

УДК 621.391 : 519.2

## АЛГОРИТМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ В РЛС С ФАЗИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЁТКОЙ НА ОСНОВЕ ИХ РАЗЛОЖЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ПОМЕХИ

© А. В. Крысов, М. А. Райфельд

*Новосибирский государственный технический университет,  
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20  
E-mail: krisov\_sasha@mail.ru, rajfeld@mail.ru*

Важной задачей современной радиолокации являются исследование подходов, направленных на создание широкополосных радиолокационных систем (РЛС) с адаптивной фазированной антенной решёткой (АФАР), разработка принципов их построения и алгоритмов обработки широкополосных сигналов в РЛС с АФАР. Основное преимущество таких подходов — повышение разрешающей способности системы, позволяющей более качественно классифицировать цели. Основное внимание уделяется вопросу адаптивной пространственной фильтрации активных помех в радиолокаторе, использующем цифровую многоканальную обработку сигналов в частотной области.

*Ключевые слова:* РЛС, АФАР, диаграмма направленности антенны (ДНА), весовая обработка, адаптивный пространственный фильтр, ортогонализация Грама — Шмидта.

DOI: 10.15372/AUT20220103

**Введение.** Как известно [1], адаптивный пространственный фильтр, реализуемый в радиолокационных системах (РЛС) с адаптивной фазированной антенной решёткой (АФАР), базируется на весовой обработке сигналов с выходов отдельных элементов АФАР. Веса  $\mathbf{W}_{\text{опт}} = (W_1, W_2, \dots, W_N)^T$  выбираются на основе процедуры обучения (анализа текущей обстановки) таким образом, чтобы можно было подавить в результирующем выходном колебании сигналы помех, приходящих с направлений, которые отличаются от направления прихода полезного сигнала, и максимизировать отношение сигнал/помеха на выходе решётки. Фактически данная обработка соответствует установке нулей диаграммы антенной решётки в направлении прихода помех. Структура обработки сигнала в узкополосном пространственном фильтре представлена выражением

$$Y = \sum_{i=1}^N W_i^* X_i = \mathbf{W}_{\text{опт}}^H \mathbf{X}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_N)^T$  — комплексные огибающие сигналов с выходов  $N$  элементов АФАР,  $Y$  — сигнал на выходе фильтра. Как отмечалось в [1, 2], основной проблемой подавления широкополосных помех является зависимость коэффициентов весовой обработки (или положение нулей синтезируемой диаграммы направленности антенны (ДНА) АФАР, с которыми они жёстко связаны) не только от направления прихода помехи, но и от частоты, поскольку фазовый сдвиг между элементами линейной решётки является функцией длины волны:  $\varphi(\theta, \lambda) = (2\pi d/\lambda) \sin(\theta)$ . В результате адаптивная решётка, ориентированная на узкополосный сигнал, не может сформировать достаточно глубокие нули ДНА, соответствующие всем частотным точкам широкополосной помехи. Таким образом, необходимо оптимизировать параметры решётки как по углу прихода помехи, так

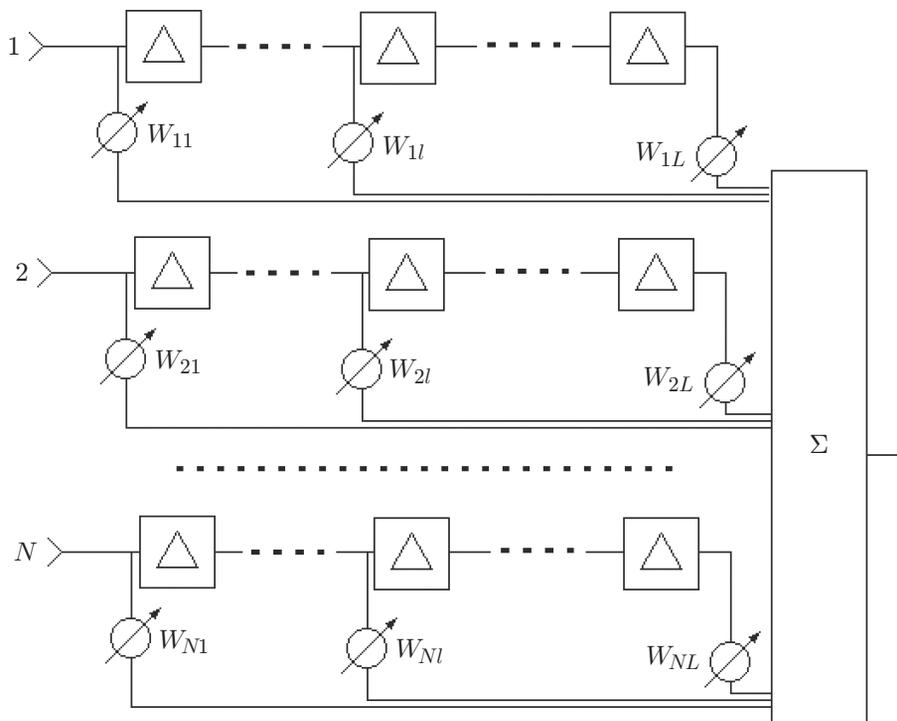


Рис. 1. Обработка сигнала в АФАР во временной области с использованием трансверсальных фильтров (обозначения: 1, 2,  $N$  — входы антенных элементов;  $W_{ij}$  — весовые коэффициенты)

и по частоте. Эта проблема (а также возможные подходы к её решению) иллюстрируется в [1]. Обобщённую схему пространственно-частотной обработки широкополосного сигнала в решётке можно представить в виде двух вариантов структур, которые реализуются в частотной либо временной областях.

Целью данной работы является представление нового подхода к построению пространственного фильтра в частотной области, эффективно подавляющего широкополосную помеху и экономичного в вычислительном плане, основанного на разложении принимаемых колебаний в сигнальном пространстве помехи.

**Варианты структур пространственно-частотной обработки широкополосного сигнала в АФАР.** Наиболее известный вариант, который достаточно давно используется, — это усложнение пространственной обработки заменой весовых коэффициентов на выходах антенных элементов решётки (1) частотными фильтрами (рис. 1) [3, 4]. Существуют аналоговые и цифровые варианты реализации данного подхода.

Трансверсальные фильтры обеспечивают дополнительные степени свободы, которые необходимы, чтобы контролировать отклик антенной решётки в заданных частотных точках. Степень подавления помехи зависит от порядка фильтров. Величина задержек при цифровой обработке обычно определяется частотой взятия отсчётов сигнала в АЦП. Основные недостатки данного подхода заключаются в значительной вычислительной сложности адаптации (расчёте весовых коэффициентов, особенно при достаточно высоком порядке фильтров) и технологических проблемах, связанных, например, с разбросом задержек. С появлением новых технологий, основанных на использовании цифровых фильтров, которые реализуются на базе специализированных контроллеров, ПЛИС или параллельных процессоров, значимость вышеуказанных проблем уменьшилась. При этом остаются смежные вопросы, связанные с быстродействием соответствующих вычислителей и АЦП,

а также проблемы стабильности тактовой синхронизации.

Альтернативой временному подходу является обработка сигналов в частотной области. Широкополосное подавление обеспечивается разбиением общей полосы частот на несколько диапазонов, и затем происходит адаптивная обработка сигналов в каждом диапазоне раздельно (с использованием технологии узкополосной обработки) [1, 4]. В качестве адаптивных фильтров в поддиапазонах применяются фильтры, структура которых представлена выражением (1). Отмечается [1, 5], что узкополосное подавление помехи в поддиапазонах является более эффективным решением, чем использование трансверсальных фильтров. Поскольку общий диапазон частот разбивается на поддиапазоны с помощью фильтров с неперекрывающимися прямоугольными АЧХ, сигналы с их выходов являются ортогональными, поэтому оптимальные параметры адаптивных фильтров могут подбираться независимо друг от друга. Одной из проблем данного подхода [1] является перекрытие АЧХ диапазонных фильтров (особенно при малом их порядке) и, как следствие, взаимозависимость сигналов на их выходах. Поэтому частная оптимизация коэффициентов каждого поддиапазона для подавления помехи может не обеспечивать максимизацию подавления помехи системой в целом. Другой проблемой является декорреляция сигналов на выходах антенных элементов вследствие конечной ширины полосы поддиапазона. Поскольку помеха на выходах антенных элементов не совсем когерентна, невозможно получить её полное подавление. Здесь речь идёт, в основном, о потере временной когерентности, ведь сигнал помехи является широкополосным. В меньшей степени можно говорить о потере пространственной когерентности, поскольку, строго говоря, объект, излучающий сигнал помехи, не является точечным. В любом случае [2] это приводит к декорреляции помехи. Как бы в дальнейшем не фазировались и не взвешивались по амплитуде декоррелированные сигналы в каналах АФАР, полная компенсация помехи в этом случае невозможна. Остаток будет тем больше, чем больше декорреляция.

Частным случаем частотного подхода является использование процессоров быстрого преобразования Фурье (БПФ) [4, 6]. Сигнал с выхода каждого антенного элемента решётки поступает на соответствующий процессор. Преобразование временного сигнала в частотную область с использованием БПФ осуществляется для некоторого конечного временного интервала (импульса) длительностью  $T$ , сигнал на котором дискретизируется во времени и представляется последовательностью  $N$  отсчётов. После вычисления БПФ для временного интервала  $T$  получается набор из  $N$  спектральных коэффициентов для частот, кратных  $1/T$ . Каждый выход процессора БПФ представляет собой спектральный коэффициент при гармоническом колебании на соответствующей частоте. Дальнейшая «узкополосная», по сути, обработка основывается на этих коэффициентах. Общая структура обработки приведена на рис. 2.

Важным преимуществом обработки с использованием БПФ является её высокая технологичность. После выполнения процедуры прямого преобразования Фурье обработка сигналов в каждом частотном канале может производиться параллельно и независимо от других каналов. Для обработки с использованием БПФ в наибольшей степени подходят широкополосные сигналы с дискретным спектром, например сигналы на основе ортогональных поднесущих (OFDM-импульсов) [7]. Зондирующий сигнал представляет собой фазоманипулированную последовательность таких импульсов (многочастотные зондирующие сигналы с фазовой манипуляцией (MultiCarrier Phase Coded (MPCPC))) [8]:

$$g(t) = \sum_n^N \sum_{m=1}^M \omega_n a_{n,m} s[t - (m-1)t_b] e^{j2\pi n t / t_b}, \quad (2)$$

где  $\omega_n$  — комплексный (в общем случае) вес, связанный с  $n$ -й поднесущей;  $a_{n,m}$  —  $m$ -й

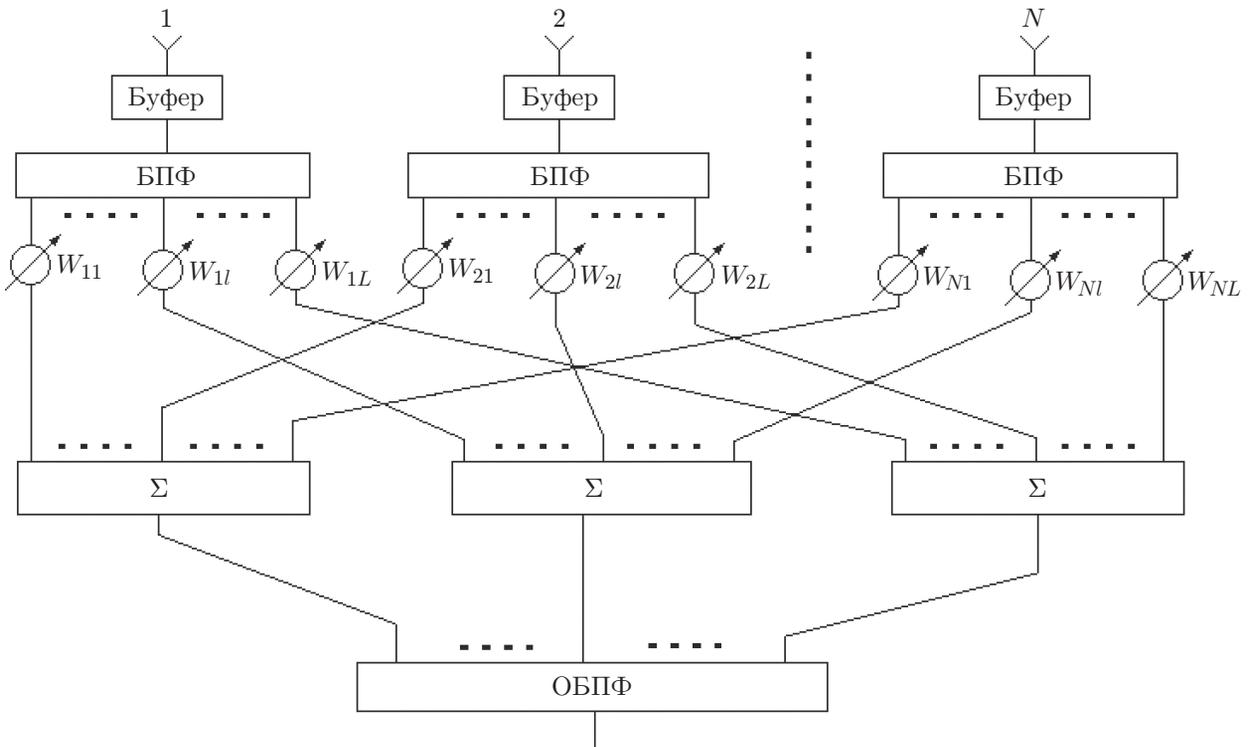


Рис. 2. Обработка сигнала в АФАР в частотной области с использованием БПФ (ОБПФ — обратное преобразование Фурье, остальные обозначения как на рис. 1)

элемент последовательности, модулирующий  $n$ -ю поднесущую ( $|a_{n,m}| = 1$ ) и

$$s(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < t_b, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Сигнал (2) далее будем называть импульсом МСРС. Использование этих сигналов в качестве зондирующих позволяет избежать проблем, связанных с декорреляцией. Кроме того, привлекательной чертой является гибкость, возможность конструирования зондирующего сигнала с заданными свойствами его функции неопределённости (ФН) (шириной её главного лепестка и уровня боковых лепестков (УБЛ)) в частотном и временном измерениях (т. е. получения ФН, близкой к  $\delta$ -функции) [9]. Использование зондирующего сигнала с дискретным спектром даёт дополнительное преимущество, заключающееся в отсутствии эффекта «размазывания» по всей области частот его спектральных компонент, что означает локализацию полезного отражённого сигнала в определённых частотных компонентах спектра БПФ. Этим свойством можно воспользоваться в частотной области отражённого сигнала из смеси с помехой непрерывного спектра для фильтрации тем более эффективной, чем меньшим количеством частотных компонент представлен зондирующий сигнал по отношению к общему количеству частот в спектре БПФ (зависящему от полосы системы  $W$  и длительности импульса  $t_b$ ). Для этого необходимо применять не все, а только часть ортогональных поднесущих, которые можно сформировать для импульса длиной  $t_b$  (например, брать шаг по частотам поднесущих, больший чем  $1/t_b$ , т. е.  $l/t_b$ , где  $l > 1$ ). Использование широкополосных зондирующих сигналов с дискретным спектром позволяет распараллелить их обработку и применять «узкополосную» адаптивную пространственную фильтрацию в каждом частотном канале, поскольку активная широкополосная помеха

в каждом из каналов представляет собой узкополосный процесс.

**Алгоритмы оценки коэффициентов адаптивного пространственного фильтра.** Как уже отмечалось, основной проблемой построения адаптивного пространственного фильтра является нахождение его коэффициентов на основе обучающей выборки помехи. К настоящему времени разработано достаточно много алгоритмов оценки весового вектора адаптивного пространственного фильтра, позволяющего в значительной степени подавлять узкополосные активные помехи, приходящие с различных направлений на АФАР. В аналоговых РЛС использовались итерационные (градиентные) методы оценки весовых коэффициентов, неактуальные сегодня, что является следствием известных и практически непреодолимых проблем, связанных с медленной сходимостью весового вектора к его истинному значению в случае, если собственные числа корреляционной матрицы помехи существенно различаются по величине [3]. При применении цифровой обработки сигналов в современных антенных решётках наиболее известным методом оценки коэффициентов, приводящим к оптимальным по критерию Релея решениям, является метод, основанный на непосредственном обращении оцениваемой корреляционной матрицы помех [2]:

$$\mathbf{W}_{\text{опт}} = \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{V}, \quad (3)$$

где  $\hat{\mathbf{R}}$  — оценка корреляционной матрицы помехи, вычисляемая в соответствии с выражением

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^H = \frac{1}{K} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H, \quad (4)$$

$\mathbf{X}_k$  — результат векторизации матрицы  $\mathbf{S}_k$ , состоящей из отсчётов сигнала на элементах плоской антенной решётки размером  $L = N_x \times N_y$ :  $\mathbf{X}_k = \text{vec}(\mathbf{S}_k)$ ;  $\mathbf{Y} = (\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_K)$  — обучающая матрица векторов размера  $L \times K$ ; индекс  $k$  имеет смысл номера реализации по времени соответствующего раstra (т. е.  $t_k$ ). Направляющий вектор  $\mathbf{V}$  в случае плоской антенной решётки также представляет собой матрицу  $\mathbf{V}$  размера  $N_x \times N_y$  [10]:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\psi_x} & \dots & e^{jN_x\psi_x} \\ e^{j\psi_y} & e^{j\psi_x} e^{j\psi_y} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & e^{jl\psi_y} e^{jk\psi_y} & \vdots \\ e^{jN_y\psi_y} & \dots & \dots & e^{jN_x\psi_x} e^{jN_y\psi_y} \end{bmatrix},$$

где  $\psi_x = (2\pi d_x / \lambda_0) \sin(\theta) \cos(\varphi)$ ,  $\psi_y = (2\pi d_y / \lambda_0) \sin(\theta) \cos(\varphi)$ . Углы  $\theta$  и  $\varphi$  — азимут и угол места направления основного луча антенной решётки (в результате процедуры векторизации матрицы  $\mathbf{V} = \text{vec}(\mathbf{V})$  можно вернуться к понятию направляющего вектора решётки длиной  $L$  элементов).

Практическое использование оценки (3) сопряжено с определёнными трудностями:

1. Большой размер корреляционных матриц  $\mathbf{R}$ , получаемых для плоских решёток, и, как следствие, объём вычислений, необходимый для их обращения. Так, для решётки размером  $70 \times 70$  элементов необходимо найти оценку корреляционной матрицы помех размером  $4900 \times 4900$  и затем обращать её, при этом соответствующие вычисления должны производиться в реальном масштабе времени. Оценка такой матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$  требует формирования обучающих выборок значительного объёма.

2. Плохая обусловленность матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$ , приводящая к вычислительным проблемам.

Сокращение объёма вычислений при использовании непосредственного обращения матрицы может быть достигнуто в результате очевидного приёма, заключающегося в разбиении массива антенной решётки на несколько подмассивов, т. е. переход к АФАР с модульной структурой [2]. Вследствие того что АФАР с модульной структурой является лишь частично адаптированной (поскольку элементы внутри модулей не имеют управляемых коэффициентов), возможности подавления помех существенно меньше, чем в решётке, все элементы которой являются управляемыми.

Есть другие подходы к определению оптимальных весовых коэффициентов:

1. Метод оценки весового вектора пространственного фильтра с применением алгоритмов ортогонализации набора обучающих выборок [2, 3]. Суть метода заключается в следующем. Имеется обучающая матрица  $\mathbf{Y} = (\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_K)$  размера  $L \times K$ , предполагается, что  $K \geq L$ . Необходимо найти фильтр, попарно ортогонализирующий векторы обучающих выборок  $\mathbf{X}$ . Этот фильтр можно представить в виде матрицы  $\Phi$  размера  $L \times L$ . При этом

$$\Phi \mathbf{Y} = \mathbf{Z}. \quad (5)$$

Поскольку векторы, входящие в матрицу  $\mathbf{Z}$ , являются ортонормальными, то  $\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H = \mathbf{I}_L$ . Для выполнения ортогонализации и нахождения матрицы фильтра  $\Phi$  обычно используется процедура Грама — Шмидта. Можно показать [2], что

$$\Phi^H \Phi = \hat{\mathbf{R}}^{-1}. \quad (6)$$

После оценки  $\hat{\mathbf{R}}^{-1}$  далее в соответствии с формулой (3) производится вычисление вектора оптимальных коэффициентов  $\mathbf{W}_{\text{опт}}$ . Хотя данный метод строго реализует оптимальное решение и обладает вычислительной устойчивостью, можно указать на проблемы, связанные с попыткой реализации данного метода в случае плоских антенных решёток достаточно большого размера. Так, при использовании решётки размером  $70 \times 70$  необходимо оценить матрицу  $\hat{\mathbf{R}}^{-1}$  размера  $4900 \times 4900$ . Обучающие выборки будут состоять из 4900 комплексных чисел, и потребуется сформировать не менее 4900 таких обучающих выборок, к которым необходимо применить процедуру ортогонализации.

2. Метод оценки весового вектора пространственного фильтра с использованием вычисления рекуррентной оценкой обратной корреляционной матрицы [2]. Оценка вектора оптимальных коэффициентов пространственного фильтра вычисляется с использованием (3), при этом оценка обратной корреляционной матрицы вычисляется рекурсивно и обновляется с каждой новой обучающей выборкой в соответствии со следующим выражением [2]:

$$\hat{\mathbf{R}}_k^{-1} = \hat{\mathbf{R}}_{k-1}^{-1} - \frac{\hat{\mathbf{R}}_{k-1}^{-1} \mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^H \hat{\mathbf{R}}_{k-1}^{-1}}{1 - \mathbf{X}_k^H \hat{\mathbf{R}}_{k-1}^{-1} \mathbf{X}_k}, \quad k = 1, \dots, K. \quad (7)$$

Начальным приближением является диагональная матрица вида  $\hat{\mathbf{R}}_0^{-1} = \delta^2 \mathbf{I}_L$ . Достоинством алгоритма считается его вычислительная экономичность. Он обладает работоспособностью, когда число помех приближается к  $K$ . Основными недостатками являются критичность к выбору параметра  $\delta$ , разрядности вычислений, кроме того, возрастают относительные потери алгоритма при малом количестве источников активных помех и малых значениях  $K$ . При увеличении  $K$  вычислительная эффективность алгоритма снижается.

3. Метод оценки весового вектора пространственного фильтра с использованием предлагаемого проективного алгоритма. В представленной работе основное внимание уделяется именно этому методу вследствие его сравнительно низкой вычислительной сложности и

высокой вычислительной устойчивости. Основной идеей данного метода является нахождение матрицы преобразования  $\mathbf{G}$ , на основе которой с использованием набора линейно независимых векторов отсчётов помехи на выходах антенных элементов плоской антенной решётки формируется ортонормальный базис. Для формирования базиса можно воспользоваться процедурой Грама — Шмидта. Пусть имеется обучающая выборка  $\mathbf{Y}_k$ , состоящая из  $J$  линейно независимых векторов  $\mathbf{X}_{kj}$ ,  $j = 1, \dots, J$ , которые построены на основе всех (или части) отсчётов выходных сигналов плоской антенной решётки, полученных в  $k$ -й момент времени  $t_k$ :  $\mathbf{Y}_k = (\mathbf{X}_{k1}, \mathbf{X}_{k2}, \dots, \mathbf{X}_{kJ})$ ,  $k = 1, \dots, K$ ,  $j = 1, \dots, J$ . Процедура формирования этих векторов следующая. Первый вектор каждой выборки  $\mathbf{X}_{k1}$  формируется в результате векторизации двумерного массива отсчётов на выходах элементов плоской антенной решётки  $\mathbf{X}_{k1} = \text{vec}(\mathbf{S}_k)$  в фиксированный момент времени  $t_k$ . Последующие векторы формируются в результате циклического сдвига вектора  $\mathbf{X}_{k1}$  на заданное количество отсчётов. Длина векторов  $\mathbf{X}_{kj}$  зависит от размера антенной решётки  $L = N_x \times N_y$ . В момент обучения вектор  $\mathbf{X}_{k1}$  состоит из отсчётов активных помех и шума и может быть представлен в виде

$$\mathbf{X}_{k1} = \sum_{m=1}^M \mathbf{I}_{m,k1} + \boldsymbol{\xi}_{k1} = \mathbf{I}_{k1} + \boldsymbol{\xi}_{k1}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{I}_{m,k1} = (I_1, I_2, \dots, I_L)^\top$  — отсчёты узкополосной активной  $m$ -й помехи,  $\boldsymbol{\xi}_{k1} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_L)^\top$  — шум. Построим ортонормальный собственный базис помехи на основе вектора  $\mathbf{X}_{k1}$  и  $J - 1$  дополнительных векторов, полученных циклическим сдвигом исходного вектора соответственно на  $1, 2, \dots, J - 1$  отсчётов. Таким образом, имеем  $J$  векторов, при этом  $J < L$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k1} &= (X_1, X_2, \dots, X_L)^\top; & \mathbf{X}_{k2} &= (X_L, X_1, \dots, X_{L-1})^\top; \\ \mathbf{X}_{k3} &= (X_{L-1}, X_L, X_1, \dots, X_{L-2})^\top, & \dots \end{aligned} \quad (9)$$

Полученные векторы являются линейно независимыми и могут быть использованы для построения ортонормального базиса Грама — Шмидта. Процесс обучения сводится к формированию матрицы преобразования  $\mathbf{G}$  размера  $J \times J$ , усреднённой по  $K$  обучающим выборкам:

$$\mathbf{G} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{G}_k.$$

При этом

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{Y}_k \mathbf{G}_k, \quad \mathbf{Z}_k^H \mathbf{Z}_k = \mathbf{I}_J. \quad (10)$$

Проецирование в этот базис смеси отражённого от цели зондирующего сигнала с активной помехой и шумом, наблюдаемой на выходе элементов решётки, приводит к следующим последствиям. Среди проекций  $(P_{k1}, P_{k2}, \dots, P_{kJ})$  активной помехи  $\mathbf{I}_{kj}$ , являющейся частью вектора  $\mathbf{X}_{kj}$ ,  $j = 1, 2, \dots, J$ , в  $\mathbf{Z}$  существенно отличается от нуля только одна проекция  $P_{ki}$  на один из векторов  $(\mathbf{Z}_{ki})$  этого базиса. Проекция помехи, представленной в данном базисе, на все остальные векторы базиса  $\mathbf{Z}_{kj}$ ,  $j \neq i$ , близки к нулю. Поэтому скалярное произведение  $P_i P_i^*$  представляет собой практически полную мощность помехи, содержащейся в  $\mathbf{X}_i$ . В то же время векторы полезного сигнала и шума в базисе помехи характеризуются

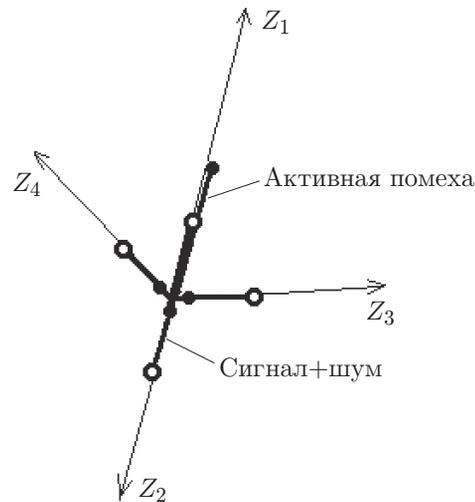


Рис. 3. Проецирование отсчётов сигнала, шума и активной помехи вектора  $\mathbf{X}_1$  в ортонормальном базисе  $\mathbf{Z}$ , построенном по выборке, содержащей только активную помеху и шум

достаточно большими значениями проекций, распределёнными практически равномерно по всем векторам базиса  $\mathbf{Z}$  (рис. 3).

Учитывая отличие взаимно-корреляционной функции векторов помехи  $\mathbf{X}_i$ , представленных в новом базисе, от нуля, только для совпадающих по номеру векторов (базис является ортонормальным для помехи), отдельные векторы базиса  $\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \dots, \mathbf{Z}_{i-1}, \mathbf{Z}_{i+1}, \dots, \mathbf{Z}_J$  (при  $i \neq j$ ) можно рассматривать как весовые коэффициенты  $\mathbf{W}_{i \text{ опт}}$  для  $\mathbf{Z}_i$ , позволяющие подавлять активную помеху в смеси с полезным сигналом и шумом. Поскольку в общем мы располагаем  $J$  векторами  $\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \dots, \mathbf{Z}_i, \dots, \mathbf{Z}_J$ , то ожидаем увеличения эффективности обработки при использовании множества векторных произведений, результаты которых можно представить в виде матрицы

$$\mathbf{Q} = \begin{cases} \mathbf{W}_{ij \text{ опт}} \mathbf{Z}_i^H = \mathbf{Z}_j \mathbf{Z}_i^H, & i = 1, \dots, J, \quad j = 1, \dots, J, \quad j \neq i; \\ 0, & j = i. \end{cases} \quad (11)$$

Матрица чисел  $\mathbf{Q}$  размера  $J \times J$  содержит корреляции векторов, полученных в результате проецирования в базис  $\mathbf{Z}$  за исключением диагональных элементов, которые обнулены. Каждый из векторов  $\mathbf{Z}_i$  можно представить в виде суммы:

$$\mathbf{Z}_i = \mathbf{Z}_{Ii} + \mathbf{Z}_{Si} + \mathbf{Z}_{\xi i}, \quad (12)$$

где  $\mathbf{Z}_{Ii}, \mathbf{Z}_{Si}, \mathbf{Z}_{\xi i}$  — соответственно проекции в базис помехи (векторов помехи отражённого от цели сигнала и шума). С учётом (11), (12) можно записать

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_I + \mathbf{Q}_S + \mathbf{Q}_\xi.$$

Все элементы матрицы  $\mathbf{Q}_I$  близки к нулю (помеха «концентрируется» в области главной диагонали, но в выражении (11) соответствующие элементы обнулены). Отличные от нуля корреляции векторов сигнала и шума в базисе  $\mathbf{Z}$  будут распределены по всем элементам матриц  $\mathbf{Q}_S$  и  $\mathbf{Q}_\xi$  более или менее равномерно. На их диагоналях также могут располагаться достаточно большие значения, соответствующие совпадающим спектральным компонентам (в базисе  $\mathbf{Z}$ ) помехи и сигнала (шума). Обнуление соответствующих

элементов наряду с подавлением помехи приводит в этом случае и к подавлению полезного сигнала. Поскольку в диагональных элементах матрицы  $\mathbf{Q}_S$  содержится лишь малая доля мощности полезного сигнала и шума (по сравнению со всей матрицей), то потери могут быть не столь значительными. Проекцию сигнального вектора можно представить в виде

$$\mathbf{Z}_{S_i} = \alpha e^{j\psi} \mathbf{Z}_{V_i}, \quad (13)$$

где  $\mathbf{Z}_{V_i}$  — проекция в базис известного направляющего вектора  $\mathbf{V}_i$ ;  $\alpha e^{j\psi}$  — неизвестный комплексный коэффициент, содержащий начальную фазу и затухание отражённого сигнала (в данном частотном канале). Найдём корреляцию отклика оптимального пространственного фильтра, обеспечивающего максимальное отношение сигнал/помеха (11), и отклика этого же фильтра при подаче на его вход известного сигнала  $\mathbf{Z}_{V_i}$ , на выходе одного из каналов процессора БПФ (см. рис. 2). Необходимо отметить, что наряду с подавлением активной помехи важно сохранить фазовые соотношения между откликами частотных каналов. Для каждого из частотных каналов отклик оптимального фильтра имеет вид

$$\begin{aligned} Q &= \mathbf{Q}\mathbf{Q}_V^H = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H (\mathbf{Z}_{I_i} + \alpha e^{j\psi} \mathbf{Z}_{V_i} + \mathbf{Z}_{\xi_i}) (\mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{V_i})^* = \\ &= \sum_{i=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{I_i} (\mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{V_i})^* + \alpha e^{j\psi} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{V_i} (\mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{V_i})^* + \\ &\quad + \sum_{i=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{\xi_i} (\mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{V_i})^* = \\ &= \sum_{i=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{I_i} \mathbf{Z}_{V_i}^H \mathbf{W}_{ij \text{ опт}} + \alpha e^{j\psi} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{V_i} \mathbf{Z}_{V_i}^H \mathbf{W}_{ij \text{ опт}} + \\ &\quad + \sum_{i=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{\xi_i} \mathbf{Z}_{V_i}^H \mathbf{W}_{ij \text{ опт}}. \end{aligned}$$

Поскольку

$$\sum_{i=1}^K \mathbf{W}_{i \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{I_i} \approx 0,$$

а сигнал и шум считаются независимыми, то

$$\overline{\mathbf{Z}_{V_i}^H \mathbf{Z}_{\xi_i}} = \begin{bmatrix} \overline{z_{vi1} z_{\xi i 1}} & \overline{z_{vi1} z_{\xi i 2}} & \cdots & \overline{z_{vi1} z_{\xi i L}} \\ \overline{z_{vi2} z_{\xi i 1}} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \overline{z_{viL} z_{\xi i 1}} & \cdots & \cdots & \overline{z_{viL} z_{\xi i L}} \end{bmatrix}$$

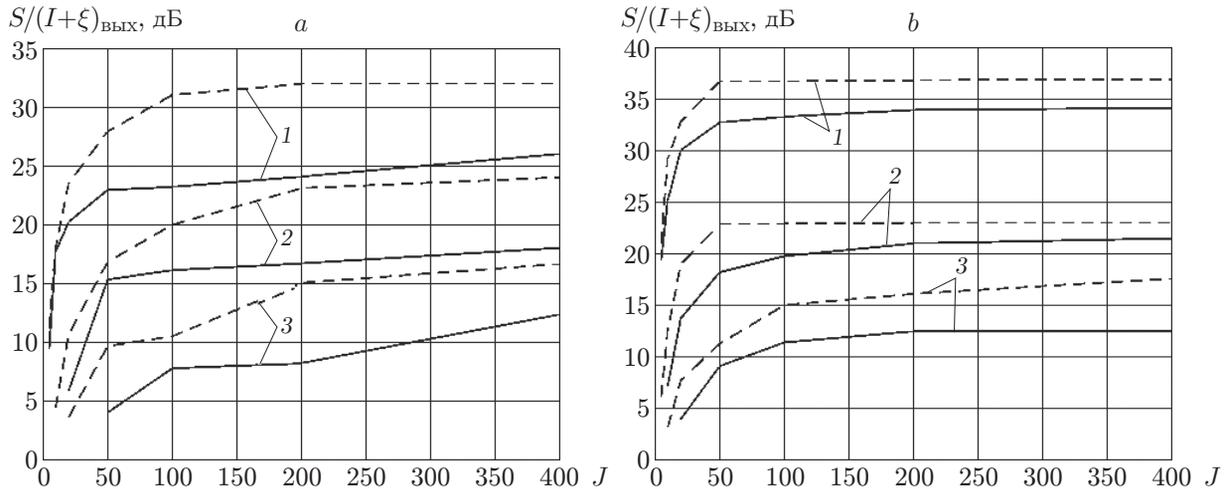


Рис. 4. Подавление активной помехи и теплового шума в зависимости от размера базиса помехи: *a* — отношение сигнал/помеха на входе  $S/I(\text{вх}) = -27$  дБ, *b* — отношение сигнал/помеха на входе  $S/I(\text{вх}) = -15,8$  дБ. Кривые 1 — отношение сигнал/шум на входе  $S/\xi(\text{вх}) = 1,08$  дБ, кривые 2 — отношение сигнал/шум на входе  $S/\xi(\text{вх}) = -12,89$  дБ, кривые 3 — отношение сигнал/шум на входе  $S/\xi(\text{вх}) = -18,92$  дБ; сплошные кривые — размер антенной решётки  $40 \times 40$ , штриховые кривые — размер антенной решётки  $60 \times 60$

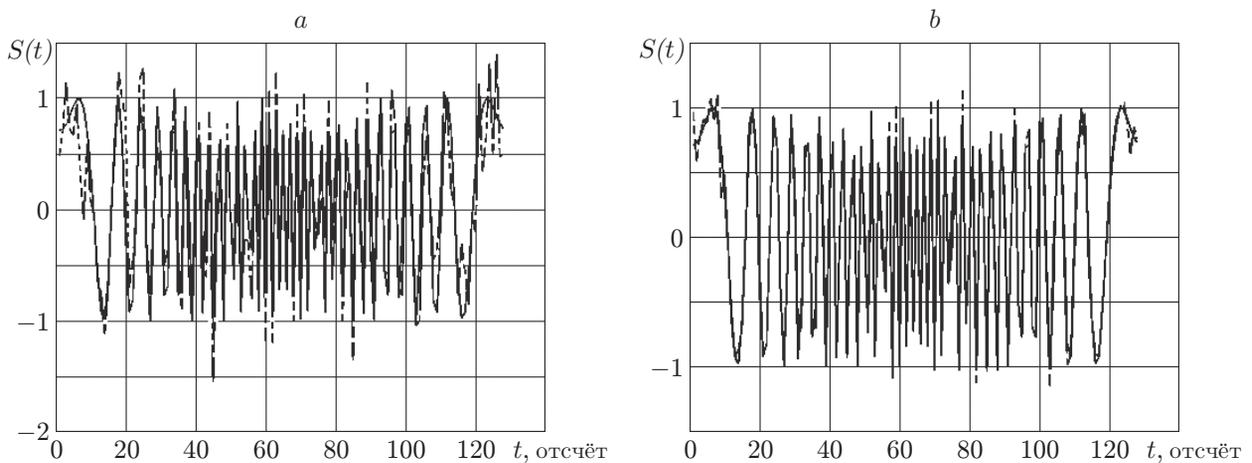


Рис. 5. Полезный сигнал антенной решётки: *a* — размерность базиса  $J = 20$ ; *b* — размерность базиса  $J = 100$ . Сплошные кривые — зондирующий сигнал, штриховые кривые — сигнал на выходе пространственного фильтра. Кривые построены для случая АФАР  $N_x \times N_y = 40 \times 40$  элементов, отношения сигнал/шум 12,89 дБ и отношения сигнал/помеха 27 дБ

— матрица, состоящая из элементов, близких к нулю. В итоге получаем

$$Q \approx \alpha e^{j\psi} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{\mathbf{V}_i} \mathbf{Z}_{\mathbf{V}_i}^H \mathbf{W}_{ij \text{ опт}} = \alpha e^{j\psi} H = PH, \quad (14)$$

где  $H = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{W}_{ij \text{ опт}}^H \mathbf{Z}_{\mathbf{V}_i} \mathbf{Z}_{\mathbf{V}_i}^H \mathbf{W}_{ij \text{ опт}}$  — действительная константа, соответствующая мощности полезного сигнала;  $P = \alpha e^{j\psi}$  — фазовая константа, соответствующая данному частотному каналу.

Экономия в вычислительном плане можно получить, уменьшая размер базиса. Очевидно, что при этом снижается и эффективность подавления активной помехи. Однако можно отметить, что, начиная с некоторого размера базиса, эффективность подавления помехи стабилизируется на некотором уровне, зависящем в основном от отношений сигнал/шум и сигнал/помеха. Соответствующие результаты в виде графиков приведены на рис. 4, *a*, *b*. Они получены для случая воздействия на АФАР десяти широкополосных помех с одинаковой средней мощностью, приходящих с различных направлений. Считается, что направляющий вектор антенны характеризуется углами  $\theta = \varphi = 0$ . На рис. 5, *a*, *b* приводятся также временные реализации сигнала на выходе пространственного фильтра для различных размеров базиса, позволяющие оценить его влияние на искажение сигнала, отражённого от лоцируемой цели, в результате его обработки в пространственном фильтре АФАР.

**Заключение.** Предлагаемый в данной работе пространственно-частотный подход к построению широкополосных цифровых АФАР позволяет получить гибкую структуру адаптивного пространственного фильтра, согласованного с многочастотными зондирующими сигналами с фазовой манипуляцией и обладающего высокой эффективностью при подавлении широкополосных активных помех. Разработаны методы адаптации фильтра к текущей помеховой обстановке и определения его весовых коэффициентов на основе проецирования сигнала на выходе элементов антенной решётки в пространстве помехи. Предлагаемые методы обладают вычислительной эффективностью и являются устойчивыми.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Melvin W., Scheer J.** Principles of Modern Radar. Vol. 2. Advanced techniques. SciTech Publishing, 2013. 876 p.
2. **Ратынский М. В.** Адаптация и сверхразрешение в антенных решётках. М.: Радио и связь, 2003. 200 с.
3. **Монзинго Р. А., Миллер Т. У.** Адаптивные антенные решётки: Введение в теорию. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.
4. **Compton R. T.** Adaptive Antennas: Concepts and Performance. New Jersey: Prentice-Hall, 1988. 448 p.
5. **Van Trees H. L.** Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory. N. Y.: John Wiley & Sons, 2004. 1472 p.
6. **Godara L. C.** Applications of antenna arrays to mobile communications, part I: Performance improvement, feasibility, and system considerations // Proc. of the IEEE. 1997. **85**, N 7. P. 1031–1060.
7. **Berger C. R., Demissie B., Heckenbach J. et al** Signal processing for passive radar using OFDM waveforms // IEEE Journ. Sel. Top. Signal Process. 2010. **4**, N 1. P. 226–238.

8. **Levanon N., Mozeson E.** Radar Signals. New Jersey: John Wiley & Sons, 2004. 411 p.
9. **Levanon N., Mozeson E.** Multicarrier radar signal-pulse train and CW // IEEE Trans. Aerospace and Electron. Syst. 2002. **38**, N 2. P. 707–720.
10. **Григорьев Л. Н.** Цифровое формирование диаграммы направленности в фазированных антенных решётках. М.: Радиотехника, 2010. 144 с.

*Поступила в редакцию 08.11.2021*

*После доработки 15.12.2021*

*Принята к публикации 17.12.2021*

---