимально достижимую в реальных условиях дисперсию оценки и не требует априорных данных об уровне шума, амплитуде, начальной фазе и временном положении радиоимпульса. Это позволяет реализовать алгоритм в автоматическом режиме. Показано, что для измерения энергии возбуждения системы кубит—резонатор, составляющей 3 % от энергии возбуждающего импульса с относительной среднеквадратической погрешностью $\delta = 0,05$, отношение сигнал/шум на входе измерительной системы должно составлять не менее 60 дБ.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект № FSUN-2020-0007).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Clarke J., Wilhelm F. K. Superconducting quantum bits // Nature. 2008. **453**. 07128. P. 1031–1042.
2. Oelsner G., van der Ploeg S. H. W., Macha P. et al. Weak continuous monitoring of a flux qubit using coplanar waveguide resonator // Phys. Rev. 2010. **B 81**. 172505.
3. Novikov I. L., Ivanov B. I., Sultanov A. N. et al. Measurement of the superconducting flux qubit parameters in the quasi-dispersive regime // Phys. Solid State. 2016. **58**, Iss. 11. P. 2155–2159.
4. Ivanov B. I., Novikov I. L., Sultanov A. N. et al. Spectroscopy of a superconducting flux qubit in a quasidispersive mode // JETP Lett. 2016. **103**, Iss. 6. P. 425–430.
5. Roddatis V. V., Hübner U., Ivanov B. I. et al. The morphology of Al-based submicron Josephson junction // Journ. Appl. Phys. 2011. **110**. 123903.
6. Ivanov B. I., Volkhin D. I., Novikov I. L., Vostretsov A. G. Cryogenic low noise amplifiers and filters for superconducting qubit readout // Тр. XXI Междунар. конф. молодых специалистов по микро/нанотехнологиям и электронным приборам (EDM 2020). Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2020. С. 205–209.
7. Moore T. J., Sadler B. M., Kozick R. J. Maximum-likelihood estimation, the Cramér–Rao bound, and the method of scoring with parameter constraints // IEEE Trans. Signal Process. 2008. **56**, N 3. P. 895–908.

8. **Sijbers J., den Dekker A. J.** Maximum likelihood estimation of signal amplitude and noise variance from MR data // *Magnetic Resonance in Medicine*. 2004. **51**, N 3. P. 586–594.
9. **Radchenko S. E., Vostretsov A. G., Koltakova A. E., Pitsun D. K.** Superconducting Josephson junction critical current estimation // Тр. XIV Междунар. конф. “Актуальные проблемы электронного приборостроения” (АПЭП 2018). Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. Т. 1. С. 89–91.
10. **Lehman E. L.** *Testing Statistical Hypotheses*. New York: Wiley, 1959. 369 p.
11. **Вострецов А. Г.** Эффективное оценивание параметров сигналов в условиях априорной неопределённости при использовании полных достаточных статистик // *Радиотехника и электроника*. 1999. **44**, № 5. С. 551–556.
12. **Макс Ж.** *Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях*: М.: Мир, 1983. Т. 1. 312 с.

Поступила в редакцию 04.09.2020

После доработки 08.12.2020

Принята к публикации 22.12.2020
