

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.314: 681.51

### РАСЧЁТ РЕЗОНАНСНОГО ПИД-РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ТРЁХФАЗНОГО ЧЕТЫРЁХПРОВОДНОГО ИНВЕРТОРА НАПРЯЖЕНИЯ С РАЗДЕЛЬНЫМИ ШИНАМИ ПИТАНИЯ

© В. Д. Юркевич

*Новосибирский государственный технический университет,  
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20  
E-mail: yurkev@mail.ru*

Рассматривается проблема повышения точности синхронизации трёхфазных напряжений автономного четырёхпроводного инвертора с сетью. Повышение точности синхронизации достигается путём применения пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) резонансного регулятора. Предлагаются новая структура резонансного ПИД-регулятора и методика расчёта его параметров. Особенность такого подхода состоит в применении метода разделения движений, что позволяет выполнить расчёт ПИД-составляющей регулятора независимо от выбора параметров его резонансных компонент. Применение данного подхода к расчёту регулятора автономных инверторов напряжения позволяет улучшить электромагнитную совместимость и уменьшить потери в системах распределённой генерации электроэнергии. Приведены результаты численного моделирования.

*Ключевые слова:* системы распределённой генерации электроэнергии, синхронизация напряжений, инвертор, ПИД-регулятор, принцип внутренней модели.

DOI: 10.15372/AUT20220408

**Введение.** Одним из актуальных направлений развития современной энергетики является всё более широкое использование возобновляемых источников энергии. Поэтому в настоящее время большое внимание уделяется развитию солнечных, ветряных, приливных, геотермальных и других типов электростанций малой мощности [1]. Надёжность и экономическая эффективность энергоснабжения потребителей на основе применения возобновляемых источников энергии могут быть достигнуты путём формирования системы распределённой генерации электроэнергии, где локальные источники электроэнергии малой мощности подключаются к общей трёхфазной сети переменного тока [2, 3]. Решение задачи передачи электроэнергии от локального источника в сеть обеспечивается использованием трёхфазных инверторов напряжения. В частности, в условиях существенной несимметрии нагрузок фаз эффективное формирование трёхфазных напряжений может быть обеспечено на основе применения трёхфазных четырёхпроводных инверторов напряжения с отдельными шинами питания [4–6]. При подключении локальных источников электроэнергии важно обеспечить синхронизацию генерируемого трёхфазного напряжения с сетевым напряжением для обеспечения электромагнитной совместимости и уменьшения потерь в системе с распределённой генерацией электроэнергии [7, 8].

Один из способов повышения точности синхронизации напряжений инвертора с сетью состоит в использовании резонансных регуляторов [9, 10]. Например, в работе [11] рассматривалась методика расчёта двухконтурной системы управления с пропорциональным резонансным регулятором для трёхфазного инвертора напряжения с четырьмя стойками на основе применения диаграмм Боде и метода корневого годографа. В [12] предложена структура пропорционального резонансного регулятора с компенсацией запаздывания в

контуре регулирования, где запаздывание обусловлено цифровой реализацией алгоритма управления.

В [13] рассмотрена методика расчёта ПИД-регулятора для трёхфазного четырёхпроводного инвертора напряжения с отдельными шинами питания на основе метода разделения движений [14, 15]. Особенность предлагаемой работы состоит в совместном применении метода разделения движений и принципа внутренней модели [16, 17] для расчёта резонансного ПИД-регулятора трёхфазного четырёхпроводного инвертора напряжения с отдельными шинами питания. Показано, что метод разделения движений позволяет выполнить расчёт ПИД-составляющей регулятора независимо от выбора параметров резонансных компонент регулятора. Применение предлагаемого метода расчёта регулятора трёхфазного инвертора напряжения даёт возможность значительно повысить точность синхронизации трёхфазного напряжения инвертора с сетевым напряжением без увеличения коэффициентов ПИД-составляющей регулятора в условиях широкого диапазона изменений как напряжения питания инвертора, так и величины сопротивления нагрузки инвертора.

**1. Постановка задачи.** В работе рассматривается упрощённая схема трёхфазного четырёхпроводного инвертора напряжения с  $LC$ -фильтром на выходе и отдельными шинами питания, представленная на рис. 1. Из предлагаемой топологии электрической схемы инвертора следует, что синтез регулятора для каждой фазы может быть выполнен независимо от расчёта регуляторов других фаз. По этой причине предлагаемая методика синтеза регулятора фазового напряжения будет обсуждаться на примере схемы однофазного инвертора напряжения, которая приведена на рис. 2. При этом общий вид структурной схемы системы управления для трёхфазного четырёхпроводного инвертора напряжения с отдельными шинами питания показан на рис. 3.

Согласно схеме на рис. 2 получим математическую модель для описания поведения токов  $i_{L_1}, i_{L_2}$  и напряжения  $v_{C_1}$  в одной отдельной фазе:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L_1}}{dt} &= -R_1 i_{L_1} - v_{C_1} + E\psi; \\ C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} &= i_{L_1} - i_{L_2}; \\ L_2 \frac{di_{L_2}}{dt} &= -R_2 i_{L_2} + v_{C_1}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $v_{C_1}$  — напряжение на выходе  $LC$ -фильтра однофазного инвертора;  $E$  — напряжение источников питания постоянного тока ( $E = v_{dc}/2$ );  $\psi$  — управляющее воздействие (коммутационная функция), которое принимает значение  $-1$  или  $1$ . Активно-индуктивная нагрузка инвертора представлена сопротивлением  $R_2$  и индуктивностью  $L_2$ . В системе уравнений (1) исключён индекс номера фазы, так как уравнения для всех трёх фаз имеют одинаковый вид.

В данном случае управляющее воздействие  $\psi$  является выходом двухуровневого широтно-импульсного модулятора (ШИМ), на вход которого поступает сигнал  $u$  — непрерывная величина (индекс амплитудной модуляции), принимающий значения в непрерывном интервале  $(-1, 1)$ .

Требуется обеспечить на выходе инвертора с  $LC$ -фильтром синхронное воспроизведение заданного гармонического сетевого напряжения  $v_n(t)$ , где

$$v_n(t) = V_n \sin(\omega_n t + \varphi_n). \quad (2)$$

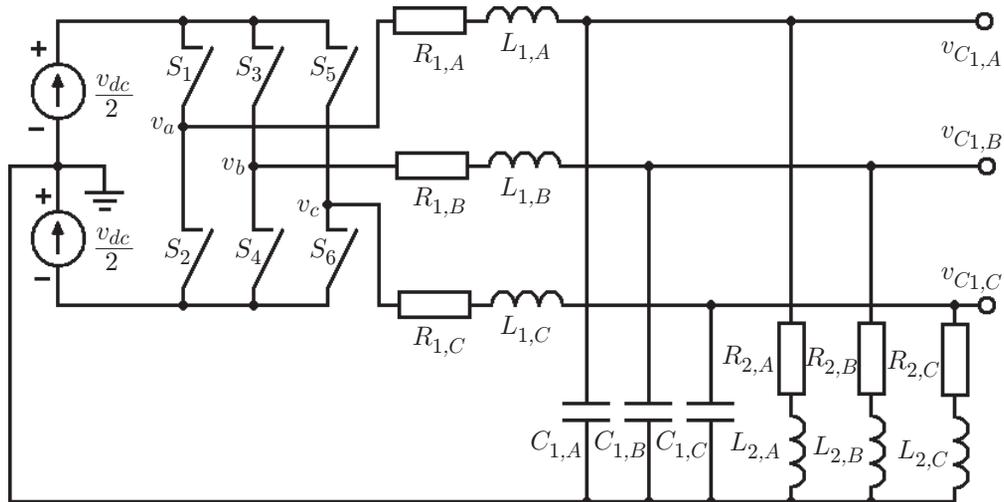


Рис. 1. Схема трёхфазного четырёхпроводного инвертора напряжения с LC-фильтром на выходе и отдельными шинами питания

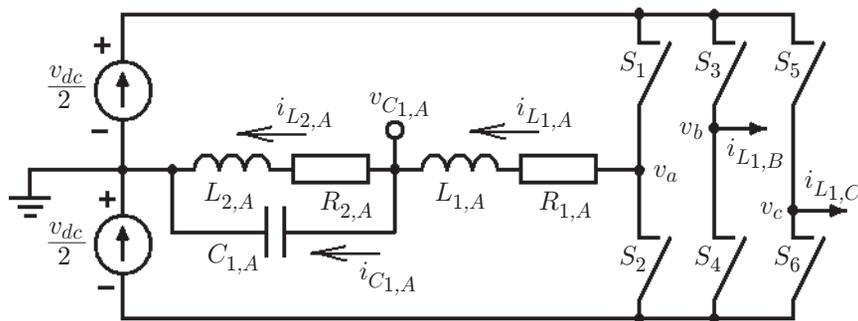


Рис. 2. Схема инвертора напряжения с LC-фильтром на выходе для фазы А

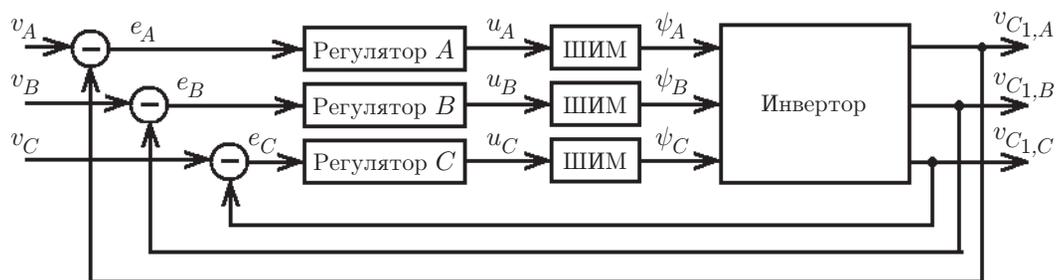


Рис. 3. Структурная схема системы управления для трёхфазного четырёхпроводного инвертора напряжения с отдельными шинами питания

Здесь  $V_n$  — амплитуда сетевого напряжения;  $\omega_n$  — круговая частота сетевого напряжения ( $\omega_n = 2\pi f_n$ , например,  $f_n = 50$  Гц);  $\varphi_n$  — величина сдвига фазы сетевого напряжения.

Рассматриваемая задача синхронизации с сетевым напряжением  $v_n(t)$  формулируется как требование обеспечить свойство

$$|v_n(t) - v_{C_1}(t)| \leq \varepsilon_v, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_v$  — максимальная допустимая величина ошибки воспроизведения гармонической функции сетевого напряжения (2).

**2. Математическая модель для средних значений токов и напряжений.** Решение задачи синтеза регулятора для инвертора напряжения рассматривается на основе использования математической модели для средних значений токов и напряжений в схеме на рис. 2 в предположении достаточной малости периода квантования  $T_s$  ШИМ по отношению к периоду сетевого напряжения. Переход к рассмотрению усреднённой модели является общепринятым и широко используется при расчёте процессов в преобразователях электроэнергии с ШИМ в контуре регулирования [18].

Предполагаем отсутствие режима насыщения ШИМ, т. е. индекс амплитудной модуляции  $u$  всегда принадлежит интервалу  $(-1, 1)$ . Введём в рассмотрение средние величины для  $\psi(t)$ ,  $v_{C_1}(t)$ ,  $i_{L_1}(t)$  и  $i_{L_2}(t)$  за период квантования ШИМ:

$$u(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t \psi(\tau) d\tau, \quad V_{C_1}(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t v_{C_1}(\tau) d\tau,$$

$$I_{L_1}(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t i_{L_1}(\tau) d\tau, \quad I_{L_2}(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t i_{L_2}(\tau) d\tau.$$

Выполняя замену переменных  $\psi(t)$ ,  $v_{C_1}(t)$ ,  $i_{L_1}(t)$  и  $i_{L_2}(t)$  в системе (1) их средними значениями  $u(t)$ ,  $V_{C_1}(t)$ ,  $I_{L_1}(t)$  и  $I_{L_2}(t)$ , получим математическую модель для описания поведения средних значений токов и напряжений:

$$L_1 \frac{dI_{L_1}}{dt} = -R_1 I_{L_1} - V_{C_1} + Eu,$$

$$C_1 \frac{dV_{C_1}}{dt} = I_{L_1} - I_{L_2}, \quad (4)$$

$$L_2 \frac{dI_{L_2}}{dt} = -R_2 I_{L_2} + V_{C_1}.$$

Выполняя преобразование Лапласа для (4) при нулевых начальных условиях, получим передаточную функцию  $G(s) = v_{C_1}(s)/u(s)$ , которая имеет вид

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \quad (5)$$

где  $u(s)$  — изображение по Лапласу для функции  $u(t)$ ;  $v_{C_1}(s)$  — изображение по Лапласу для функции  $V_{C_1}(t)$ ;

$$A(s) = s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0; \quad B(s) = b_1s + b_0. \quad (6)$$

Здесь параметры полиномов  $A(s)$  и  $B(s)$  имеют следующие значения:

$$b_1 = \frac{E}{L_1C_1}; \quad b_0 = \frac{ER_2}{L_1L_2C_1};$$

$$a_2 = \frac{R_2}{L_2} + \frac{R_1}{L_1}; \quad a_1 = \frac{R_1R_2}{L_1L_2} + \frac{1}{C_1} \left[ \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_1} \right]; \quad a_0 = \frac{R_1 + R_2}{L_1L_2C_1}. \quad (7)$$

Математическая модель (4) для средних значений токов и напряжений используется в дальнейшем при расчёте параметров регулятора для обсуждаемого инвертора напряжения.

**3. Расчёт ПИД-регулятора методом разделения движений.** Из выражений (6), (7) непосредственно следует, что передаточная функция  $G(s)$  имеет вещественный нуль и три полюса в левой части комплексной плоскости. Поэтому синтез регулятора может быть выполнен различными методами, например частотным методом синтеза или назначением желаемых корней характеристического полинома замкнутой системы. В данном случае рассмотрим методику синтеза ПИД-регулятора для инвертора напряжения на основе применения метода разделения движений [15], что позволяет получить наиболее простые расчётные соотношения для выбора параметров регулятора в соответствии с заданными требованиями к показателям качества переходных процессов в замкнутой системе.

Из выражений (5) и (6) следует, что относительный порядок передаточной функции (5) равен 2, т. е.  $\deg A(s) - \deg B(s) = 2$ , а высокочастотный коэффициент усиления для (5) равен  $b_1$ . Тогда в соответствии с процедурой синтеза систем управления методом разделения движений [15] сформируем ПИД-регулятор  $u(s) = G_c(s)e(s)$  с передаточной функцией вида

$$G_c(s) = k_0 \frac{A^d(s)}{D(\varepsilon s)}. \quad (8)$$

Здесь  $e(s)$  — изображение по Лапласу для ошибки регулирования  $e(t)$ , где  $e(t) = v_n(t) - V_{C_1}(t)$ , а полиномы  $A^d(s)$  и  $D(\varepsilon s)$  имеют вид

$$A^d(s) = s^2 + a_2^d T^{-1} s^2 + T^{-2}; \quad D(\varepsilon s) = \varepsilon^2 s^2 + d_1 \varepsilon s. \quad (9)$$

Величина  $\varepsilon$  рассматривается как малый положительный параметр регулятора. Наличие малого параметра в структуре алгоритма управления (8) приводит к формированию в замкнутой системе разнотемповых процессов.

Рассмотрим условия устойчивости замкнутой системы с передаточными функциями (5), (8), а также расчётные соотношения для выбора параметров регулятора (8), привлекая метод [14] для анализа свойств корней характеристического полинома с малым параметром  $\varepsilon$ . В данном случае характеристический полином замкнутой системы с передаточными функциями (5), (8) имеет вид

$$A_{cls}(s, \varepsilon) = D(\varepsilon s)A(s) + k_0 B(s)A^d(s), \quad (10)$$

из которого получим характеристический полином подсистемы медленных движений

$$A_{sms}(s) = (k_0)^{-1} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} A_{cls}(s, \varepsilon) = B(s)A^d(s). \quad (11)$$

Принимая во внимание (6) и (7), отметим, что полином  $B(s)$  устойчив. Тогда устойчивость процессов в подсистеме медленных движений с характеристическим полиномом (11) обеспечивается выбором параметров полинома  $A^d(s)$  в регуляторе (8). В частности, полагаем  $T > 0$  и  $a_1^d > 0$ , например  $a_1^d \approx 2$ .

Затем для выделения характеристического полинома подсистемы быстрых движений рассмотрим полином (10), где

$$\begin{aligned} A_{cls}(s, \varepsilon) = & \varepsilon^2 s^5 + (a_2 \varepsilon^2 + d_1 \varepsilon) s^4 + (a_1 \varepsilon^2 + d_1 \varepsilon + k_0 b_1) s^3 + \\ & + (a_0 \varepsilon^2 + d_1 a_1 \varepsilon + k_0 b_1 a_1^d T^{-1} + k_0 b_0) s^2 + (d_1 a_0 \varepsilon + k_0 b_1 T^{-2} + k_0 b_0 a_1^d T^{-1}) s + k_0 b_0 T^{-2}. \end{aligned} \quad (12)$$

В соответствии с [14] выполним в полиноме (12) замену  $s = p/\varepsilon$  и умножим полученное выражение на  $\varepsilon^3$ . В результате будем иметь

$$\begin{aligned} p^5 + (a_2 \varepsilon + d_1) p^4 + (a_1 \varepsilon^2 + d_1 \varepsilon + k_0 b_1) p^3 + (a_0 \varepsilon^2 + d_1 a_1 \varepsilon + k_0 b_1 a_1^d T^{-1} + k_0 b_0) \varepsilon p^2 + \\ + (d_1 a_0 \varepsilon + k_0 b_1 T^{-2} + k_0 b_0 a_1^d T^{-1}) \varepsilon^2 p + k_0 b_0 T^{-2} \varepsilon^3. \end{aligned} \quad (13)$$

Из выражения (13) при  $\varepsilon \rightarrow 0$  следует полином  $p^5 + d_1 p^4 + k_0 b_1 p^3$ , умножая который на множитель  $p^{-3}$  и выполняя замену  $p = \varepsilon s$ , получим характеристический полином подсистемы быстрых движений

$$A_{fms}(s) = \varepsilon^2 s^2 + d_1 \varepsilon s + k_0 b_1. \quad (14)$$

Так как  $\varepsilon > 0$ , то устойчивость быстрых процессов обеспечивается условиями  $d_1 > 0$  и  $k_0 b_1 > 0$ . На практике удобно задавать  $k_0 \approx b_1^{-1}$ ,  $d_1 \approx 2$ .

Таким образом, при уменьшении параметра  $\varepsilon$  часть корней характеристического полинома (10) стремится в окрестность корней характеристического полинома подсистемы медленных движений (11). Остальные корни полинома (10) стремятся в окрестность корней характеристического полинома подсистемы быстрых движений (14). Согласно [14], если полиномы  $A_{fms}(s)$  и  $A_{sms}(s)$  удовлетворяют условиям устойчивости, при уменьшении параметра  $\varepsilon$  обеспечивается свойство устойчивости характеристического полинома (10).

В результате можно рекомендовать следующие соотношения для выбора параметров  $\varepsilon$  и  $T$  с учётом требования на степень разделения темпов быстрых и медленных процессов в замкнутой системе:

$$\varepsilon \leq \frac{1}{\eta} \min \{ \tau_A, \tau_B \}; \quad T = \eta \varepsilon. \quad (15)$$

Здесь  $\tau_A$  — обобщённая постоянная времени полинома  $A(s)$ , имеющего вид (6),  $\tau_A = \sqrt[3]{1/a_0}$ ;  $\tau_B$  — постоянная времени полинома  $B(s)$ ,  $\tau_B = b_1/b_0$ ;  $\eta$  — степень разделения темпов быстрых и медленных процессов в системе управления, например  $\eta \geq 10$ .

В целях получения оценки для ошибки воспроизведения гармонической функции сетевого напряжения (2) рассмотрим функцию чувствительности  $S(s) = e(s)/v_n(s)$  для ошибки  $e(t)$  по отношению к сетевому напряжению  $v_n(t)$  в замкнутой системе (5), (8). Здесь

$v_n(s)$  — изображение по Лапласу для гармонической функции сетевого напряжения  $v_n(t)$ . Указанная функция чувствительности имеет вид

$$S(s) = \frac{D(\varepsilon s)A(s)}{D(\varepsilon s)A(s) + k_0 B(s)A^d(s)}. \quad (16)$$

Если выбором параметров регулятора (8) обеспечить устойчивость характеристического полинома замкнутой системы (10), то величина относительной ошибки воспроизведения гармонической функции сетевого напряжения (2) в установившемся режиме будет равна  $|S(j\omega_n)|$ . Принимая во внимание (6), (9) и (16), отметим, что имеет место свойство  $|S(j\omega_n)| \neq 0$ .

Понижая величину параметра  $\varepsilon$  в полиноме  $D(\varepsilon s)$ , можно уменьшить величину относительной ошибки воспроизведения гармонической функции сетевого напряжения для достижения требования (3). Однако данный путь уменьшения ошибки регулирования имеет ряд недостатков. Первый — уменьшение  $\varepsilon$  приводит к увеличению коэффициентов регулятора (8), что усложняет его практическую реализацию. Второй — увеличение амплитуды высокочастотных пульсаций, порождаемых ШИМ в сигнале  $u(t)$ , что приводит к возникновению режима насыщения вплоть до возникновения хаотических режимов в работе ШИМ. Третий — увеличение влияния малых неучтённых инерционностей и запаздываний в контуре управления, которые всегда имеют место при его практической реализации, что может привести к потере свойства устойчивости системы регулирования. Необходимо также отметить, что указанные выше недостатки невозможно преодолеть в рамках структуры регулятора (8), (9) путём применения частотного метода синтеза или назначением желаемых корней характеристического полинома замкнутой системы.

**4. Расчёт резонансного ПИД-регулятора методом разделения движений.** В данной работе предлагается в структуру ПИД-регулятора (8) ввести дополнительную резонансную составляющую. В результате передаточная функция регулятора принимает вид

$$\bar{G}_{pidr}(s) = k_0 \frac{A^d(s)}{D(\varepsilon s)} \left( 1 + \frac{k_r s}{s^2 + \omega_1^2} \right). \quad (17)$$

Рассмотрим влияние введённой резонансной составляющей на величину ошибки воспроизведения гармонической функции сетевого напряжения (2) путём анализа свойств функции чувствительности  $S(s) = e(s)/v_n(s)$  для ошибки  $e(t)$  по отношению к сетевому напряжению  $v_n(t)$  в замкнутой системе (5), (17). Функция чувствительности в данном случае принимает следующий вид:

$$S(s) = \frac{D(\varepsilon s)A(s)A_r(s)}{D(\varepsilon s)A(s)A_r(s) + k_0 B(s)A^d(s)B_r(s)}, \quad (18)$$

где

$$B_r(s) = s^2 + k_r s + \omega_n^2; \quad A_r(s) = s^2 + \omega_n^2. \quad (19)$$

Из выражения для полинома  $A_r(s)$  в (19) следует, что для функции чувствительности (18) выполняется свойство  $|S(j\omega_n)| = 0$ . Следовательно, если выбором параметров регулятора (17) обеспечить устойчивость характеристического полинома

$$A_{cls}(s, \varepsilon) = D(\varepsilon s)A(s)A_r(s) + k_0 B(s)A^d(s)B_r(s), \quad (20)$$

тогда величина относительной ошибки воспроизведения гармонической функции сетевого напряжения (2) в установившемся режиме будет равна нулю, т. е. ошибка регулирования  $e(t)$  асимптотически стремится к нулю в системе (5), (17).

Аналогично разд. 3 рассмотрим условия устойчивости замкнутой системы (5), (17), привлекая метод [14] для анализа свойств корней характеристического полинома (20). В частности, из (20) получаем характеристический полином подсистемы медленных движений

$$A_{sm}s(s) = (k_0)^{-1} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} A_{cls}(s, \varepsilon) = B(s)A^d(s)B_r(s). \quad (21)$$

В сравнении с (11) в полиноме (21) имеем дополнительный множитель  $B_r(s)$ , устойчивость корней которого обеспечивается выбором параметра  $k_r$ . Можно принять  $k_r = 2d_r\omega_n$ , где  $d_r$  — коэффициент демпфирования, например  $d_r = 1$ .

В целях выделения характеристического полинома подсистемы быстрых движений для системы (5), (17) рассмотрим полином (20), который можно записать в виде

$$A_{cls}(s, \varepsilon) = \varepsilon^2 s^7 + a_6(\varepsilon)s^6 + \dots + a_2(\varepsilon)s^2 + a_1(\varepsilon)s + k_0 b_0 T^{-2} \omega_n^2, \quad (22)$$

где

$$a_6(\varepsilon) = a_2 \varepsilon^2 + d_1 \varepsilon; \quad a_5(\varepsilon) = (a_1 + \omega_n^2) \varepsilon^2 + d_1 a_2 \varepsilon + k_0 b_1;$$

$$a_4(\varepsilon) = (a_0 + a_2 \omega_n^2) \varepsilon^2 + d_1 (a_1 + \omega_n^2) \varepsilon + k_0 b_1 (a_1^d T^{-1} + k_r) + k_0 b_0;$$

$$a_3(\varepsilon) = a_1 \omega_n^2 \varepsilon^2 + d_1 (a_0 + a_2 \omega_n^2) \varepsilon + (k_0 b_1 T^{-2} + k_0 b_0 a_1^d T^{-1}) + (k_0 b_1 a_1^d T^{-1} + k_0 b_0) k_r + k_0 b_1 \omega_n^2;$$

$$a_2(\varepsilon) = a_0 \omega_n^2 \varepsilon^2 + d_1 a_1 \omega_n^2 \varepsilon + k_0 b_0 T^{-2} + (k_0 b_1 T^{-2} + k_0 b_0 a_1^d T^{-1}) k_r + (k_0 b_1 a_1^d T^{-1} + k_0 b_0) \omega_n^2;$$

$$a_1(\varepsilon) = d_1 a_0 \omega_n^2 \varepsilon + k_0 b_0 T^{-2} k_r + (k_0 b_1 T^{-2} + k_0 b_0 a_1^d T^{-1}) \omega_n^2.$$

Выполним в полиноме (22) замену  $s = p/\varepsilon$ , умножим полученное выражение на  $\varepsilon^5$  и найдём предел при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . В результате будем иметь полином  $p^7 + d_1 p^6 + k_0 b_1 p^5$ , умножая который на множитель  $p^{-5}$  и выполняя замену  $p = \varepsilon s$ , получим характеристический полином подсистемы быстрых движений (14). Таким образом, введение резонансной компоненты в ПИД-регуляторе (17) не изменяет вид характеристического полинома подсистемы быстрых движений. Соответственно наличие резонансной компоненты не влияет на выбор параметров  $k_0$  и  $d_1$  в регуляторе (17).

Дополнительно к условию (15) с целью учёта влияния полинома  $B_r(s)$  в (21) на степень разделения темпов быстрых и медленных процессов в замкнутой системе при наличии резонансной компоненты можно рекомендовать следующие соотношения для выбора параметров  $\varepsilon$  и  $T$ :

$$\varepsilon \leq \frac{1}{\eta} \min\{\tau_A, \tau_B, \tau_\omega\}; \quad T = \eta \varepsilon, \quad (23)$$

где  $\tau_\omega = 1/\omega_n$ ,  $\eta \geq 10$ .

**5. Результаты численного моделирования.** В данном разделе приведена иллюстрация эффективности предлагаемого подхода к решению проблемы повышения точности синхронизации трёхфазных напряжений автономного четырёхпроводного инвертора с напряжением сети. Численное моделирование выполнено для напряжения питания инвертора  $v_{dc} = 600$  В при следующих параметрах  $LC$ -фильтра и активно-индуктивной нагрузки:

$$\begin{aligned} R_{1,A} = R_{1,B} = R_{1,C} = 1 \text{ Ом}; \quad L_{1,A} = L_{1,B} = L_{1,C} = 0,0015 \text{ Гн}; \\ C_{1,A} = C_{1,B} = C_{1,C} = 10^{-5} \text{ Ф}; \quad R_{2,A} = R_{2,B} = R_{2,C} = 10 \text{ Ом}; \\ L_{2,A} = L_{2,B} = L_{2,C} = 0,03 \text{ Гн}. \end{aligned} \quad (24)$$

Фазовые напряжения сети заданы функциями вида

$$v_A(t) = 220 \sin(100\pi t), \quad v_B(t) = 220 \sin(100\pi t - 2\pi/3), \quad v_C(t) = 220 \sin(100\pi t - 4\pi/3).$$

Моделирование выполнено при частоте ШИМ  $f_s = 20 \cdot 10^3$  Гц, соответственно период квантования по времени ШИМ равен величине  $T_s = 50 \cdot 10^{-6}$  с. При заданных параметрах (24) и частоте сетевого напряжения  $\omega_n = 100\pi$  получаем

$$\tau_A \approx 3,45 \cdot 10^{-4}, \quad \tau_B \approx 0,003, \quad \tau_\omega \approx 0,0032.$$

Тогда согласно соотношениям (23) принимаем  $\eta = 10$ ,  $\varepsilon = 3 \cdot 10^{-5}$  и  $T = 3 \cdot 10^{-4}$ . Полагаем также  $k_0 = b_1^{-1} = L_1 C_1 / E$ ,  $a_1^d = 2$  и  $d_1 = 2$ . Принимая  $d_r = 1$ , получим  $k_r = 200\pi$ .

Результаты численного моделирования системы управления трёхфазным четырёхпроводным инвертором напряжения (см. рис. 3) представлены на рис. 4–6, где на интервале времени от 0 до 0,025 с применялся алгоритм управления (8). На данном временном интервале амплитуда ошибки воспроизведения заданного сетевого напряжения в установившемся режиме равна примерно 30 В. На интервале времени от 0,025 до 0,05 с дополнительно подключается резонансная компонента и алгоритм управления для каждой фазы

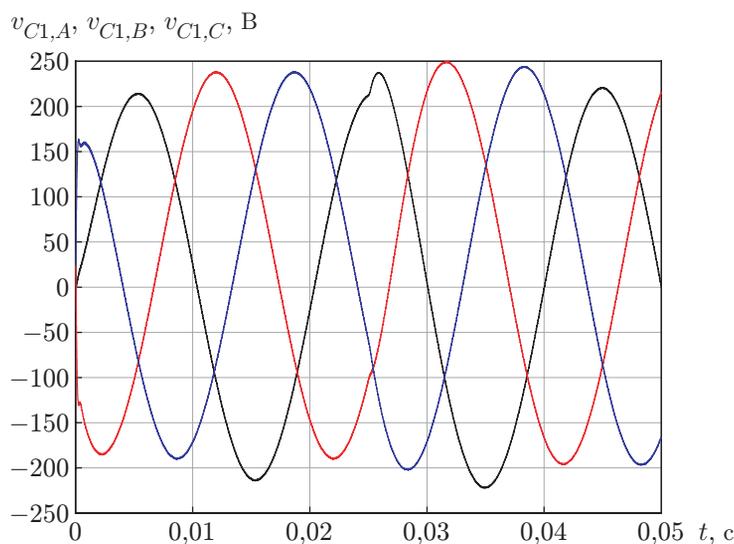


Рис. 4. Графики напряжений  $v_{C1,A}(t)$ ,  $v_{C1,B}(t)$  и  $v_{C1,C}(t)$  на выходе  $LC$ -фильтра трёхфазного инвертора напряжения

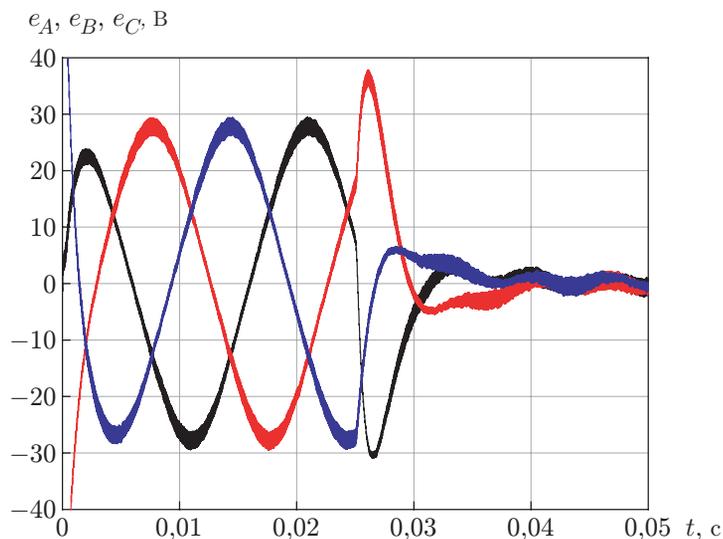


Рис. 5. Графики ошибок регулирования  $e_A(t)$ ,  $e_B(t)$  и  $e_C(t)$

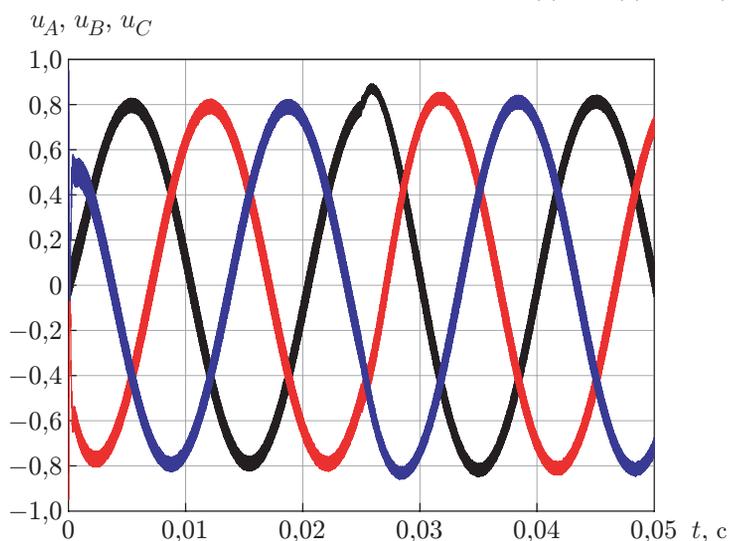


Рис. 6. Графики сигналов управления  $u_A(t)$ ,  $u_B(t)$  и  $u_C(t)$

принимает вид (17). Из представленных графиков наглядно видно, что введение резонансной составляющей обеспечивает асимптотическую сходимость к нулю средней составляющей ошибки воспроизведения заданного сетевого напряжения. При этом в установившемся режиме величина ошибки определяется только уровнем пульсаций, обусловленных наличием ШИМ в контуре регулирования. Уменьшение амплитуды данных пульсаций может быть достигнуто, например, увеличением частоты ШИМ или изменением параметров  $LC$ -фильтра.

**Заключение.** В работе представлена методика расчёта резонансного ПИД-регулятора для повышения точности синхронизации трёхфазных напряжений автономного четырёхпроводного инвертора с сетью. Показано, что использование метода разделения движений позволяет выполнить расчёт ПИД-составляющей регулятора независимо от выбора параметров резонансных компонент регулятора. Применение данного подхода к расчёту регулятора автономных инверторов напряжения даёт возможность улучшить электромагнитную совместимость и уменьшить потери в системах с распределённой генерацией электроэнергии. Необходимо отметить, что предлагаемый подход к расчёту ре-

зонансного ПИД-регулятора может найти широкое применение не только в устройствах силовой электроники, но также, например, в задачах проектирования систем активной виброизоляции, синхронизации режимов работы гидротурбин с сетью и синхронизации связанных колебательных систем.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Nehrir M. H., Wang C., Strunz K. et al.** A review of hybrid renewable/alternative energy systems for electric power generation: Configurations, control, and applications // *IEEE Trans. on Sustainable Energy*. 2011. **2**, N 4. P. 392–403. DOI: 10.1109/TSTE.2011.2157540.
2. **Wang T., O'Neill D., Kamath H.** Dynamic control and optimization of distributed energy resources in a microgrid // *IEEE Trans. Smart Grid*. 2015. **6**, N 6. P. 2884–2894. DOI: 10.1109/TSG.2015.2430286.
3. **Keane A., Ochoa L. F., Borges C. L. T. et al.** State-of-the-art techniques and challenges ahead for distributed generation planning and optimization // *IEEE Trans. Power Syst.* 2013. **28**, N 2. P. 1493–1502. DOI: 10.1109/TPWRS.2012.2214406.
4. **Akoro E., Faye M. E., Sene M., Maiga A. S.** Different topologies of three-phase grid connected inverter for photovoltaic systems, a review // *Revue Cames — Sci. Appl. & de l'Ing.* 2017. **2**, N 2. P. 33–41.
5. **Dai M., Marwali M. N., Jung J.-W., Keyhani A.** A three-phase four-wire inverter control technique for a single distributed generation unit in island mode // *IEEE Trans. Power Electron.* 2008. **23**, N 1. P. 322–331. DOI: 10.1109/TPEL.2007.911816.
6. **Мыцык Г. С., Хлаинг М. У.** Трёхфазные инверторы напряжения, нечувствительные к несимметрии нагрузки // *Вестн. МЭИ*. 2016. № 4. С. 62–68.
7. **Blaabjerg F., Teodorescu R., Liserre M., Timbus A. V.** Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems // *IEEE Trans. Industrial. Electron.* 2006. **53**, N 5. P. 1398–1409. DOI: 10.1109/TIE.2006.881997.
8. **Нос О. В.** Построение алгоритма синхронизации трёхфазных напряжений автономного инвертора и сети // *Автометрия*. 2017. **53**, № 4. С. 66–73. DOI: 10.15372/AUT20170408.
9. **Teodorescu R., Blaabjerg F., Liserre M., Loh P. C.** Proportional resonant controllers and filters for grid-connected voltage-source converters // *IEE Proc. Electr. Power Appl.* 2006. **153**, Iss. 5. P. 750–762. DOI: 10.1049/ip-epa:20060008.
10. **Citro C., Siano P., Cecati C.** Designing inverters' current controllers with resonance frequencies cancellation // *IEEE Trans. Industrial Electronics*. 2016. **63**, N 5. P. 3072–3090. DOI: 10.1109/TIE.2016.2516507.
11. **Garganeev A. G., Aboelsaud R., Ibrahim A.** Voltage control of autonomous three-phase four-leg VSI based on scalar PR controllers // *Proc. of the 20th Int. Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM)*. 2019. P. 558–564. DOI: 10.1109/EDM.2019.8823098.
12. **Nos O. V., Makys P., Kharitonov S. A.** Modified resonant controllers with time delay compensation // *Proc. of the 18 Int. Scientific Technical Conference Alternating Current Electric Drives (ACED 2021)*. Ekaterinburg, Russia, May 24–27, 2021. P. 1–5. DOI: 10.1109/ACED50605.2021.9462290.
13. **Yurkevich V. D., Zinoviev G. S.** Robust voltage tracking control of three-phase four-wire split DC bus inverter via time-scale separation technique // *Proc. of the 14-th Int. Scientific-Technical Conf. on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE 2018)*. Novosibirsk, Russia, Oct. 2–6, 2018. Vol. 1, Pt. 6. P. 58–64. DOI: 10.1109/APEIE.2018.8545054.

14. **Meerov M. V.** Structural Synthesis of High-Accuracy Automatic Control Systems // Pergamon Press International Series of Monographs on Automation and Automatic Control. Vol. 6. Oxford, New York: Pergamon Press, 1965. 341 p.
15. **Yurkevich V. D.** Calculation and tuning of controllers for nonlinear systems with different-rate processes // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2012. **48**, N 5. P. 447–453. DOI: 10.3103/S8756699012050032.
16. **Francis B., Wonham W.** The internal model principle of control theory // Automatica. 1976. **12**, N 5. P. 457–465. DOI: 10.1016/0005-1098(76)90006-6.
17. **Юркевич В. Д.** Расчёт ПИР-регулятора на основе метода разделения движений и принципа внутренней модели для подавления гармонических возмущений // Автометрия. 2021. **57**, № 4. С. 37–44. DOI: 10.15372/AUT20210405.
18. **Middlebrook R. D., Cuk S.** A general unified approach to modelling switching converter power stages // Int. Journ. Electron. 1977. **42**, N 6. P. 521–550.

*Поступила в редакцию 21.03.2022*

*После доработки 12.05.2022*

*Принята к публикации 31.05.2022*

---