

УДК 004.932

ОЦЕНКА РАССТОЯНИЯ ОТ ЗАДАННОЙ ТОЧКИ ДО МАКСИМУМА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ ПОЛОСЫ

© А. В. Лихачев¹, М. В. Табанюхова²

¹*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1*

²*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет,
630008, Новосибирск, ул. Ленинградская, 113*

*E-mail: ipm1@iae.nsk.su
m.tabanyukhova@sibstrin.ru*

Ставится задача определения расстояния от произвольной точки до центра интерференционной полосы с известным профилем по данным, искажённым случайными помехами. В разработанном алгоритме на финальной стадии получения оценки используется фильтрация Винера — Колмогорова. Численное моделирование показало, что усреднённая ошибка оценки, вычисленной предлагаемым методом, на 50–75 % меньше той, которая получается в предположении отсутствия шума. Результаты обработки экспериментальных данных также подтвердили эффективность предложенного метода.

Ключевые слова: оценка расстояния на изображении, профиль интерференционной полосы, фильтрация Винера — Колмогорова.

DOI: 10.15372/AUT20210304

Введение. В настоящее время многие объекты, имеющие различную физическую природу, исследуются с применением интерферометрических измерений. Традиционно такие методики распространены в экспериментальном изучении потоков газов и жидкостей, пламени, а также плазменных образований [1, 2]. В данной работе более подробно остановимся на другом приложении интерферометрии, имеющем большое значение для развития теории сопротивления материалов. Речь идёт об эффекте двойного лучепреломления и связанном с ним методе фотоупругости, который, с одной стороны, позволяет находить для прозрачных моделей распределение напряжений (деформаций) в исследуемой области без использования аппарата математической теории упругости, с другой стороны, благодаря наглядности, он служит хорошей иллюстрацией решений, полученных в рамках этой теории [3–7]. Метод фотоупругости развивается рядом зарубежных и отечественных научно-исследовательских групп, в частности в Новосибирском государственном архитектурно-строительном университете [8, 9].

В настоящее время любая методика, включающая анализ интерференционных изображений, в той или иной степени использует современные информационные технологии. Не является исключением и рассматриваемый здесь подход, в связи с чем в литературе всё чаще употребляется термин «цифровая фотоупругость» [10–12], подразумевающий применение цифровой обработки экспериментальных данных в целях упрощения их расшифровки. Систематическое изложение этого вопроса можно найти в работах [5, 10, 13, 14].

Первый шаг каждого экспериментального исследования с помощью метода фотоупругости предполагает определение оптической константы материала. Этот процесс называют тарировкой. Для её осуществления необходимо найти координату опорной точки, лежащей на выбранной полосе [13]. Предложенный в [6] алгоритм автоматизированной обработки интерферограмм также требует вычисления относительных координат точек —

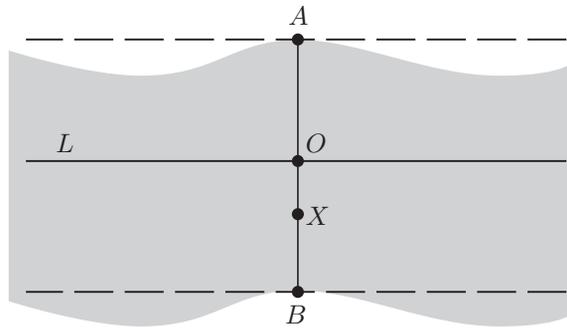


Рис. 1. Схема предлагаемого метода

узлов сетки, на которой производятся расчёты. Отсюда видно, что одним из ключевых моментов применения метода фотоупругости является определение положения точки на интерференционной полосе. Однако до сих пор эта задача не решена в полном объёме. Часто применяемый для этой цели алгоритм трассировки полос [12, 15] в общем случае позволяет лишь установить принадлежность точки к рассматриваемой полосе. Другим подходом является анализ окрестностей особых точек интерферограммы [16], при этом их привязка к центру какой-либо полосы, как правило, не производится.

Конкретизируем задачу, решению которой посвящена данная работа. Пусть имеется интерференционная картина, зарегистрированная в виде оцифрованного полутонового изображения с размером пикселя h , много меньшим шага сетки, используемой для расшифровки. Построим прямую L , параллельную касательным к границам интерференционной полосы в окрестности рассматриваемой точки X и равноудалённую от них, как это показано на рис. 1. Проведём прямую, проходящую через X , перпендикулярно L . Обозначим её пересечения с границами полосы через A и B . Применяя билинейную интерполяцию значений изображения в пикселях, определим на отрезке $[AB]$ функцию $g(ih)$, где i — целое число, нулевому значению которого на рис. 1 соответствует точка O . Будем называть $g(ih)$ зарегистрированным профилем интерференционной полосы. На том же отрезке зададим истинный профиль — $g_0(ih)$, который был бы зафиксирован в случае полного отсутствия погрешностей измерений, называемых далее случайным шумом. Если принять наиболее распространённую в настоящее время гипотезу аддитивного шума, то имеет место выражение

$$g(ih) \equiv g_0(ih) + \xi_i, \tag{1}$$

где ξ_i — случайная последовательность, которая далее будет считаться стационарной. Полагаем, что профиль $g_0(ih)$ известен. В частности, во многих случаях $g_0(ih)$ является гармоническим или близким к нему [1, 13, 14].

Предлагается метод оценки расстояния $|OX|$, основанный лишь на сравнительном анализе профилей $g_0(ih)$ и $g(ih)$. При этом наличия на изображении каких-либо точек привязки не предполагается. Отметим, что в рамках вышеупомянутых работ решение задачи в такой постановке не рассматривается. Кроме того, в процессе обработки данных для подавления шума здесь используется адаптивный фильтр Винера — Колмогорова [17], в то время как в [12, 15, 16] применяются более простые фильтры, не учитывающие статистических свойств помех. В [18] интерферограммы обрабатывались путём преобразования гистограммы, что, с одной стороны, ослабляло влияние случайных факторов, с другой — увеличивало контрастность изображения. Однако этот подход может оказаться неэффективным, когда разница между различаемыми в пределах полосы амплитудами имеет величину порядка стандартного отклонения шума.

Отметим, что полученные в представленной работе результаты являются значимыми не только для метода фотоупругости. Почти каждый количественный экспериментальный метод, использующий в качестве исходных данных интерференционную картину, включает решение той или иной обратной задачи, большинство из которых является некорректно поставленными, как например реконструкция распределения коэффициента преломления в фазовой среде [19]. Для повышения устойчивости получаемых результатов в таких ситуациях следует применять регуляризующие процедуры. С одной стороны, они как можно сильнее должны подавлять случайные помехи, с другой — по возможности минимизировать искажения полезного сигнала (в рассматриваемом случае это профиль интерференционной линии). Известно, что фильтр Винера — Колмогорова обеспечивает наименьшее среднеквадратичное отклонение между фильтрованным и полезным сигналами [17]. Таким образом, его применение при расшифровке интерферограмм представляется весьма перспективным.

Предлагаемый метод. Чтобы упростить дальнейшее изложение, предположим, что функция $g_0(x)$ чётная и имеет единственный локальный максимум при $x = 0$. Эти условия не являются принципиальными. Если они не выполняются, то полученные далее результаты при внесении соответствующих незначительных поправок по-прежнему остаются в силе. Пусть координата точки X положительная и nh — наиболее близкая величина к истинной длине отрезка $[OX]$. За нулевое приближение $\hat{n}^{(0)}$ для n принимаем число, для которого модуль разности $|\hat{n}^{(0)}h - x_G|$ минимален. Здесь x_G — положительное решение уравнения $g_0(x) = g(nh)$. Обратим внимание, что в силу принятых свойств функции $g_0(x)$ при $g_0(0) < g(nh)$ это уравнение не имеет решения. В таком случае полагается $\hat{n}^{(0)} = 0$.

Обозначим через σ стандартное отклонение (корень из дисперсии) случайной последовательности ξ_i . Чтобы найти следующее приближение $\hat{n}^{(1)}$, построим интервал $[i_1; i_2]$, содержащий $\hat{n}^{(0)}$, причём $0 \leq i_1$. Если точки X и O располагаются достаточно далеко друг от друга, то интервал будет симметричным относительно $\hat{n}^{(0)}$: $i_1 = \hat{n}^{(0)} - k$; $i_2 = \hat{n}^{(0)} + k$, где k — минимальное положительное число, удовлетворяющее неравенству

$$|g_0((\hat{n}^{(0)} + k)h) - g_0((\hat{n}^{(0)} - k)h)| \geq \sigma. \quad (2)$$

В случае когда X и O близки, неравенство (2) может не иметь решений, таких что $i_1 = (\hat{n}^{(0)} - k) \geq 0$. Тогда полагается $i_1 = 0$, а i_2 находится из неравенства

$$|g_0(i_2) - g_0(0)| \geq \sigma. \quad (3)$$

При этом, если оказывается $i_2 < \hat{n}^{(0)}$, то берётся $i_2 = \hat{n}^{(0)}$. Первым приближением $\hat{n}^{(1)}$ для n будем считать число i , принадлежащее интервалу $[i_1; i_2]$, для которого величина $||g_0(ih) - g(ih)| - \sigma|$ имеет минимальное значение, т. е. за $\hat{n}^{(1)}$ принимается расстояние от центра полосы до точки, где модуль разности между точным и измеренным значениями ближе всего к стандартному отклонению шума.

Дальнейшее уточнение величины n производится следующим образом. Аналогично интервалу $[i_1; i_2]$ строится интервал $[i_3; i_4]$. При этом вместо нулевого приближения $\hat{n}^{(0)}$ используется первое приближение $\hat{n}^{(1)}$. На отрезке $[i_3; i_4]$ проводится фильтрация Винера — Колмогорова [17] зарегистрированного профиля, при которой минимизируется норма разности

$$\|g_0(ih) - g_F(ih)\|_{[i_3; i_4]} = \sqrt{\sum_{i \in [i_3; i_4]} (g_0(ih) - g_F(ih))^2}, \quad (4)$$

где через $g_F(ih)$ обозначен результат фильтрации профиля $g(ih)$. В работе использовался несимметричный цифровой фильтр с шириной окна, равной 3:

$$g_F(ih) = a_{-1}g((i-1)h) + a_0g(ih) + a_{+1}g((i+1)h). \quad (5)$$

Перепишем (4) в виде

$$\begin{aligned} & \|g_0(ih) - g_F(ih)\|_{[i_3; i_4]} = \\ & = \sqrt{\sum_{i \in [i_3; i_4]} (g_0(ih) - a_{-1}g((i-1)h) + a_0g(ih) + a_{+1}g((i+1)h))^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Отсюда условия минимальности нормы будут следующие:

$$\frac{\partial}{\partial a_j} \left(\sum_{i \in [i_3; i_4]} (g_0(ih) - a_{-1}g((i-1)h) + a_0g(ih) + a_{+1}g((i+1)h))^2 \right) = 0, \quad (7)$$

где $j = -1, 0, +1$. После взятия производной и простых преобразований для определения неизвестных a_j приходим к системе из трёх линейных уравнений:

$$\begin{aligned} a_{-1} \sum_{i \in [i_3; i_4]} (g_{i-1})^2 + a_0 \sum_{i \in [i_3; i_4]} g_{i-1}g_i + a_{+1} \sum_{i \in [i_3; i_4]} g_{i-1}g_{i+1} &= \sum_{i \in [i_3; i_4]} g_{i-1}g_0(ih); \\ a_{-1} \sum_{i \in [i_3; i_4]} g_{i-1}g_i + a_0 \sum_{i \in [i_3; i_4]} g_i^2 + a_{+1} \sum_{i \in [i_3; i_4]} g_i g_{i+1} &= \sum_{i \in [i_3; i_4]} g_i g_0(ih); \\ a_{-1} \sum_{i \in [i_3; i_4]} g_{i-1}g_{i+1} + a_0 \sum_{i \in [i_3; i_4]} g_{i+1}g_i + a_{+1} \sum_{i \in [i_3; i_4]} (g_{i+1})^2 &= \sum_{i \in [i_3; i_4]} g_{i+1}g_0(ih), \end{aligned} \quad (8)$$

где для сокращения записи введено обозначение $g_i \equiv g(ih)$.

После фильтрации (5) находим второе приближение координаты n . Окончательной оценкой $\hat{n}^{(2)}$ для n считается координата точки, для которой имеет место

$$\min_{i \in [i_3; i_4]} |g_0(ih) - g_F(ih)|. \quad (9)$$

Таким образом, в этой точке значение отфильтрованного профиля на интервале $[i_3; i_4]$ наиболее близко к точному значению.

Численное моделирование. Разработанный метод изучался в процессе вычислительного эксперимента. Предполагалось, что интерференционная полоса имеет профиль

$$g_0(ih) = 0,5(1 + \cos((ih)\pi/b)), \quad (10)$$

где b — её полуширина. Результат измерения $g(ih)$ моделировался путём добавления к (10) в каждом узле сетки центрированной случайной величины ξ , имеющей нормальное распределение с дисперсией σ^2 . На рис. 2, a представлены половины профилей $g_0(ih)$ и $g(ih)$ при $b = 75h$. Стандартное отклонение σ случайной величины ξ равно 0,02, что составляет

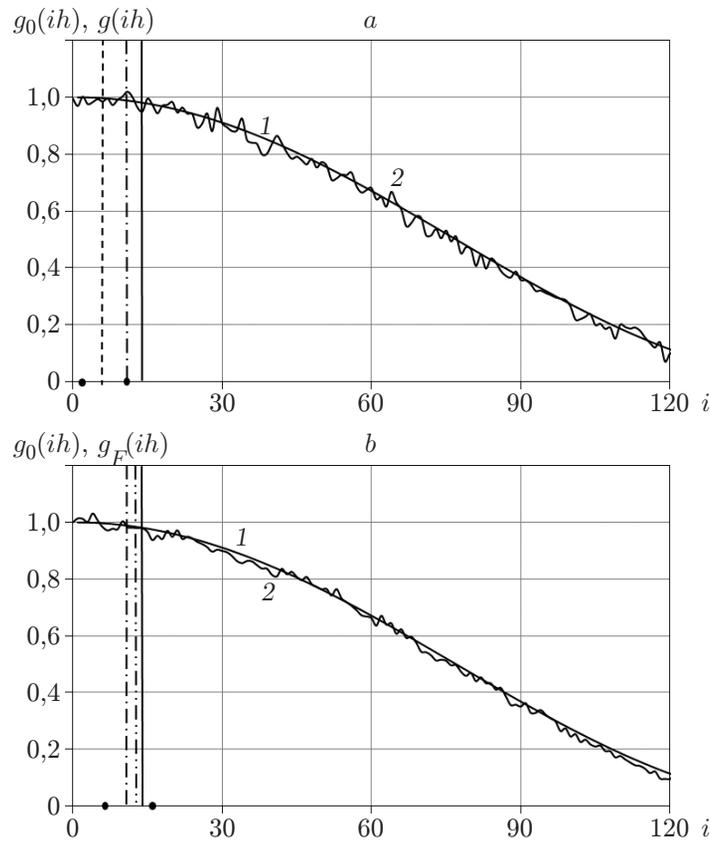


Рис. 2. Профили интерференционной полосы: истинный (1) и регистрируемый (2) (а); зарегистрированный (1) и полученный в результате адаптивной фильтрации (2) (b)

2 % от максимального значения функции $g_0(ih)$. Вертикальная сплошная прямая линия на рис. 2, а проходит через рассматриваемую точку, положение которой относительно центра полосы подлежит определению. Истинное расстояние от неё до центра составляет nh , где $n = 15$. Соответствующее ему значение $g_0(nh)$ равняется 0,975. Однако из-за наличия шума регистрируемое значение $g(nh)$ оказалось несколько выше (а именно 0,994), как это видно на рисунке. Поэтому нулевое приближение $\hat{n}^{(0)}$ получилось равным 7. Через эту точку проведена пунктирная линия. Следующее приближение $\hat{n}^{(1)}$, рассчитанное вышеописанным методом, равно 12. Эта точка отмечена штрихпунктирной линией. Концы интервала $[i_1; i_2]$ обозначены жирными точками ($i_1 = 2, i_2 = 12$). Построение второго приближения иллюстрирует рис. 2, b. На нём показаны точный полупрофиль полосы $g_0(ih)$ и функция $g_F(ih)$, полученная после фильтрации зарегистрированного профиля $g(ih)$. Двойная штрихпунктирная линия проходит через $\hat{n}^{(2)} = 14$. На рис. 2, b также обозначены точки $i_3 = 8$ и $i_4 = 16$.

Чтобы количественно оценить эффективность алгоритма, использовалась величина

$$\Delta_k = \frac{1}{100} \sum_{j=1}^{100} \frac{|n - \hat{n}_j^{(k)}|}{n}. \quad (11)$$

Здесь индекс k принимает значения 0, 1 и 2. Таким образом, выражение (11) определяет нормированную ошибку для нулевого первого и второго приближений для узла, в

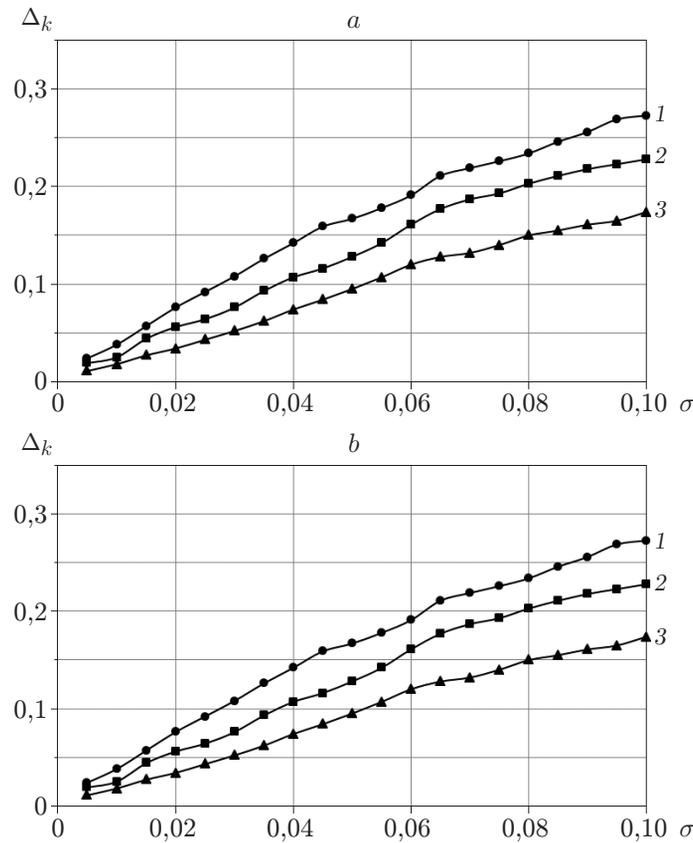


Рис. 3. Зависимости усреднённых ошибок от стандартного отклонения шума: $n = 15$ (a); $n = 45$ (b) (1 — для нулевого приближения; 2 — для первого; 3 — для второго)

который попала точка, усреднённую по 100 реализациям шума.

На рис. 3 приведены зависимости ошибок Δ_k от σ . Для рис. 3, a координата $n = 15$ (см. также рис. 2), а для рис. 3, b — $n = 45$. Результаты, представленные на рис. 3, подтверждают, что в среднем первое приближение оказывается лучше, чем нулевое, а второе лучше, чем первое. Из сравнения рис. 3, a и b видно, что ошибки для $n = 45$ на 15–17 % меньше, чем для $n = 15$. Это объясняется тем, что в последнем случае профиль более пологий, поэтому одинаковые изменения его амплитуды соответствуют в окрестности точки с $n = 15$ бóльшим изменениям координаты.

Апробация на реальных данных. Апробация метода была проведена на экспериментальных данных, которые были получены в работе [20]. Интерференционная картина, зарегистрированная для чистого изгиба балки, представлена на рис. 4, a. Рассматривался профиль полосы вдоль отрезка $[AB]$ (см. рис. 4, a), который на рис. 4, b обозначен сплошной линией. Поскольку для разработанного здесь метода требуется аналитическое выражение профиля, он был аппроксимирован синусоидой, показанной на рис. 4, b штриховой линией. Вычисленное нормированное среднеквадратичное отклонение между профилем и его аппроксимацией оказалось меньше 4 %. Дисперсия шума оценивалась по следующей формуле:

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (g(i) - \bar{g}(i))^2. \tag{12}$$

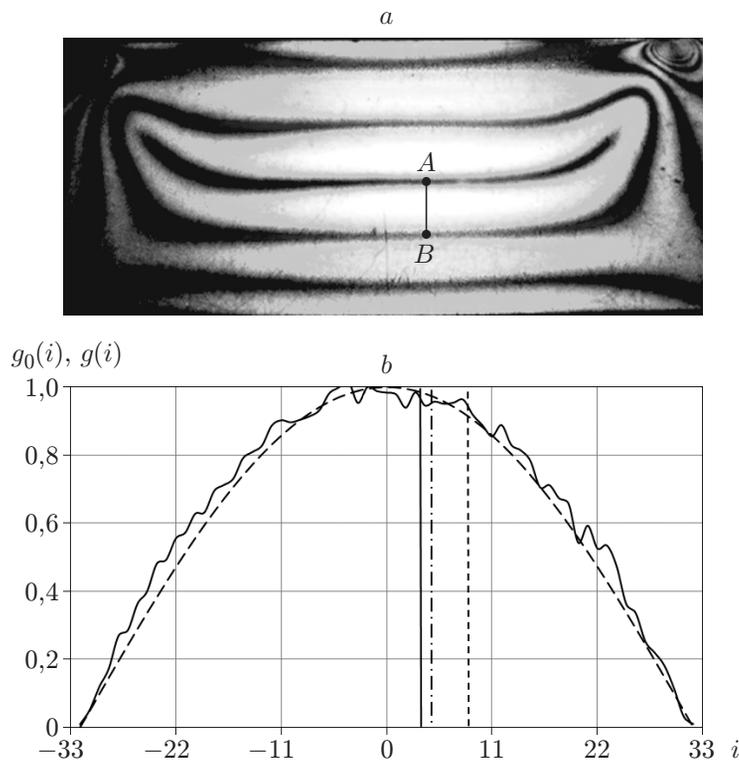


Рис. 4. Обработка реальных данных: интерференционная картина, зарегистрированная для чистого изгиба балки (а); измеренный профиль полосы и его аппроксимация (b)

Здесь $g(i)$ — зарегистрированный профиль полосы; $\bar{g}(i)$ — результат его усреднения скользящим окном шириной 5 точек. Оценка стандартного отклонения шума \sqrt{D} , рассчитанная согласно (12), равнялась 0,034.

Выбрана точка, расстояние от которой до центра аппроксимирующей синусоиды составляет два шага сетки, т. е. в данном случае $n = 2$. На рис. 4, b, как и на рис. 2, через эту точку проведена сплошная вертикальная линия. Нулевое приближение $\hat{n}^{(0)}$, вычисленное по синусоидальному профилю, равно 7. Таким образом, ошибка Δ_0 равняется $|2 - 7|/2 = 2,5$, другими словами 250 %. В то же время для первого и второго приближений были получены $\hat{n}^{(1)} = 5$, $\hat{n}^{(2)} = 3$ и $\Delta_1 = 1,5$, $\Delta_2 = 0,5$. Таким образом, при обработке экспериментальных данных, как и в случае численного моделирования, оказалось $\Delta_2 < \Delta_1 < \Delta_0$. На рис. 4, b через точки, отвечающие нулевому и второму приближению, проведены вертикальные пунктирная и штрихпунктирная линии соответственно. Видно, что приведённые в этом разделе результаты согласуются с теми, которые были получены путём численного моделирования. Отметим, что столь высокий уровень ошибок Δ_0 и Δ_1 при обработке экспериментальных данных обусловлен близостью выбранной точки к центру полосы и относительно низким разрешением интерферограммы.

Заключение. В работе рассматривается задача, возникающая в процессе обработки интерференционных картин, регистрируемых при исследовании напряжённых состояний твёрдых тел методом фотоупругости. Задача заключается в определении по результатам измерений, искажённых случайными помехами, расстояния от произвольной точки до центра интерференционной полосы. При этом предполагается, что истинный профиль

интенсивности полосы известен. Предложен метод решения, в котором последовательно находятся три оценки, при этом для получения последней используется фильтрация Винера — Колмогорова. В процессе вычислительного эксперимента для каждого из приближений были получены зависимости средней ошибки от стандартного отклонения шума. Ошибка второго приближения оказалась меньшей из всех. Ошибки для первого и нулевого приближений получились больше неё на 25–35 % и 50–75 % соответственно. В частности, для стандартного отклонения шума, равного 5 %, от значения профиля полосы в максимуме, в точке, отстоящей от него на 45 пикселей, были ошибки 0,095; 0,128; 0,167. Кроме того, были обработаны данные с интерферограммы, полученной при исследовании деформации нагруженной балки, при этом оказалось $\Delta_0 = 2,5$, $\Delta_1 = 1,5$, $\Delta_2 = 0,5$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вест Ч. Голографическая интерферометрия: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 504 с.
2. Арбузов В. А., Арбузов Э. В., Дворников Н. А. и др. Оптическая диагностика взаимодействия кольцевых вихрей с пламенем // Автометрия. 2016. 52, № 2. С. 66–72. DOI: 10.15372/AUT20160208.
3. Александров А. Я., Ахметзянов М. Х. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела. М.: Наука, 1973. 576 с.
4. Герасимов С. И. Применение метода фотоупругости для анализа остаточных напряжений в компакт-дисках // ПМТФ. 2004. 45, № 3. С. 176–180.
5. Разумовский И. А. Интерференционно-оптические методы механики деформируемого твёрдого тела. М.: Изд-во МГТУ, 2007. 240 с.
6. Степанова Л. В., Долгих В. С. Цифровая обработка результатов оптоэлектронных измерений. Метод фотоупругости и его применение для определения коэффициентов многопараметрического асимптотического разложения М. Уильямса поля напряжений // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2017. 21, № 4. С. 717–735.
7. Долгих В. С., Степанова Л. В., Туркова В. А. Цифровая обработка результатов оптоэлектронных измерений (метод фотоупругости), приложение к задачам механики разрушения. Многопараметрический анализ поля напряжений у вершины трещины // Сб. тр. III Междунар. конф. и молодёжной шк. “Информационные технологии и нанотехнологии” (ИТНТ 2017). Самара: Новая техника, 2017. С. 1425–1428.
8. Албаут Г. Н. Нелинейная фотоупругость в приложении к задачам механики разрушения. Новосибирск: Изд-во НГАСУ, 2002. 112 с.
9. Албаут Г. Н., Матус Е. П., Табанюхова М. В. Исследование напряжённого состояния дисперсно-армированных балок с привлечением метода фотоупругости // Деформация и разрушение материалов. 2009. № 4. С. 46–49.
10. Ramesh K. Digital Photoelasticity. Advanced Techniques and Applications. Berlin: Springer, 2000. 424 p.
11. Герасимова Т. Е. Цифровая обработка изображений, получаемых при использовании интерференционно-оптических методов механики деформируемого твёрдого тела // Вестн. Самар. гос. ун-та. Сер. Механика. 2015. 125, № 3. С. 73–87.
12. Косыгин А. Н., Косыгина Л. Н. Цифровая обработка экспериментальных интерферограмм, полученных методом фотоупругости // Вестн. Самар. ун-та. Естественно-научная сер. 2019. 25, № 2. С. 75–91.
13. Hendry A. W., Neal B. G. Elements of Experimental Stress Analysis: Structures and Solid Body Mechanics Division. N. Y.: Pergamon Press, 2013. 202 p.

14. **Гужов В. И., Ильиных С. П.** Оптические измерения. Компьютерная интерферометрия. М.: Изд-во Юрайт, 2019. 258 с.
15. **Baek T. H., Kim M. S., Hong D. P.** Fringe analysis for photoelasticity using image processing techniques // Intern. Journ. Software Eng. and its Appl. 2014. **8**, N 4. P. 91–102.
16. **Surendra K. V. N., Simha K. R. Y.** Digital image analysis around isotropic points for photoelastic pattern recognition // Opt. Eng. 2015. **54**, N 8. 081209.
17. **Сергиенко А. Б.** Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2007. 751 с.
18. **Alsiya S., Leksmi J. C., Priya J. B. P., Mehta R. C.** Image processing algorithm for fringe analysis in photoelasticity // Scholars Journ. of Eng. and Techn. 2016. **4**, N 7. P. 325–328.
19. **Преображенский Н. Г., Пикалов В. В.** Неустойчивые задачи диагностики плазмы. Новосибирск: Наука, 1982. 238 с.
20. **Табанюхова М. В.** Исследование напряжённого состояния балок с усиливающим слоем из углепластика // Механика композиционных материалов и конструкций. 2012. **18**, № 2. С. 248–254.

Поступила в редакцию 16.12.2020

После доработки 10.03.2021

Принята к публикации 15.03.2021
