

УДК 004.925.84

ФИЗИЧЕСКИ КОРРЕКТНАЯ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО ЗАДАННЫХ ОБЪЕКТОВ

© С. И. Вяткин, Б. С. Долговесов

*Институт автоматизи и электрометрии СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1
E-mail: sivser@mail.ru*

Предлагаются функционально заданные объекты для реалистичных сцен. Описана физически корректная визуализация трёхмерных объектов на основе функций возмущения, т. е. рендеринг материалов происходит с учётом законов физики. Физически корректные модели отражения необходимы для получения фотореалистичных изображений. Шероховатость, микрорельеф, глянец поверхности указывают, насколько гладкой или шероховатой является поверхность материала. Показаны эффекты дифракции с учётом шероховатости поверхности. Рассматривается подповерхностный перенос света, который моделируется с использованием двунаправленного поверхностного рассеяния.

Ключевые слова: физически корректная визуализация, функционально заданные объекты, функции возмущения, зеркальное отражение, диффузное отражение, дифракция, подповерхностное рассеяние.

DOI: 10.15372/AUT20220311

Введение. В физически корректной визуализации очень важно взаимодействие материала со светом, например отражением. Свойства отражения влияют на внешний вид объектов [1–7]. Реалистичная визуализация материалов со сложными оптическими свойствами является сложной задачей. В [8] описана двунаправленная отражательная способность поверхностей, обладающих сложными оптическими свойствами. Функция распределения двунаправленного рассеяния (BSDF: Bidirectional Scattering Distribution Function — двулучевая функция рассеяния) описывает рассеивание света на поверхности. Модели BSDF на основе микрограней используют параметризованные выражения для аппроксимации отражающих свойств. В [9] предлагается двухслойная модель отражения микрограней, которая сочетает в себе эффекты зеркальной дифракции и эффекты диффузной дифракции. В работе [10] предлагается компактное представление данных двунаправленного отражения, которое сочетает в себе точную реконструкцию с эффективной визуализацией с помощью встроенной интерполяции коэффициента отражения. Функции распределения двунаправленного отражения описывают взаимодействие света с точкой на поверхности. В [11] дан обзор методов, используемых для оценки представлений BRDF (Bidirectional Reflectance Distribution Function — двулучевая функция отражательной способности). Для эффективности хранения функции отражения часто аппроксимируются аналитическими формулами. Эти приближения получаются путём минимизации взвешенных квадратичных расстояний. Однако эти показатели плохо коррелируют с качеством восприятия, когда BRDF используется при рендеринге сцен. В [12] проведено исследование оценки качества восприятия приближений BRDF, а также аналитических моделей BRDF по их способности к аппроксимации табличных BRDF. Большинство моделей двунаправленного рассеяния либо основаны на геометрической оптике и включают многократное рассеяние, но без эффектов дифракции, либо основаны на волновой оптике и включают дифракцию, но без эффектов многократного рассеяния. В [13] предложен метод объединения результатов скалярной теории дифракции с одиночным рассеянием и геометрической оптикой со

множественным рассеянием. Используется интегрирование по методу Монте-Карло. Рассматривается микрогеометрия поверхности, метод позволяет вычислять двунаправленное рассеяние поверхностей с мелкими деталями. Тонкие объёмы полупрозрачных наноструктур когерентно взаимодействуют с падающими световыми волнами для получения тонкой структурной окраски. Такие структуры усложняются некогерентным рассеянием из-за сопутствующей микрогеометрии. В работе [14] представлен физически обоснованный подход к использованию субмикроскопических сканирований квазипериодических одномерных модуляций в объёмах для их реалистичного отображения.

В предлагаемой работе представлен метод физически корректной визуализации функционально заданных объектов. Для правильной генерации дифракционных эффектов применяется волновая оптика в визуализации. Эффекты дифракции вызываются изменениями высот поверхности [15]. Для аппроксимации фазовых сдвигов, вносимых базовым полем высот, используются ядра Габора [16]. В результате получается аналитическое решение для пространственно-изменяющихся детализированных волновых функций распределения коэффициента отражения BRDF.

Целью представленной работы является создание метода физически корректной визуализации функционально заданных объектов с использованием графических процессоров для рендеринга моделей высокой реалистичности.

Функционально заданные объекты. Для описания геометрических объектов используются функции возмущения базовой квадратики [15, 17]:

$$F'(x, y, z) = F(x, y, z) + \sum_{i=1}^N f_i R_i(x, y, z), \quad (1)$$

где $F'(x, y, z)$ — свободная форма; $F(x, y, z)$ — базовая квадратика; f_i — форм-фактор; $i = 1, \dots, N$ — количество функций возмущения; $R_i(x, y, z)$ — возмущение:

$$R_i(x, y, z) = \begin{cases} Q_i^3(x, y, z), & \text{если } Q_i(x, y, z) \geq 0; \\ 0, & \text{если } Q_i(x, y, z) < 0, \end{cases} \quad (2)$$

$Q(x, y, z)$ — возмущающая квадратика.

Волновая функция распределения коэффициента отражения. Существует два основных типа материалов: диэлектрики и металлы. Их отличие во взаимодействии с освещением состоит в том, что металлы не пропускают внутрь себя свет. У диэлектриков есть диффузное отражение, когда лучи света проходят внутрь материала, рассеиваются и затем часть света поглощается, а часть выходит наружу. Кроме того, у диэлектриков присутствует белый блик. Металлы не пропускают свет, а отражают его частично или полностью, в результате чего получается цветной блик. Диэлектрики тоже отражают свет, но в гораздо меньшем количестве, чем металлы. При падении света на материалы обоих типов происходит эффект Френеля. Согласно ему степень отражений зависит от угла падения света на поверхность. Чем острее угол — тем больше света отразится.

Модели дифракции в волновой оптике используются для вычисления отражённого поля от шероховатой поверхности [18]. В волновой оптике свет описывается полями с комплексным значением для кодирования величины и фазы.

Рассмотрим поле высот $h(\mathbf{s})$ [15] точки $\mathbf{s} = [s_u, s_v, h(\mathbf{s})]$ на шероховатой поверхности. Функция BRDF определяется в виде отношения между падающим излучением из направления ω_i и отражённым излучением в направлении ω_0 . Свет, отражённый от различных точек поверхности, проходит разные расстояния в зависимости от локальной высоты поверхности. Это вызывает фазовые сдвиги в отражённых волнах, поэтому необходимо учитывать, что эти волны интерферируют друг с другом.

Поверхность отражает свет с пространственно-изменяющимся фазовым сдвигом, который задаётся функцией отражения [18]

$$r(\mathbf{s}) = e^{-i2\pi(\boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{n})h(\mathbf{s})/\lambda}, \quad (3)$$

где λ — длина волны, $\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\omega}_i + \boldsymbol{\omega}_0$ — проекция, \mathbf{n} — нормаль.

Известно несколько BRDF скалярных моделей дифракции [19]: оригинальная Харви — Шека, обобщённая Харви — Шека, две модификации этих моделей, в которых применяется формула дифракции Кирхгофа вместо Фурье, а также BRDF Кирхгофа — базируемая модель. В данной работе использовалась обобщённая модель Харви — Шека с целью соблюдения баланса между временем вычисления и качеством изображения.

Определим направления $\boldsymbol{\omega}_i$ и $\boldsymbol{\omega}_0$ в виде трёхмерных единичных векторов. Функция BRDF вычисляется с использованием поверхностного интеграла [19]

$$f_r(\boldsymbol{\omega}_i, \boldsymbol{\omega}_0) = \frac{F|\boldsymbol{\omega}_0 \cdot \mathbf{n}|}{A_H \lambda^2 |\boldsymbol{\omega}_i \cdot \mathbf{n}|} \left| \int_H r(\mathbf{s}) e^{-i2\pi(\boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{s})h(\mathbf{s})/\lambda} d\mathbf{s} \right|^2, \quad (4)$$

где H — область поля высот (проекция шероховатой поверхности на плоскость XY), A_H — площадь проекции, $\boldsymbol{\psi}$ — $2D$ -проекция единичных векторов, F — коэффициент отражения Френеля.

В уравнении (4) для вычисления BRDF используется падающий свет с бесконечной областью когерентности. Однако реалистичные источники света имеют конечные области, например, обратно пропорциональные их телесному углу.

Вычисляется BRDF для одной области когерентности следующим образом:

$$f_r(\boldsymbol{\omega}_i, \boldsymbol{\omega}_0) = \frac{F|\boldsymbol{\omega}_0 \cdot \mathbf{n}|}{A_c \lambda^2 |\boldsymbol{\omega}_i \cdot \mathbf{n}|} \left| \int_{H_c} r^*(\mathbf{s}) e^{-i2\pi(\boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{s})h(\mathbf{s})/\lambda} d\mathbf{s} \right|^2, \quad (5)$$

$$r^*(\mathbf{s}) = \omega(\mathbf{s} - \mathbf{x}_c) r(\mathbf{s}), \quad (6)$$

$$A_c = \int |\omega(\mathbf{s})|^2 d\mathbf{s}, \quad (7)$$

где $\omega(\mathbf{s})$ — ядро когерентности, H_c — часть проекции шероховатой поверхности на плоскость XY в области ядра когерентности, \mathbf{x}_c — центр ядра когерентности, A_c — коэффициент нормализации, r^* — произведение $r(\mathbf{s})$ и ядра когерентности.

При рендеринге для ω (6) используется фиксированный размер области когерентности — Гаусс с отклонением 10 мкм [20]. Для эффективного вычисления интеграла в уравнении (5) используется аппроксимация функции отражения с фазовой задержкой $r^*(\mathbf{s})$, взвешенной комбинацией ядер Габора [16]. Ядра Габора оптимально подходят для представления высокочастотных функций, характерных для $r^*(\mathbf{s})$.

Ядро Габора определяется произведением двумерной функции Гаусса и экспоненты (плоской волны):

$$g(\mathbf{s}, \mathbf{c}, \zeta, \mathbf{p}) = G(\mathbf{s}, \mathbf{c}, \zeta) e^{-i2\pi(\mathbf{p} \cdot \mathbf{s})}, \quad (8)$$

$$G = \frac{1}{2\pi\zeta^2} e^{-\|\mathbf{s}-\mathbf{c}\|^2/(2\zeta^2)}, \quad (9)$$

где \mathbf{c} — центр ядра, ζ — ширина, \mathbf{p} — параметр плоской волны, G — нормализованная двумерная изотропная функция Гаусса.

Рассмотрим аппроксимацию фазовых сдвигов ядрами Габора. Вводятся пространственно-изменяющиеся фазовые сдвиги для разных длин волн (3). Так как функция $r(\mathbf{s})$ сложная для вычислений, мы приближаем её с помощью ядер Габора. Для этого область полей высот покрываем сеткой ячеек. Используется однородная сетка. Ячейки сетки представляют собой квадраты одинакового размера, которые соответствуют исходным текселям поля высот. Далее выбирается набор ячеек с центрами \mathbf{c}_k , который охватывает текущее ядро когерентности. Аппроксимируется ядро когерентности с постоянным для ячейки значением $w_k = w(\mathbf{c}_k - \mathbf{x}_c)$, так как ячейки меньше области когерентности. Ядро Габора находится в каждой ячейке сетки для аппроксимации $r(\mathbf{s})$ в её окрестности.

Приближение для $r^*(\mathbf{s})$ можно записать в виде

$$r^*(\mathbf{s}) \approx \sum_k w_k r_k(\mathbf{s}) = \sum_k w_k C_k g(\mathbf{s}, \mathbf{c}_k, \zeta_k, \mathbf{p}_k), \quad (10)$$

где C_k — комплексная константа:

$$C_k = l_k^2 G(\mathbf{s}, \mathbf{c}_k, \zeta_k) e^{-i2\pi(\psi\mathbf{n})(h(\mathbf{c}_k) - h'(\mathbf{c}_k)\mathbf{c}_k)/\lambda}, \quad (11)$$

$$\mathbf{p}_k = \frac{(\psi\mathbf{n})h'(\mathbf{c}_k)}{\lambda}. \quad (12)$$

Комплексная константа включает в себя коэффициент масштабирования и сдвиг фазы. Выбираем $\zeta_k = l_k/2$, где l_k — длина ячейки.

Затем аппроксимируется поле высот $h(\mathbf{s})$ в каждой ячейке вокруг \mathbf{c}_k :

$$h(\mathbf{s}) \approx h(\mathbf{c}_k) + h'(\mathbf{c}_k) \cdot (\mathbf{s} - \mathbf{c}_k) = h'(\mathbf{c}_k)\mathbf{s} + (h(\mathbf{c}_k) - h'(\mathbf{c}_k)\mathbf{c}_k), \quad (13)$$

где $h'(\mathbf{c}_k)$ — градиент поля высот в \mathbf{c}_k .

Подставим это приближение в $r(\mathbf{s})$ и получим аппроксимацию вклада одной ячейки сетки:

$$r_k(\mathbf{s}) = b(\mathbf{s}, \mathbf{c}_k, l_k) e^{-i2\pi(\psi\mathbf{n})h(\mathbf{s})/\lambda} \approx l_k^2 G(\mathbf{s}, \mathbf{c}_k, \zeta_k) e^{-i2\pi(\psi\mathbf{n})((h(\mathbf{c}_k) - h'(\mathbf{c}_k)\mathbf{c}_k) + h'(\mathbf{c}_k)\mathbf{s})/\lambda}, \quad (14)$$

где b — двоичная прямоугольная функция, l_k^2 — площадь ячейки.

Используем приближение ядра Габора для вычисления BRDF:

$$f_r(\boldsymbol{\omega}_i, \boldsymbol{\omega}_0) = \frac{F|\boldsymbol{\omega}_0 \cdot \mathbf{n}|}{A_c \lambda^2 |\boldsymbol{\omega}_i \cdot \mathbf{n}|} \left| \tilde{r}^* \left(\frac{\boldsymbol{\psi}}{\lambda} \right) \right|^2 \approx \frac{F|\boldsymbol{\omega}_0 \cdot \mathbf{n}|}{A_c \lambda^2 |\boldsymbol{\omega}_i \cdot \mathbf{n}|} \left| \sum_k w_k C_k F_T \left[g(\mathbf{s}, \mathbf{c}_k, \zeta_k, \mathbf{p}_k) \left(\frac{\boldsymbol{\psi}}{\lambda} \right) \right] \right|^2, \quad (15)$$

где F_T — преобразование Фурье.

Преобразование Фурье ядра Габора записывается в виде другого ядра Габора:

$$F_T[(\mathbf{s}, \mathbf{c}, \zeta, \mathbf{p})](\mathbf{v}) = e^{-i2\pi(\mathbf{c}(\mathbf{v}+\mathbf{p}))} e^{-i2\pi^2\zeta^2\|\mathbf{v}+\mathbf{p}\|^2} = \frac{1}{2\pi\zeta^2} e^{-i2\pi(\mathbf{c} \cdot \mathbf{p})} g\left(\mathbf{v}; -\mathbf{p}, \frac{1}{2\pi\zeta}, \mathbf{c}\right). \quad (16)$$

Затем вычисляем сумму (15), перебрав все ячейки в области когерентности.

Подповерхностное рассеяние. Кроме прямого отражения в точке затенения, свет может проникать под поверхность, рассеиваться и выходить в другой точке, как показано на рис. 1.

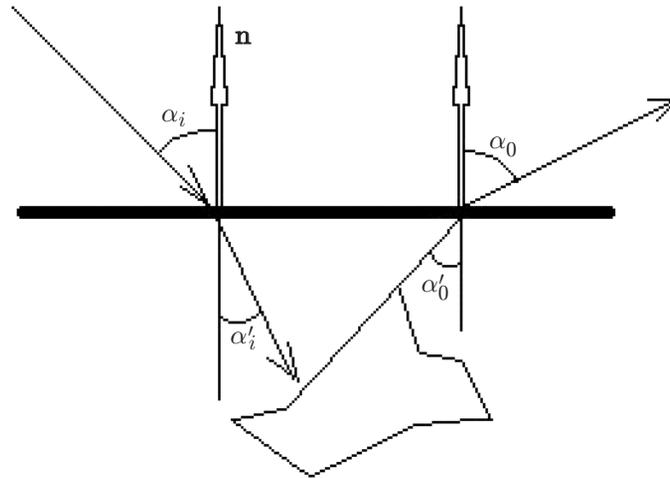


Рис. 1. Подповерхностное рассеяние света

Количество энергии, проходящей в нижние слои, равно [20]

$$E = (1 - F(\alpha_i))(1 - F(\alpha_o)), \quad (17)$$

где F — коэффициент отражения Френеля. Для пластика коэффициент отражения зависит от коэффициента отражения ρ_d диффузного слоя [21]:

$$\rho_p = E \frac{\rho_d}{\pi} \left(1 - \frac{\rho_d}{\pi} F_{dr} \left(\frac{1}{\sigma} \right) \right)^{-1}, \quad (18)$$

где F_{dr} — коэффициент диффузного отражения Френеля.

Коэффициент диффузного отражения Френеля соответствует интегралу коэффициента отражения Френеля, умноженному на косинус угла по входящим направлениям.

Для подповерхностного слоя это зависит от альбеда a рассеивающего материала [21]:

$$\rho_{subsurf} = E \frac{a}{4\pi} \left(\frac{1}{\cos \alpha'_i + \cos \alpha'_o} \right) + E \frac{a}{2\pi} e^{-\sqrt{3(1-a)}} e^{-(4/3)\sqrt{3(1-a)}(1-F_{dr})/(1+F_{dr})}, \quad (19)$$

где α'_i и α'_o — углы преломления лучей с нормалью к поверхности (см. рис. 1).

Результаты работы. Используется высокое разрешение $8K \times 8K$ поля высот в виде текстурных карт для описания микрогеометрии. Тексель имеет фиксированный размер в один квадратный микрон реального мира. Поля высот покрываются сеткой с ячейками для достижения высокого разрешения поверхности. Так как тексели в поле высот образуют однородную сетку, преобразуем каждый тексель в ядро Габора.

Чтобы ускорить вычисления, предварительно создаём иерархию в виде *tree-structure* для каждого поля высот [15]. Каждый узел содержит как позиционные, так и направляющие ограничивающие прямоугольники своих четырёх дочерних узлов. Для каждого запроса BRDF выполняется обход этой иерархии сверху вниз. Отбрасываются узлы, которые не находятся в пределах областей когерентности. Для этого используются позиционные ограничивающие прямоугольники, а также направляющие ограничивающие прямоугольники для удаления узлов, которые не влияют на направление запроса.

Применяя ядра Габора, которые представляют поля высот, просто вычислить выборку важности BRDF. Она необходима для нахождения исходящего луча глобального освещения. Для этого случайным образом выбирается ядро Габора в области когерентности в соответствии с весовой функцией.



Рис. 2. Матовый металл с анизотропией: полная модель (слева), фрагмент (справа)



Рис. 3. Пример материала с подповерхностным рассеянием света

Для ускорения рендеринга мы разделяем прямое освещение от точечных источников света и освещение от других источников света, включая окружающую среду. Такое разделение позволяет использовать меньше выборок на пиксель, для рендеринга требуется от четырёх до двадцати пяти выборок на субпиксельной сетке.

На рис. 2 показан объект — матовый металл с анизотропией, визуализированный с помощью точечного источника света и освещения окружающей среды.

Эта сцена иллюстрирует объект с матовым металлическим корпусом, освещённый точечным источником света и окружающей средой. Поле высот является анизотропным. Как показано на рис. 2, метод способен обрабатывать анизотропию, в результате чего образуются вертикальные линии бликов. Из фрагмента (см. рис. 2, справа) видно, что метод способен создавать тонкие пики с широким распространением.

На рис. 3 показан результат моделирования подповерхностного рассеяния.

Подповерхностный перенос света представлен BSSRDF (Bidirectional Scattering-Surface Reflectance Distribution Function — двунаправленное рассеяние — функция распределения поверхностного отражения). Функции BSSRDF приводят к обобщённому уравнению отражения.

Для представления BSSRDF определяются свойства материала, которые отвечают за поведение рассеяния. К ним относятся коэффициенты поглощения, рассеяния, затухания, а также альbedo. Для анизотропного рассеяния находится коэффициент анизотропии, что приводит к уменьшению коэффициентов рассеяния, затухания и уменьшенному альbedo.

Результаты получены на 6-ядерном центральном процессоре Core i7-8700K с частотой 3,7 ГГц и графическом процессоре GeForce GTX 690 (NVIDIA). Для реализации была использована архитектура Compute Unified Device Architecture (CUDA) от NVIDIA. Время визуализации тестируемых сцен в среднем составило на кадр примерно 60–70 мс.

Заключение. В данной работе представлен метод физически корректной визуализации функционально заданных объектов. Описана модель отражения материала, основанная на представлении микрогеометрии поверхности, которая учитывает эффекты дифракции, вызванные деталями меньшего масштаба. Модель обеспечивает хорошее приближение с измеренными материалами, в том числе под углами скольжения и вдали от зеркального пика, а также объясняет зависимость длины волны, наблюдаемую в измеренных материалах. В методе используется волновая оптика для генерации дифракционных эффектов. Применяются ядра Габора для аппроксимации фазовых сдвигов, вносимых базовым полем высот. В результате получаем аналитическое решение для пространственно-изменяющихся детализированных волновых BRDF.

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания (проект № 121041800012-8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Yan Y., Ding J., Lijuan S.** Optimization modeling and verification of bidirectional reflectance distribution function for rough surfaces // *Laser & Optoelectron. Progress.* 2018. **55**, N 5. 052901. DOI: 10.3788/LOP55.052901.
2. **Liang B., He S., Tahkamo L., Tetri E.** Lighting for Road Tunnels: The Influence of CCT of Light Sources on Reaction Time // *Project: Construction and Evaluation of Equivalent Road Tunnel Lightng System Based on Energy Saving.* 2019. *Displays* 61:101931. DOI: 10.1016/j.displa.2019.101931.
3. **Liu Y., Dai J., Zhao S., Zhang J.** A bidirectional reflectance distribution function model of space targets in visible spectrum based on GA-BP network // *Appl. Phys. B.* 2020. **126**, N 6. DOI: 10.1007/s00340-020-07455-y.
4. **Liu Y., Dai J., Zhao S., Zhang J.** Optimization of five-parameter BRDF model based on Hybrid GA-PSO algorithm // *Optik — Int. Journ. Light and Electron Opt.* 2020. **219**. 164978. DOI: 10.1016/j.ijleo.2020.164978.
5. **He S., Ren Y., Liu H., Liang B.** A novel tunnel lighting method aided by highly diffuse reflective materials on the sidewall: Theory and practice // *Tunnelling and Underground Space Technology.* 2022. **122**, N 3. 104336. DOI: 10.1016/j.tust.2021.104336.
6. **Small T. V., Butler S. D., Marciniak M.** Uncertainty analysis for CCD-augmented CASI@BRDF measurement system // *Opt. Eng.* 2021. **60**, N 11. DOI: 10.1117/1.OE.60.11.114101.
7. **Small T. V., Butler S. D., Marciniak M. A.** Solar Cell BRDF Measurement and Modeling with Out-of-Plane Data // *Opt. Express.* 2021. **29**, N 22. DOI: 10.1364/OE.440190.

8. **Sole A., Guarnera G. C., Farup I., Nussbaum P.** Measurement and rendering of complex non-diffuse and goniochromatic packaging materials // *The Vis. Comp.* 2021. **37**, N 4. DOI: 10.1007/s00371-020-01980-9.
9. **Chai Y., Xu Y., Xu M., Wang L.** Two-Layer Microfacet Model with Diffraction // *Computers & Graphics*. 2019. **86**. DOI: 10.1016/j.cag.2019.08.017.
10. **Sztrajman A., Rainer G., Ritschel T., Weyrich T.** Neural BRDF Representation and Importance Sampling // *Computer Graphics Forum*. 2021. **40**, N 6. DOI: 10.1111/cgf.14335.
11. **Da Silva Nunes M., Nascimento F. M., Miranda Junior G. F., Andrade B. T.** Techniques for BRDF evaluation // *The Vis. Computer*. 2021. DOI: 10.1007/s00371-020-02035-9.
12. **Lavoue G., Bonneel N., Farrugia J.-P., Soler C.** Perceptual quality of BRDF approximations: Dataset and metrics // *Comp. Graph. Forum*. 2021. **40**, N 2. P. 327–338. DOI: 10.1111/cgf.142636.
13. **Falster V., Jarabo A., Frisvad J. R.** Computing the bidirectional scattering of a microstructure using scalar diffraction theory and path tracing // *Comp. Graph. Forum*. 2020. **39**, N 7. P. 231–242. DOI: 10.1111/cgf.14140.
14. **Dhillon D. S.** Physically based rendering of simple thin volume natural nanostructures // *Advances in Vis. Comp.* 2021. Pt. I. P. 400–413. DOI: 10.1007/978-3-030-90439-5_32.
15. **Вяткин С. И.** Моделирование сложных поверхностей с применением функций возмущения // *Автометрия*. 2007. **43**, № 3. С. 40–47.
16. **Hidalgo-Silva H.** Gabor Kernels for textured image representation and classification // *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis and Applications (CIARP)*. Lecture Notes in Computer Science. 2006. Vol. 4225. P. 929–935. DOI: 10.1007/11892755_96.
17. **Вяткин С. И., Долговесов Б. С.** Методы интерактивного моделирования и визуализации функционально заданных объектов для 3D веб-приложений // *Автометрия*. 2022. **58**, № 1. С. 111–118. DOI: 10.15372/AUT20220112.
18. **Harvey J.** Light-scattering characteristics of optical surfaces // *Proc. of SPIE*. 1976. **107**. P. 41–47. DOI: 10.1117/12.964594.
19. **Harvey J. E., Pfisterer R. N.** Evolution of the transfer function characterization of surface scatter phenomena // *Proc. of SPIE*. 2016. **9961**. 99610E. DOI: 10.1117/12.2237083.
20. **Werner S., Velinov Z., Jakob W., Hullin M. B.** Scratch iridescence: Wave-optical rendering of diffractive surface structure // *ACM Trans. Graph.* 2017. **36**, Iss. 6. P. 1–14. DOI: 10.1145/3130800.3130840.
21. **Jensen H. W., Marschner S. R., Levoy M.** A practical model for subsurface light transport // *Proc. of the 28th Annual Conference on Computer graphics and Interactive Techniques (SIGGRAPH 2001)*. New York, Aug., 2001. P. 511–518. DOI: 10.1145/383259.383319.

Поступила в редакцию 28.04.2022

После доработки 12.05.2022

Принята к публикации 18.05.2022