

УДК 621.317.4

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ЛОКАЛИЗАЦИИ ИСТОЧНИКОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В БИОМАГНИТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

© Н. В. Голышев¹, С. В. Моторин^{1,2}, Д. Н. Голышев¹

¹Сибирский государственный университет водного транспорта,
630099, г. Новосибирск, ул. Щетинкина, 33

²Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: s.motorin@nsawt.ru

Рассмотрены вопросы локализации источников магнитного поля в магнитокардиографии с использованием $1D$ -модели мультидиполя. В реальных условиях экспериментатор имеет дело с недоопределённой, плохо обусловленной системой. Для получения устойчивого решения применялись регуляризирующие процедуры. В работе исследовались разрешающая способность метода, качество восстановления (определение пространственных параметров мультидиполя: глубины залегания и амплитуды дипольного момента) и вопросы устойчивости решения. В компьютерном моделировании использовались метод разложения матрицы по сингулярным числам и регуляризация по Тихонову.

Ключевые слова: биомагнитные исследования, мультидиполь, $1D$ -модель, локализация, восстановление, устойчивость решения.

DOI: 10.15372/AUT20220205

Введение. Несмотря на достаточно большую историю биомагнитных исследований [1–6] актуальность локализации источников магнитного поля, в частности для исследования проводящих путей сердечной мышцы, своего значения не потеряла [4].

Цель работы — провести оценку локализации источников магнитного поля в магнитокардиографии при использовании $1D$ -модели мультидиполя: разрешающей способности, качества восстановления и устойчивости решения за счёт применения регуляризирующих процедур.

При решении задачи локализации источников магнитного поля в магнитокардиографии обычно используются модели различной степени сложности. Основные принятые модели представлены в табл. 1.

Выбор модели источников осуществляется в зависимости от диагностической цели.

Простейшими из них являются модели эквивалентного токового диполя (ECD — Equivalent Current Dipole) и эквивалентного магнитного диполя (EMD — Equivalent Magnetic Dipole), которые являются членами первого порядка в мультидипольном разложении реального сложного поля первичных источников. Развитием этих моделей является ECD + EMD-модель с восемью параметрами, в которой источник представляется комбинацией токового и магнитного диполей различной ориентации. Модель ECD + EMD

Название модели	Параметры
ECD	$(x, y, z, \mathbf{D}, \alpha)$
EMD	$(x, y, z, \mathbf{M}, \alpha, \theta, \psi)$
ECD + EMD	$(x, y, z, \mathbf{D}, \mathbf{M}, \alpha, \theta, \psi)$
MD	$(x_1, y_1, z_1, \mathbf{D}_1, \alpha_1, x_2, y_2, z_2, \mathbf{D}_2, \alpha_2)$
CME	$(x, y, z, Q, \mathbf{M}', \mathbf{M}'', \alpha, \theta, \psi)$

удобна для описания сложных источников, определяющих как линейные, так и круговые токи [1, 7–10].

Модель MD (Multipole Dipole), наиболее часто используемая в магнитокардиографических и магнитоэнцефалографических исследованиях, в которой источник представлен двумя токовыми диполями, имеющими различные координаты и ориентацию в пространстве, включает десять параметров и используется при описании, если наличие двух токовых диполей удобно для объяснения физиологических процессов.

Для описания процессов распространения возбуждения и анализа их волновых фронтов применяется модель СМЕ (Current Multipole Expansion) (расширенная мультидипольная модель, в которой \mathbf{M}' и \mathbf{M}'' — дипольные моменты источников второго порядка в мультипольном разложении), содержащая десять параметров. В основе этой модели лежит представление первичных источников как сумма дипольного и квадрупольного членов мультипольного разложения первичного поля.

Выбор той или иной модели определяется характером решаемой задачи. Сложность модели возрастает, если объём активной области велик по сравнению с расстоянием до точки наблюдения либо необходимым является изучение фронта распространения волны возбуждения. Так, например, модели ECD и EMD используются при изучении распространения процессов возбуждения в сердце.

Параметры модели определяются из условия наилучшего (в каком-либо смысле) приближения массива измеренных значений магнитного поля $\mathbf{B}_i(\mathbf{r}_i)$ к массиву значений, создаваемому эквивалентным источником в этих же точках наблюдения $\mathbf{B}_{mi}(\mathbf{r}_i)$. Наиболее часто используется критерий минимальной нормы ошибки [9, 11, 12]

$$\nabla_{\eta} \|B_i(\mathbf{r}_i) - B_{mi}(\mathbf{r}_i)\|^2 = \min,$$

где минимум ищется по вектору данных модели.

Метод решения. Далее приводятся результаты решения задачи локализации в рамках мультидипольной модели в безграничной изотропной среде, при этом предполагается, что токовые диполи неизвестной амплитуды расположены в узлах некоторой пространственно ограниченной области с известными координатами.

Принятая система координат приведена на рис. 1. Предполагается, что токовые диполи находятся в нижней полуплоскости при $z \geq z_{\min}$. Измерение значений вектора магнитного поля \bar{B} производится в плоскости $z = 0$.

Для упрощения получаемых выражений будем использовать векторную форму представления. При этом для различения физических и арифметических векторов применены различные обозначения, например, \bar{Q} — физический вектор, \mathbf{Q} — арифметический вектор.

Введём векторную функцию, описывающую расположение диполей:

$$\bar{Q} = \sum_{m=0}^M \bar{Q}_m \delta(\bar{r} - \bar{r}_m), \quad (1)$$

где \bar{Q} — вектор дипольных моментов токовых диполей, $\delta(\bar{r})$ — функция Кронекера, $\delta(\bar{r}) = 1$ при ($\bar{r} = 0$), 0 если ($\bar{r} \neq 0$).

Суммарный вектор магнитного поля в точках измерения можно записать в виде

$$B_z(\bar{r}_k) = (\bar{B}(\bar{r}_k) \bar{e}_z) = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \sum_{m=0}^M \frac{Q(\bar{\eta}_m) \times \bar{R}_{km} \bar{e}_z}{R_{km}^3}. \quad (2)$$

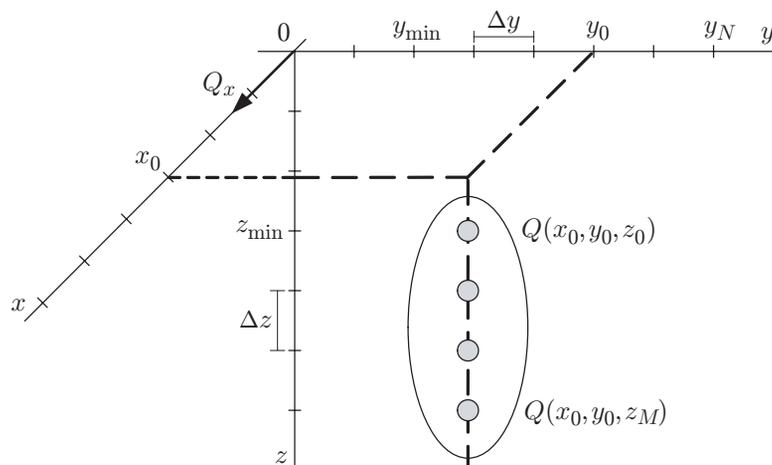


Рис. 1. Мультидипольная модель источника в безграничной изотропной среде

Проектирование на орт приёмного контура даёт систему уравнений

$$B_z(\bar{r}_k) = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \sum_{m=0}^M \frac{Q_x(\bar{\eta}_m)R_{ykm} - Q_y(\bar{\eta}_m)R_{xkm}}{R_{km}^3}, \quad (3)$$

где $k = 0-N$; Q_x, Q_y — составляющие вектора дипольного момента по оси x и y ; $R_{ykm} = y_k - y_m$; $R_{xkm} = x_k - x_m$; $R_{km} = \sqrt{(x_k - x_m)^2 + (y_k - y_m)^2 + (z_k - z_m)^2}$ — расстояние между диполями и точками наблюдений.

Как видно из (3), вклад в B_z дают только компоненты Q_x и Q_y диполей. Таким образом, в рамках принятой модели по результатам измерений B_z компоненты вектора магнитного поля могут быть восстановлены только ортогональные орту компоненты диполей.

Выражение (3) представляет систему $N + 1$ уравнений, где неизвестными являются $2(M + 1)$ составляющих дипольных моментов. В матричной записи будем иметь

$$\mathbf{B} = \Psi_y \mathbf{Q}_x - \Psi_x \mathbf{Q}_y. \quad (4)$$

Здесь использованы обозначения $\mathbf{B}^\top = [B_z(r_0), B_z(r_1), \dots, B_z(r_N)]$ — вектор измеренных значений магнитного поля; Ψ_x, Ψ_y — матрицы размера $(M+1) \times (N+1)$, элементы которых

$$\varphi_{yij} = \frac{R_{yij}}{R_{ij}^3} = \frac{y_i - y_j}{[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2]^{3/2}},$$

$$\varphi_{xij} = \frac{R_{xij}}{R_{ij}^3} = \frac{x_i - x_j}{[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2]^{3/2}};$$

$\mathbf{Q}_x^\top = [Q_x(\eta_0), Q_x(\eta_1), \dots, Q_x(\eta_M)]$; $\mathbf{Q}_y^\top = [Q_y(\eta_0), Q_y(\eta_1), \dots, Q_y(\eta_M)]$ — векторы компонент диполей.

Матричное уравнение (4) можно преобразовать к другой форме, введя матрицу размера $2(M + 1) \times (N + 1)$ и составной вектор компонент диполей \mathbf{Q} :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_x \\ \mathbf{Q}_y \end{bmatrix}; \quad \Psi = [\Psi_y - \Psi_x]; \quad \mathbf{B} = \Psi \mathbf{Q}. \quad (5)$$

Отсюда видно, что множество диполей, имеющих только z -компоненту, является ядром линейного преобразования Ψ . При этом ортогональным преобразованием можно осуществить редукцию матричного уравнения. Например, если диполи имеют ориентацию вдоль оси x , то из (4) получим

$$\mathbf{B} = \Psi_y \mathbf{Q}_x,$$

где размер матрицы $(M+1) \times (N+1)$. При второй форме записи размер матрицы остаётся неизменным и соответственно равен $2(M+1) \times (N+1)$.

С учётом погрешности измерений система уравнений примет вид

$$\mathbf{B} = \Psi \mathbf{Q} + \mathbf{N}, \quad (6)$$

где \mathbf{N} — вектор шума.

Характер системы определяется реальными условиями эксперимента. В зависимости от соотношений между количеством диполей и числом точек измерения возможны случаи, где $M = N$ — матрица квадратная, $M < N$ — система переопределённая, $M > N$ — система недоопределённая. Стремление повысить разрешающую способность метода локализации и ограниченность числа точек измерения приводят к тому, что система (6) является недоопределённой и допускает множество решений. На практике количество измеряемых значений магнитного поля не превышает 36 [1, 4]. Количество неизвестных параметров диполей в зависимости от задачи лежит в диапазоне 1–500 [1, 9, 12–14].

Для получения единственного решения в данном случае вводится дополнительное условие — ищется вектор наименьшей длины. Это решение с минимальной нормой (MNE — minimum norm estimate) [10, 11, 15] соответствует определению вектора \mathbf{Q} наименьшей длины, минимизирующего L_2 нормы $J(\mathbf{Q}) = \|\Psi \mathbf{Q} - \mathbf{B}\|_2$. Для недоопределённой системы $N < M$ решение имеет вид

$$\hat{\mathbf{Q}} = \Psi^\top [\Psi \Psi^\top]^{-1} \mathbf{B} \quad (7)$$

либо в принятых обозначениях $\hat{\mathbf{Q}} = \Psi^+ \mathbf{B}$, где $\Psi^+ = \Psi^\top (\Psi \Psi^\top)^{-1}$ — матрица Мура — Пенроуза.

Для устранения численной неустойчивости решения уравнения (7) решают обычно в виде $\hat{\mathbf{Q}} = \Psi^\top [\Psi \Psi^\top + \lambda \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{B}$, где \mathbf{I} — единичная матрица соответствующей размерности, λ — скалярный коэффициент регуляризации.

Другой проблемой при решении является то, что система (6) на практике плохо обусловлена. Для получения устойчивого решения требуется применение регуляризирующих процедур. Здесь можно указать несколько возможных подходов. Во-первых, плохо обусловленная система может быть редуцирована с использованием разложения матрицы по сингулярным числам (метод SVD — singular value decomposition) с последующим приравнением малых диагональных элементов матрицы к нулю [15, 16].

Вводя в качестве параметра число обусловленности $\Theta = \sqrt{\mu_{\max}/\mu_{\min}}$ (μ_{\max}, μ_{\min} — наибольшее и наименьшее неравные нулю сингулярные числа), можно управлять устойчивостью решения. Для получения устойчивого решения с достижимой разрешающей способностью выбор числа обусловленности Θ следует увязывать с отношением сигнал/шум в измеренных данных.

Другой подход к получению устойчивого решения состоит в применении регуляризации Тихонова [15]. При этом решением является минимум составного функционала

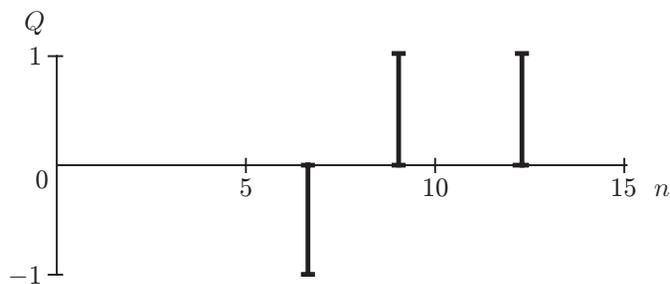
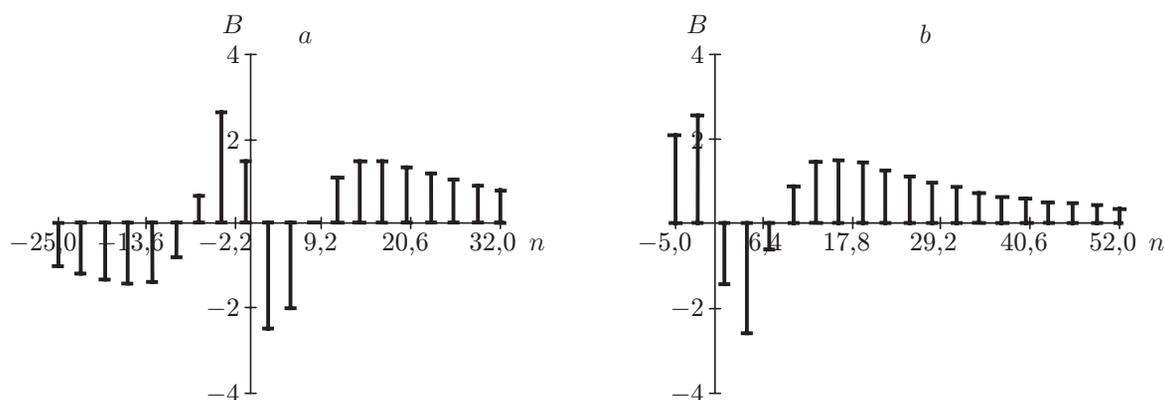


Рис. 2. Расположение диполей в принятой модели

Рис. 3. Структура магнитного поля для смещений: $y_{\min} = -25$ см (a) и $y_{\min} = -5$ см (b)

$J(\mathbf{Q}) = \|\Psi\hat{\mathbf{Q}} - \mathbf{B}\|_2 + \lambda\|\mathbf{C}\hat{\mathbf{Q}}\|$, где λ — параметр регуляризации, \mathbf{C} — стабилизатор задачи,

$$\hat{\mathbf{Q}} = \Psi^T [\Psi\Psi^T + \lambda\mathbf{C}\mathbf{C}^T]^{-1}\mathbf{B}. \quad (8)$$

Решение (8) является компромиссным минимизирующим нормы ошибки и длины вектора $\hat{\mathbf{Q}}$.

Результаты исследований. Для проверки эффективности различных методов при решении задачи локализации источников в магнитокардиографии было проведено численное моделирование для мультипольного диполя $1D$ -модели при следующих условиях: число фиксированных допустимых положений диполей $M = 10$, минимальное расстояние до ближайшего диполя 6,5 см, шаг расположения диполей 0,8 см, диапазон измерений 60 см, количество точек измерения $L = 20$, шаг 3 см. Исследовались следующие зависимости.

1. Зависимость разрешающей способности методов от шага измерения и смещения начала отсчёта.

Принятое при моделировании расположение диполей приведено на рис. 2.

Амплитуды диполей и их координаты равны: $(-1; 6,6)$, $(1; 9)$, $(1; 12)$ соответственно. Полученные структуры распределения магнитного поля показаны на рис. 3 для смещений $y_{\min} = -25$ см (рис. 3, a) и $y_{\min} = -5$ см (рис. 3, b). На рис. 4 приведены рассчитанные для указанных случаев (рис. 3, a, b) значения корня квадратного из отношения максимального сингулярного числа к текущему значению.

Максимум этой функции соответствует числу обусловленности матрицы. Как видно на рис. 4, смещение начала отсчёта приводит к существенному изменению числа обусловленности, а также структуры расположения сингулярных чисел.

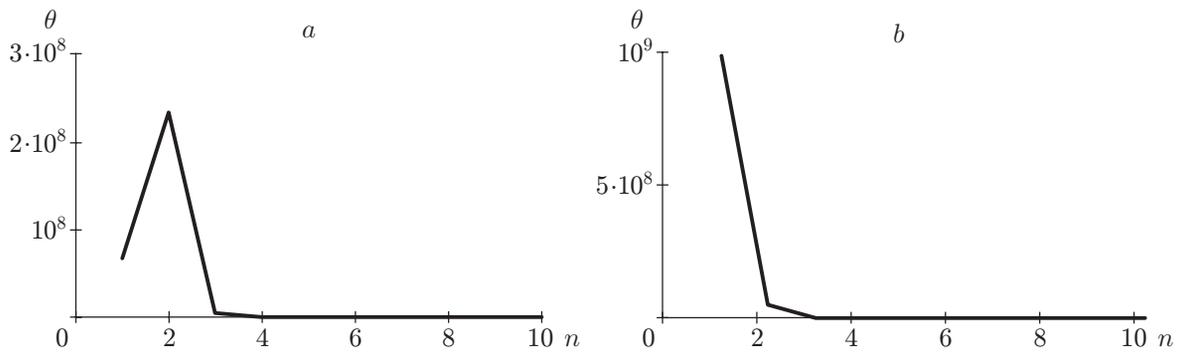


Рис. 4. Функция значений корня квадратного из отношения максимального сингулярного числа к текущему значению

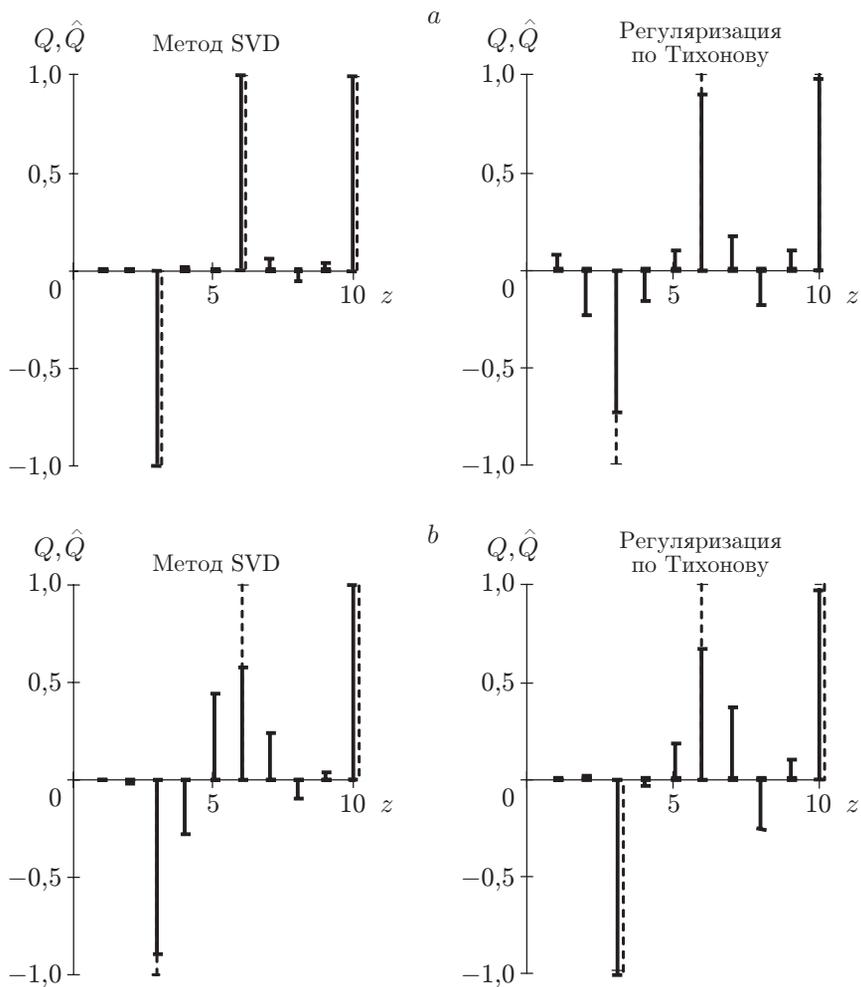


Рис. 5. Результаты восстановления распределения токовых диполей: смещение начала отсчёта $y_{\min} = -25$ см (а), смещение начала отсчёта $y_{\min} = -5$ см (б)

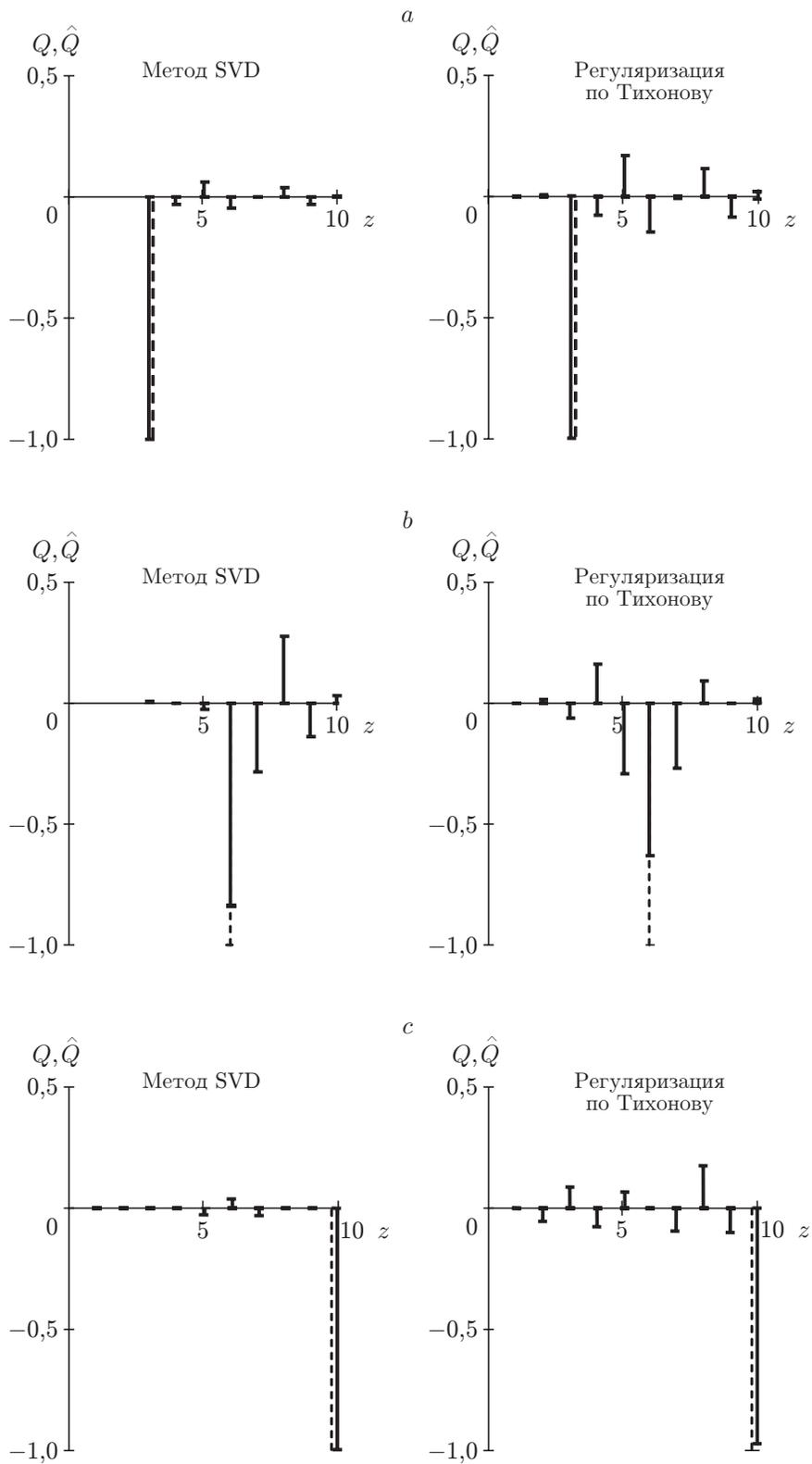


Рис. 6. Глубина залегания диполя: 6,6 см при $\max = 10^8$ и $\lambda = 10^{-13}$ (a); 9 см при $\max = 10^8$ и $\lambda = 10^{-13}$ (b); 12 см при $\max = 10^8$ и $\lambda = 10^{-14}$ (c)

На рис. 5, *a*, *b* приведены результаты восстановления распределения токовых диполей методами SVD и регуляризацией по Тихонову для смещений начала отсчёта, равных $y_{\min} = -25$ см (слева) и $y_{\min} = -5$ см (справа). Параметры ограничения SVD и коэффициент регуляризации подбирались по наилучшему отношению сигнал/шум и для рис. 5, *a* составляли $\max = 10^9$ и $\lambda = 10^{-15}$, а для рис. 5, *b* $\max = 10^7$ и $\lambda = 10^{-14}$.

Как видно из приведённых на рис. 5 результатов, качество восстановления существенно зависит от координат точек измерения, что указывает на важность разработки оптимальных методов планирования проведения эксперимента. Смещение начала отсчёта приводит к значительному изменению числа обусловленности матрицы Ψ . Разрешающая способность обоих методов ухудшается при увеличении смещения начала отсчёта, центра области расположения диполей. Весьма критичным оказывается и выбор диапазона измерений. Штриховыми линиями показаны истинные положения диполей, жирными линиями — восстановленные значения и ложные диполи.

Из-за аддитивного характера наложения шума отношение сигнал/шум и пространственная структура магнитного поля резко ухудшаются на границах диапазона измерений (в области малых значений сигнала).

2. Зависимость качества восстановления от глубины залегания токового диполя. Для исследования пространственной разрешающей способности проведено моделирование процесса восстановления координаты и дипольного момента одного токового диполя, расположенного на глубинах 6,6; 9; 12 см, что примерно соответствует координатам передней стенки сердца, его геометрического центра и задней стенки соответственно. На рис. 6 приведены зависимости качества восстановления, полученные при тех же условиях, что и в п. 1 (обозначения те же).

Видно, что качество восстановления источников магнитного поля ухудшается для диполей, расположенных на средних глубинах. Последнее, по-видимому, свидетельствует о необходимости оптимизации стабилизирующих функционалов и необходимости продолжить данные исследования.

Заключение. Результаты моделирования показывают существенную роль планирования эксперимента по регистрации магнитных полей и необходимость его увязки с методами, применяемыми для решения задачи локализации источников. Следует отметить, что исследование проблемы планирования эксперимента в биомагнитных исследованиях и в настоящее время — актуальная задача [1–5, 13, 16]. По историческим причинам исходной информацией при решении задачи локализации источников, как правило, является вектор данных, измеренных в узлах анатомически привязанной стандартной сетки [1, 3, 10]. Однако принятая система не всегда является оптимальной. Нерациональный выбор шага и диапазона измерений приводит к слабой обусловленности полученной системы уравнений и к усугублению проблемы численной неустойчивости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Масленников Ю. В. Практика и перспективы применения сверхчувствительных магнитометров в биомедицинских исследованиях // Журнал радиоэлектроники. 2021. № 5. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/may21/4/text.pdf> (дата обращения: 08.02.2022).
2. Гольшев Н. В., Моторин С. В., Рогачевский Б. М., Шабалин А. В. Магнитокардиограф в клинической диагностике // Автометрия. 1996. № 6. С. 60–64.
3. Моторин С. В. Технология проведения магнитокардиографических исследований // Автометрия. 2000. № 6. С. 94–112.
4. Бокерия О. Л., Кислицина О. Н., Темирбулатова А. Ш. Возможности магнитоэлектродиагностики в диагностике ишемической болезни сердца и нарушений ритма // Анналы аритмологии. 2009. № 2. С. 45–63.

5. **Полякова И. П.** Магнитокардиография: историческая справка, современное состояние и перспективы клинического применения // Креативная кардиология. 2011. № 2. С. 103–133.
6. **Журавлев Ю. Е., Матлашов А. Н., Голышев Н. В. и др.** Динамическое картирование вызванных магнитных полей мозга человека // ДАН СССР. 1987. **296**, № 1. С. 231–235.
7. **Sekihara K., Scholz B., Bruder H., Graumann R.** Reconstructing current distributions from biomagnetic measurements under large external noise disturbances // IEEE Trans. Biomed. Eng. 1994. **13**, N 1. P. 144–151.
8. **Chen G., Niki N., Nishitani H., Kang Y. M.** The Effects of Inhomogeneities and Geometry on MCG Due to a Single Current Dipole // Recent Advanced in Biomagnetism. Eds. T. Yoshimoro et al. Tohoku University Press, 1999. P. 165–168.
9. **Tominaga T., Endo H., Honda S., Takeda T.** Current Dipole Localization with Fewer Average of Evoked Fields Through Wavelet Based Time Varying Filter // Recent Advanced in Biomagnetism. Eds. T. Yoshimoro et al. Tohoku University Press, 1999. P. 314–317.
10. **Burghoff M., Steinhoff U., Haberkorn W., Kosh H.** Comparability of measurement results obtained with multi-SQUID-systems of different sensor configurations // IEEE Trans. Appl. Superconduct. 1997. **7**, N 2. P. 3465–3468.
11. **Matsuura K., Okabe Y.** Selective minimum-norm solution of the biomagnetic inverse problem // IEEE Trans. Biomed. Eng. 1995. **42**, N 6. P. 608–615.
12. **Tlig B., Wash P., Renhardt M., Fleischmann P.** Calculation of distributed electrical current densities on a three-dimensional surface within the ventricular myocardium and septum from the magnetocardiogram – A computer model study // Biomagnetism: Fundamental Research and Clinical Applications. Eds. C. Baumgartner et al. Elsevier Science, IOS Press, 1995. P. 658–662.
13. **Mino K., Niki N., Tamura I.** Neuromagnetic source analysis with a 64-channel SQUID system and MR imaging // Proc. of the IEEE Workshop on Biomedical Image Analysis. Seattle, USA, June 1994. P. 255–260.
14. **Fall Mc G. D., Miracky R.** A noise-tolerant solution to the magnetostatic inverse problem for nondestructive evaluation // Journ. Appl. Phys. 1993. **74**, Iss. 3. P. 2036–2044.
15. **Василенко Г. И.** Теория восстановления сигналов. М.: Сов. радио, 1979. 272 с.
16. **Ohyu S., Aida S., Komatsu K. et al.** Three-dimensional distribution of ventricular action potential amplitude estimated from magnetocardiogram // Recent Advanced in Biomagnetism. Eds. T. Yoshimoro et al. Tohoku University Press, 1999. P. 1059–1062.

Поступила в редакцию 08.02.2022

После доработки 22.02.2022

Принята к публикации 11.03.2022
