

УПРАВЛЯЮЩИЕ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.391

РОБАСТНОЕ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ НА АНАЛИТИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

© С. В. Соколов¹, В. А. Погорелов², М. В. Полякова¹,
К. Т. Ломтатидзе¹

¹Московский технический университет связи и информатики,

344002, г. Ростов-на-Дону, ул. Серафимовича, 62

²Донской государственный технический университет,

344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

E-mail: s.v.s.888@yandex.ru

Предложен новый метод высокоточного позиционирования подвижных объектов, движущихся по программным траекториям, на основе обработки спутниковых навигационных измерений с помощью алгоритмов робастной фильтрации. В основу метода положены как возможность аппроксимации (в частности, с помощью электронных карт) программной траектории объекта набором траекторных интервалов с известными аналитическими зависимостями навигационных параметров, так и применение методов робастной стохастической фильтрации, учитывающих характерную динамику объекта и неопределённый характер вида распределений помех доплеровских и кодовых спутниковых измерений. Комплексирование информации электронных карт, обеспечивающей высокую точность привязки к траектории, и алгоритмов робастной нелинейной фильтрации спутниковых измерений, которые оптимальны по критерию минимума нелинейной функции от невязки измерений, определяемой классом распределений помех доплеровских и кодовых измерений, позволило существенно сократить вычислительные затраты при одновременном существенном повышении точности позиционирования объекта.

Эффективность предложенного метода проиллюстрирована численным примером.

Ключевые слова: пространственные координаты, ортодромия, доплеровские измерения, измерения псевдодальности, класс распределений помех, робастная нелинейная фильтрация.

DOI: 10.15372/AUT20230206

Введение. Несмотря на постоянное расширение областей использования спутниковой навигации и совершенствование технических средств её реализации, проблема высокоточного позиционирования подвижных объектов с помощью спутниковых навигационных систем (СНС) по-прежнему остаётся весьма актуальной [1–5]. Это обусловлено резким ухудшением точности работы СНС в условиях горного рельефа, при многократных отражениях в условиях городской застройки, при высоком уровне атмосферных помех, а также неизбежными инструментальными погрешностями передатчика спутника и приёмника объекта [6, 7].

На сегодняшний день подавляющее большинство методов обработки спутниковых измерений построено на применении метода наименьших квадратов (МНК) и его модификаций [7, 8] или различных вариантов фильтра Калмана [9–12]. Но эти методы оценивания навигационных параметров оптимальны по точности (или субоптимальны) лишь в

случае гауссовского распределения шумов объекта и его наблюдателя [12]. В то же время предсказать вероятностный характер реальных помех СНС при движении конкретного объекта не представляется возможным в силу их зависимости от множества непрогнозируемых неравномошных факторов: состояния атмосферы, рельефа местности, особенностей городской застройки, инструментальных погрешностей передатчика спутника и приёмника объекта, его скорости, ошибок многолучёвости и пр. [5–7]. Это обстоятельство требует разработки новых методов оценивания, инвариантных к ограничениям в виде точного знания законов распределения помех СНС и обеспечивающих устойчивую динамику ошибки фильтрации параметров движения объекта в заданных пределах. Подобные фильтры получили название робастных и в настоящее время активно исследуются и развиваются [13–28]. Первоначально [13–15] робастность рассматривалась как нечувствительность алгоритма оценивания к малым отклонениям вероятностных характеристик помех измерителей от их априорных моделей (в частности, к аномальным отклонениям относительно гауссовского распределения). В дальнейших исследованиях трактовка робастности алгоритмов фильтрации значительно расширилась.

Среди наиболее интересных решений робастной фильтрации можно отметить:

— фильтр [20], определяющий, помимо оценки вектора состояния, ещё и оценку ковариационной матрицы шума измерений;

— фильтр [21], использующий критерий максимальной коррэнтропии совместно с методом взвешенных наименьших квадратов и уменьшающий влияние аномальных наблюдений;

— робастные фильтры для неопределённых систем с известными ковариациями случайных факторов, основанные на методах оптимизаций H_2 , H_∞ и смешанной H_2/H_∞ [22–24];

— фильтры с неопределёнными ковариационными матрицами случайных факторов [25–27];

— фильтры по критерию минимума суммы модулей, оптимальные в случае лапласовского распределения помехи измерения и формирующие оценку вектора состояния, менее чувствительную к «выбросам» в измерениях [18, 27, 28], и др.

Сравнительный анализ существующих методов и алгоритмов робастной фильтрации позволяет сделать следующие выводы:

— подавляющее большинство алгоритмов робастной фильтрации построено только на основе квадратичного или модульного критерия;

— бóльшая часть робастных фильтров ориентирована только на обеспечение устойчивой работы фильтра Калмана (как правило, дискретного) в основном за счёт дополнительных вычислительных схем, увеличивающих объём вычислительных затрат на фильтрацию [25–27];

— значительная часть работ по робастной фильтрации посвящена исследованию линейных объектов, что резко сужает области их применения.

Но спутниковые навигационные измерения, во-первых, существенно нелинейны относительно навигационных параметров объекта, во-вторых, имеют в большинстве случаев непрогнозируемый характер распределения помех и их интенсивностей и, в-третьих, предполагают обработку помех в реальном времени, что накладывает соответствующие ограничения на вычислительные затраты.

При этом наряду с робастной стохастической обработкой спутниковых измерений другим не менее перспективным путём повышения точности решения навигационной задачи объекта является использование информации, содержащейся в известной траектории объекта. Повсеместное распространение электронных карт обеспечивает возможность высокоточной аппроксимации программной (заранее известной) траектории объекта набором траекторных интервалов (аналитических траекторий), которые позволяют построить на

них аналитические зависимости навигационных параметров, обеспечивающие высокую точность привязки к траектории при резком сокращении вычислительных затрат [3, 29]. Подобное разбиение траектории на аналитические интервалы оказывается особенно эффективным для таких видов транспорта, как гражданская авиация, автомобильный и железнодорожный транспорт и др. В то же время следует иметь в виду, что условие наличия заранее известной траектории является ограничением, накладываемым на характер движения объекта, и даёт возможность реализовать разбиение траектории на аналитические интервалы только для определённых видов движения транспорта: по автострадам, железным дорогам, междугородным маршрутам гражданской авиации и др.

В целом интеграция подобного аппроксимационно-аналитического подхода с методами робастной нелинейной фильтрации, учитывающими особенности динамики объекта, позволит при значительном сокращении вычислительных процедур существенно повысить точность позиционирования подвижных объектов — до субметрового диапазона.

Постановка задачи. В связи с изложенным представляет существенный теоретический и практический интерес дальнейшее развитие методов обработки навигационных измерений СНС на основе комплексирования новых методов робастной фильтрации, обладающих расширенными функциональными возможностями с точки зрения преодоления ограничений на характер динамики объекта и распределений его шумов и измерительных помех, с аппроксимационно-аналитическим подходом к описанию траектории движения объекта, который повышает точность привязки объекта к его траектории. Решение задачи рассмотрим в следующей последовательности:

— на первом этапе построим уравнения, описывающие динамику изменения навигационных параметров подвижного объекта и сигналов их наблюдения на основе измерений СНС, после чего трансформируем полученные уравнения для аналитического траекторного участка, который сформирован при разбиении исходной известной траектории и представляет собой ортодромию (кратчайшую траекторию);

— на втором этапе рассмотрим новый подход к синтезу алгоритмов робастной фильтрации, позволяющий не только учесть характерные особенности динамики объекта, но и минимизировать вычислительные затраты на реализацию процедуры оценивания его вектора состояния;

— на третьем — применим разработанный подход к робастной оценке по спутниковым измерениям навигационных параметров объектов, движущихся по аналитическим траекториям.

Синтез уравнений навигационных параметров объекта с использованием спутниковых измерений. Для последующего формирования уравнений, описывающих динамику параметров движения объекта, предварительно рассмотрим модели сигналов кодовых и доплеровских измерений в их наиболее общей стохастической форме. Полагаем при этом, что частота съёма спутниковых измерений (составляющая в настоящее время уже 100 Гц для приёмников Javad, Trimble и др.) позволяет считать их непрерывными. В этом случае в стандартном режиме стохастическая модель информационного сигнала Z_R кодовых измерений (псевдодальности) может быть представлена следующим образом [6]:

$$Z_R = \sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} + W_R, \quad (1)$$

где ξ_c, η_c, ζ_c — известные координаты спутника в геоцентрической системе координат (ГСК); ξ, η, ζ — искомые координаты объекта в ГСК; W_R — помеха измерения псевдодальности.

В свою очередь, в стандартном режиме информационная модель сигнала доплеровских измерений (псевдоскорости) Z_V в общем случае описывается как [6]

$$Z_V = [(\xi_c - \xi)(V_{\xi_c} - V_\xi) + (\eta_c - \eta)(V_{\eta_c} - V_\eta) + (\zeta_c - \zeta)(V_{\zeta_c} - V_\zeta)] \times \\ \times (\sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2})^{-1} + W_V, \quad (2)$$

где $V_{\xi_c}, V_{\eta_c}, V_{\zeta_c}$ — проекции вектора линейной скорости спутника на оси ГСК; V_ξ, V_η, V_ζ — проекции вектора линейной скорости объекта на оси ГСК; W_V — ошибки доплеровских измерений.

С учётом множества вышеупомянутых непрогнозируемых факторов (состояние атмосферы, рельеф местности, инструментальные погрешности СНС и пр.), влияющих на характер помех кодовых и доплеровских измерений, будем полагать далее функцию распределения помехи доплеровских измерений W_V , принадлежащей к классу распределений с ограниченными средними квадратами, а функцию распределения помехи кодовых измерений W_R — или также к классу распределений с ограниченными средними квадратами, или при возрастании неопределённости условий приёма к классу распределений с плотностью, непрерывной в нуле.

Относительно вектора координат объекта $|\xi \eta \zeta|^T$ уравнение (2) можно переписать в виде следующего дифференциального уравнения:

$$[(\xi_c - \xi)V_{\xi_c} + (\eta_c - \eta)V_{\eta_c} + (\zeta_c - \zeta)V_{\zeta_c}] - \sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} \times \\ \times (Z_V - W_V) = [\xi_c - \xi \quad \eta_c - \eta \quad \zeta_c - \zeta] [\dot{\xi} \quad \dot{\eta} \quad \dot{\zeta}]^T. \quad (3)$$

Очевидно, что для определения всех трёх координат объекта приведённого уравнения, полученного по доплеровским измерениям одного спутника, недостаточно.

Для сокращения числа переменных в целях возможности решения данного уравнения используем далее факт движения объекта по аналитическому траекторному интервалу, представляющему собой кратчайшую траекторию между текущими точками разбиения исходной траектории, т. е. ортодромию. В [3, 29] было показано, что на ортодромической траектории существует следующая аналитическая зависимость между пространственными координатами объекта:

$$\xi = \cos P_0 P \eta - \sin P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2}; \\ \zeta = \sin P_0 P \eta + \cos P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2}, \quad (4)$$

где P, P_0, a_0, a_1 — константы, определяющие степень зависимости пространственных координат:

$$P = P(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, \xi_1, \eta_1, \zeta_1) = \\ = \frac{\xi_1 \zeta_0 - \xi_0 \zeta_1}{\sqrt{(\xi_1^2 + \zeta_1^2)(\xi_0^2 + \zeta_0^2)}}; \\ = \sqrt{\frac{\eta_0^2}{r^2 - \eta_0^2} + \frac{\eta_1^2}{r^2 - \eta_1^2}} - 2 \frac{\eta_0 \eta_1}{\sqrt{(r^2 - \eta_0^2)(r^2 - \eta_1^2)}} \frac{\zeta_1 \zeta_0 + \xi_1 \xi_0}{\sqrt{(\xi_1^2 + \zeta_1^2)(\xi_0^2 + \zeta_0^2)}};$$

$$P_0 = P_0(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, \xi_1, \eta_1, \zeta_1) =$$

$$= \operatorname{arctg} \left(\frac{\eta_0 \xi_1 \sqrt{r^2 - \eta_1^2} \sqrt{\zeta_0^2 + \xi_0^2} - \eta_1 \xi_0 \sqrt{r^2 - \eta_0^2} \sqrt{\zeta_1^2 + \xi_1^2}}{\eta_1 \zeta_0 \sqrt{r^2 - \eta_0^2} \sqrt{\zeta_1^2 + \xi_1^2} - \eta_0 \zeta_1 \sqrt{r^2 - \eta_1^2} \sqrt{\zeta_0^2 + \xi_0^2}} \right);$$

$$\sqrt{1 + P^2} = a_0; \quad \frac{r^2}{1 + P^2} = a_1;$$

ξ_0, η_0, ζ_0 — координаты начальной точки ортодромической траектории; ξ_1, η_1, ζ_1 — координаты конечной точки ортодромической траектории; r — радиус Земли.

Также данные соотношения позволяют установить связь проекций линейной скорости объекта в ГСК путём дифференцирования (4):

$$V_\xi = (P \cos P_0 + a_0 \sin P_0 (\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1} \eta) V_\eta; \quad (5)$$

$$V_\zeta = (P \sin P_0 - a_0 \cos P_0 (\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1} \eta) V_\eta.$$

Опираясь на выражения (4), (5), уравнение вектора координат объекта (3), построенное по доплеровским измерениям, для ортодромической (аналитической) траектории трансформируем следующим образом:

$$[(\xi_c - \cos P_0 P \eta + \sin P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2}) V_{\xi_c} + (\eta_c - \eta) V_{\eta_c} +$$

$$+ (\zeta_c - \sin P_0 P \eta - \cos P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2}) V_{\zeta_c}] - (Z_V - W_V) \times$$

$$\times [(\xi_c - \cos P_0 P \eta + \sin P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2})^2 + (\eta_c - \eta)^2 +$$

$$+ (\zeta_c - \sin P_0 P \eta - \cos P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2})^2]^{1/2} =$$

$$= (\xi_c - \cos P_0 P \eta + \sin P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2}) (\cos P_0 P + \sin P_0 a_0 (\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1} \eta) \dot{\eta} +$$

$$+ (\eta_c - \eta) \dot{\eta} + (\zeta_c - \sin P_0 P \eta - \cos P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2}) (\sin P_0 P - \cos P_0 a_0 (\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1} \eta) \dot{\eta}.$$

Преобразуя переменные с учётом движения по поверхности Земли (т. е. $\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} = r$), окончательно имеем

$$q_{0t} + q_{1t} \eta + q_{2t} \sqrt{a_1 - \eta^2} - (Z_V - W_V) \sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t} \eta + \Theta_{3t} \sqrt{a_1 - \eta^2}} =$$

$$= (\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1) \eta + (\Theta_{3t}/2) (\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1} \eta) \dot{\eta},$$

где

$$\xi_c V_{\xi_c} + \eta_c V_{\eta_c} + \zeta_c V_{\zeta_c} = q_{0t}, \quad \xi_c \cos P_0 P + \eta_c + \zeta_c \cos P_0 P = \chi_{0t},$$

$$-(V_{\xi_c} P \cos P_0 + V_{\eta_c} + V_{\zeta_c} P \sin P_0) = q_{1t}, \quad a_0 (V_{\xi_c} \sin P_0 - V_{\zeta_c} \cos P_0) = q_{2t},$$

$\Theta_{1t} = \xi_c^2 + \eta_c^2 + \zeta_c^2 + r^2$, $\Theta_{2t} = -2[\xi_c P \cos P_0 + \eta_c + \zeta_c P \sin P_0]$, $\Theta_{3t} = 2a_0[\xi_c \sin P_0 - \zeta_c \cos P_0]$ — функции, зависящие от времени.

Приводя данное уравнение к форме Ланжевена, получаем стохастическое уравнение навигационных параметров объекта, движущегося по ортодромии, которое построено по навигационным измерениям только одного спутника:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} = & \frac{q_{0t} + q_{1t}\eta + q_{2t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + (\Theta_{3t}/2)(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} - \\ & - \frac{Z_V \sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + (\Theta_{3t}/2)(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} + \\ & + \frac{\sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + (\Theta_{3t}/2)(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} W_V \end{aligned}$$

или в более компактной форме:

$$\dot{\eta} = F_\eta(\eta, t) + F_{0\eta}(\eta, t) W_V, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} F_\eta(\eta, t) = & \frac{q_{0t} + q_{1t}\eta + q_{2t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + (\Theta_{3t}/2)(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} - \\ & - \frac{Z_V \sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + (\Theta_{3t}/2)(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta}, \\ F_{0\eta}(\eta, t) = & \frac{\sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + (\Theta_{3t}/2)(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta}. \end{aligned}$$

Интегрирование данного уравнения относительно переменной η с последующим использованием соотношений (4) полностью решает задачу позиционирования объекта. Очевидно, что с учётом стохастического характера уравнения (6) задача позиционирования может быть решена только на основании стохастической оценки координаты η .

Для этой цели может быть эффективно использован аппарат теории нелинейной стохастической, в частности робастной, фильтрации [9–11, 13–15]. Но для его применения, кроме уравнения объекта, в данном случае (6) необходимо ещё иметь уравнение наблюдателя вектора состояния объекта. Для синтеза искомого наблюдателя выполним следующие построения.

Модель спутникового наблюдателя в ГСК. В качестве выходного сигнала наблюдателя пространственной координаты η выберем сигнал спутникового кодового сообщения. Тогда, исходя из общей формы спутниковых кодовых измерений (1), имеем при движении по ортодромической траектории с учётом соотношений (4), (5)

$$\begin{aligned} Z_R = & [(\xi_c - \cos P_0 P \eta + \sin P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2})^2 + (\eta_c - \eta)^2 + \\ & + (\zeta_c - \sin P_0 P \eta - \cos P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2})^2]^{1/2} + W_R = H(\eta, t) + W_R, \end{aligned}$$

где W_R — ошибки кодовых измерений.

Несмотря на сложный вид приведённых выражений, функциональная зависимость полученных функций наблюдения спутниковых сигналов от параметров навигационного вектора здесь оказывается довольно простой:

$$H(\eta, t) = \sqrt{\xi_c^2 + \eta_c^2 + \zeta_c^2 + r^2 - 2[\xi_c P \cos P_0 + \eta_c + \zeta_c P \sin P_0]\eta} + \quad (7)$$

$$+ 2a_0[\xi_c \sin P_0 - \zeta_c \cos P_0]\sqrt{a_1 - \eta^2} = \sqrt{\Theta_1 + \Theta_2\eta + \Theta_3\sqrt{a_1 - \eta^2}}.$$

Полученное уравнение наблюдения (7) совместно с уравнением объекта (6) позволяет применить для оценки вектора $|\xi \eta \zeta|^\top$ аппарат современной теории нелинейной, в том числе робастной, фильтрации, существенно расширяющий возможности повышения точности оценивания навигационных параметров объекта по сравнению с традиционным применением МНК (потенциальное использование кодовых измерений других спутников только расширяет возможности наблюдателя и увеличивает точность оценки).

В целях иллюстрации эффективности практического применения методов теории робастной фильтрации для решения навигационной задачи подвижных объектов рассмотрим далее один из вариантов построения алгоритма робастной фильтрации, обеспечивающего устойчивое оценивание навигационных параметров подвижного объекта в условиях неопределённости вероятностных характеристик помех спутниковых измерений.

Робастная фильтрация параметров состояния нелинейной стохастической системы.

Постановка задачи. Пусть состояние объекта, подлежащее оцениванию, описывается стохастическим дифференциальным уравнением вида (6) и измеряется нелинейным наблюдателем вида (7). При этом информация о шумах объекта и наблюдателя заключается только в принадлежности их к известному классу распределений.

В практических приложениях в качестве основных классов распределений рассматриваются, как правило, распределения [14, 18, 30]:

— с плотностью ρ , непрерывной в нуле ($\rho(0) \geq a > 0$),

— с ограниченными средними квадратами $\left(\int_{-\infty}^{\infty} \eta^2 \rho(\eta) d\eta < \infty \right)$,

— «засорённые» ($\rho(\eta) = (1 - \varepsilon)\rho_0(\eta) + \varepsilon\rho_1(\eta)$, $0 \leq \varepsilon \leq 1$),

— существующие на ограниченном интервале аргумента $\left(\int_a^a \rho(\eta) d\eta = 1 \right)$ и некоторые другие.

Так как в рассматриваемом случае для помехи измерения известен только класс распределения, но не его вид, то оценку $\hat{\eta}$ переменной состояния η будем искать как оценку, гарантирующую наилучшую точность оценивания в минимаксном смысле (т. е. минимальные ошибки в наиболее неблагоприятной ситуации, определяемой заданным классом распределения). В традиционной постановке [13–15, 30, 31] данная задача решается как за-

дача определения оценки $\hat{\eta}$ из условия минимизации функционала $\int_{t_0}^t F[Z_R - H(\hat{\eta}, t)] dt$, где

функция F определяется выбранным (наиболее неблагоприятным) классом распределения помехи измерения. При подобной оптимизации приведённого функционала по оценке $\hat{\eta}$, не учитывающей *a priori* известную стохастическую динамику переменной состояния η ,

возникают существенные вычислительные сложности, связанные с поиском глобального минимума многомерной нелинейной случайной функции в реальном времени.

Очевидно, что такой подход, несмотря на его классическую робастность и универсальность применения, при практической реализации в реальных системах может существенно проигрывать по вычислительным затратам и точности алгоритмам робастной фильтрации, реализуемым в дифференциальной (или рекуррентной) форме даже при более ограниченной области применения последних. В связи с этим возникает задача разработки такого подхода к синтезу алгоритмов робастной оценки, который обеспечивал бы как универсальность его использования для всех известных классов неблагоприятных распределений помех измерения, так и практически доступный уровень вычислительных затрат за счёт реализации алгоритмов в дифференциальной форме. Рассмотрим далее возможность решения данной задачи в подобной постановке.

Решение задачи робастной фильтрации. Исходя из уравнения (6) вида Ланжевена, описывающего динамику стохастической переменной η , искомую оценку $\hat{\eta}$ фазовой переменной η будем искать в следующей дифференциальной форме:

$$\dot{\hat{\eta}} = F_{\eta}(\hat{\eta}, t) + F_{0\eta}(\hat{\eta}, t)u(\hat{\eta}, Z_R, t), \quad (8)$$

где $u(\hat{\eta}, Z_R, t)$ — функция, определяемая из условия обеспечения робастности оценки (8), т. е. минимума ошибок оценивания при наиболее неблагоприятном классе распределения помехи измерения.

В качестве исходной формы минимизируемого функционала, гарантирующего наилучшую точность оценивания в минимаксном смысле, предварительно рассмотрим классический функционал

$\int_{t_0}^t F[Z_R - H(\hat{\eta}, t)] dt$. Анализ всех известных видов его подынтегральной функции F показывает [13–15, 30], что данная функция является неотрицательно-определённой для всей области определения аргумента. Это обстоятельство позволяет перейти от минимизации данного функционала к минимизации функции $F[Z_R - H(\hat{\eta}, t)]$ и с учётом принадлежности функции распределения шума объекта к классу распределений с ограниченными средними квадратами, для которого функция F является квадратичной [13–15, 30], окончательно сформировать минимаксный критерий оптимальности J в виде

$$J = F[Z_R - H(\hat{\eta}, t)] + \int_{t_0}^t u(\hat{\eta}, Z_R, t)^2 dt.$$

Для последующего определения искомой функции $u(\hat{\eta}, Z_R, t)$ используем тот известный факт, что при неотрицательно-определённой критериальной функции для обеспечения её минимального значения в каждый момент времени достаточно, чтобы производная её по времени, взятая с обратным знаком, имела максимум [32]. Это позволяет для рассматриваемого случая получить исходное условие для определения функции $u(\hat{\eta}, Z_R, t)$:

$$\max_u(-\dot{J}) = \max_u \left\{ -\frac{dF[Z_R - H(\hat{\eta}, t)]}{dZ_R} \left[\dot{Z}_R - \frac{dH(\hat{\eta}, t)}{d\hat{\eta}} \dot{\hat{\eta}} \right] - u(\hat{\eta}, Z_R, t)^2 \right\}.$$

С учётом уравнения оценки (8) данное условие трансформируется к виду

$$\max_u(-\dot{J}) = \max_u \left\{ -\frac{dF[Z_R - H(\hat{\eta}, t)]}{dZ_R} \times \right.$$

$$\times \left[\dot{Z}_R - \frac{dH(\hat{\eta}, t)}{d\hat{\eta}} (F_\eta(\hat{\eta}, t) + F_{0\eta}(\hat{\eta}, t)u(\hat{\eta}, Z_R, t)) \right] - u(\hat{\eta}, Z_R, t)^2 \Big\}.$$

Вводя обозначение $\frac{dF[Z_R - H(\hat{\eta}, t)]}{dZ_R} = \psi[Z_R - H(\hat{\eta}, t)]$ (виды функций ψ для основных классов распределений приведены в [30]), из последнего условия имеем уравнение

$$\psi[Z_R - H(\hat{\eta}, t)] \frac{dH(\hat{\eta}, t)}{d\hat{\eta}} F_{0\eta}(\hat{\eta}, t) - 2u(\hat{\eta}, Z_R, t) = 0,$$

позволяющее сразу определить искомую функцию

$$u(\hat{\eta}, Z_R, t) = \frac{1}{2} F_{0\eta}(\hat{\eta}, t) \frac{dH(\hat{\eta}, t)}{d\hat{\eta}} \psi[Z_R - H(\hat{\eta}, t)]. \quad (9)$$

С учётом (9) уравнение робастной оценки (10) окончательно принимает вид

$$\dot{\hat{\eta}} = F_\eta(\hat{\eta}, t) + \frac{1}{2} F_{0\eta}^2(\hat{\eta}, t) \frac{dH(\hat{\eta}, t)}{d\hat{\eta}} \psi[Z_R - H(\hat{\eta}, t)]. \quad (10)$$

При этом выбор начальных условий оценивания, следуя описанному минимаксному подходу, целесообразно осуществлять из условия минимизации функции $F_0 = F(t_0)$, соответствующей наиболее неблагоприятному предположению о распределении начальных условий переменной состояния η , т. е. из условия $\min_{\hat{\eta}_0} F_0[\hat{\eta}_0]$.

Нужно отметить, что по сравнению с традиционным расширенным (нелинейным) фильтром Калмана робастный фильтр (10), во-первых, инвариантен к выбору конкретных видов распределений шумов объекта и наблюдателя, а во-вторых, требует существенно меньших вычислительных затрат за счёт отсутствия необходимости интегрирования уравнения апостериорной ковариации.

Совместное использование текущей оценки $\hat{\eta}$ координаты η , полученной при интегрировании уравнения (10), и соотношений (4) полностью решает поставленную задачу позиционирования подвижных объектов по зашумлённым спутниковым измерениям в условиях неопределённости вероятностных характеристик их помех с минимальными (в силу одномерности уравнения (10)) вычислительными затратами. Для оценки эффективности предложенного алгоритма рассмотрим следующий пример.

Пример. Беспилотный автомобиль (БА), имеющий спутниковую навигационную систему, движется вдоль местного меридиана из точки с долготой 30° и широтой 45° (т. е. $\xi_0 = 2\,253\,549$ м, $\eta_0 = 4\,507\,098$ м, $\zeta_0 = 3\,903\,261$ м) в точку с долготой 30° и широтой 47° (т. е. $\xi_1 = 2\,173\,875$ м, $\eta_1 = 4\,660\,125$ м, $\zeta_1 = 3\,765\,152$ м).

В течение всего времени движения изменение проекции скорости БА $V_\eta = \dot{\eta}$ на ось η ГСК определялось на основании закона изменения его горизонтальной составляющей скорости в географической системе координат

$$V_G = 20 + 5 \sin 0,02t$$

следующим образом:

$$\dot{\eta} = V_G \sqrt{1 - (\eta/r)^2}. \quad (11)$$

При моделировании движения БА его истинная текущая координата η формировалась путём интегрирования уравнения для проекции скорости (11) методом Рунге — Кутты 4-го порядка с шагом $\Delta t = 0,01$ с при вышеприведённых начальных условиях в течение временного интервала $t \in [0; 2000]$ с; текущие координаты ξ , ζ рассчитывались с использованием соотношений (4).

Для формирования кодовых и доплеровских измерений спутника моделировалось линейное движение его центра масс интегрированием методом Рунге — Кутты 4-го порядка соответствующих уравнений движения (скоростей $V_{\xi c}$, $V_{\eta c}$, $V_{\zeta c}$ и координат ξ_c , η_c , ζ_c спутника в ГСК), приведённых в [6].

Начальные условия движения спутника были выбраны следующими:

$$\xi_{c0} = 21,85 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad \eta_{c0} = 4,9 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad \zeta_{c0} = 4,3 \cdot 10^6 \text{ м};$$

$$V_{\xi c0} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ м/с}, \quad V_{\eta c0} = 3,9 \cdot 10^3 \text{ м/с}, \quad V_{\zeta c0} = -1,8 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Так как при построении исследуемого робастного алгоритма предполагалось, что функция распределения помехи доплеровских измерений W_V принадлежит к классу распределений с ограниченными средними квадратами, а функция распределения помехи кодовых измерений W_R — или к классу распределений с ограниченными средними квадратами, или при ухудшении условий приёма к классу распределений с плотностью, непрерывной в нуле, то при моделировании фильтра (9) в качестве распределения шума W_V использовалось распределение Лапласа с нулевым средним и дисперсией $(0,4 \text{ м/с})^2$, а в качестве распределения шума W_R — стандартное распределение Коши. В соответствии с выбранными классами распределений функция ψ в полученном алгоритме робастного оценивания навигационных параметров БА (9) имеет вид

$$\psi[Z_R - H(\hat{\eta}, t)] = \text{sgn}[Z_R - H(\hat{\eta}, t)] = \begin{cases} a, & Z_R - H(\hat{\eta}, t) \geq 0; \\ -a, & Z_R - H(\hat{\eta}, t) < 0, \end{cases}$$

где параметр a был выбран равным 0,1. Для оценки эффективности предложенного подхода оценивание навигационных параметров БА производилось с использованием алгоритма (9) и расширенного фильтра Калмана (РФК), реализованных с использованием метода Рунге — Кутты 4-го порядка с шагом 0,01 с.

Помимо вышеперечисленных помех спутниковых измерений на рассматриваемом временном интервале имитировались аномальные помехи кодовых измерений координат БА (рис. 1), амплитуда которых варьировалась в диапазоне от ± 10 до ± 60 м. Необходимо отметить, что амплитуда таких аномальных помех измерений является типичной и часто встречается в процессе эксплуатации подвижных объектов даже в отсутствие направленного воздействия искусственных помех.

График ошибки оценки координаты η объекта для рассматриваемого случая приведён на рис. 2. Его анализ показывает, что ошибка оценки координаты η имеет устойчивую тенденцию к уменьшению и достигает 0,5 м (уменьшаясь в 2 раза) уже на 600-й секунде, несмотря на интенсивные аномальные помехи измерения.

В то же время ошибка оценки координаты η для РФК, график которой приведён на рис. 3, резко колеблется в пределах ± 80 м, несколько уменьшаясь (до ± 20 м) лишь к концу интервала моделирования, что свидетельствует о существенном преимуществе предложенного алгоритма перед традиционным РФК при наличии аномальных негауссовских помех измерения. Расширенное тестирование предложенного алгоритма и РФК показало, что по уровню ошибок оценивания оба алгоритма практически инвариантны к увеличению

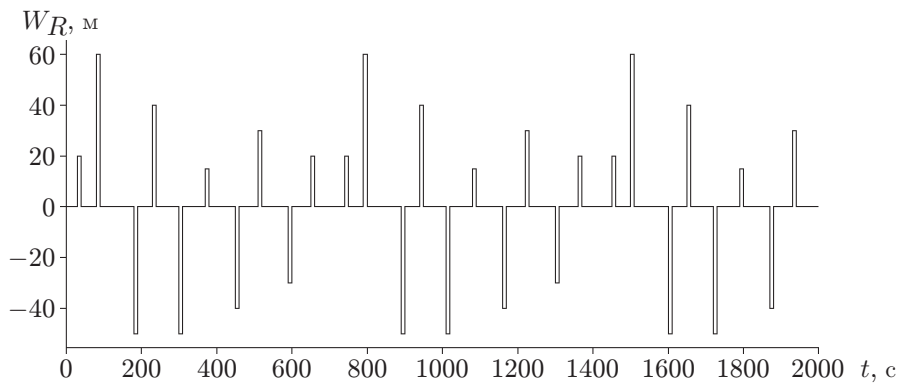


Рис. 1. Аномальные помехи кодовых измерений координат БА

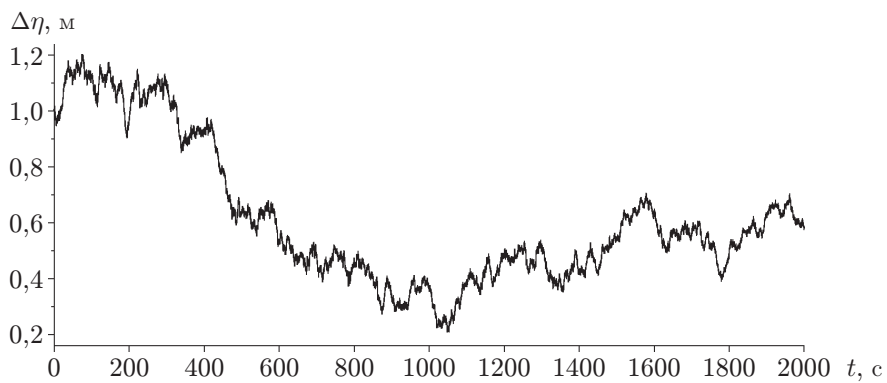


Рис. 2. График ошибки оценки координаты η объекта

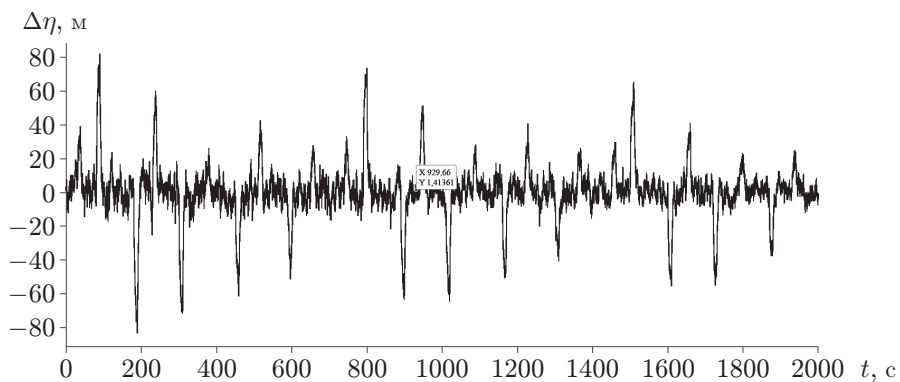


Рис. 3. График ошибки оценки координаты η для РФК

горизонтальной составляющей скорости объекта до 180 м/с (соответствующей верхней границе скорости вышеперечисленных классов объектов, движущихся по аналитическим траекториям). При увеличении амплитуды аномальных помех кодовых измерений в 2 раза (до уровня отказа СНС) соответствующие «выбросы» ошибок РФК увеличиваются аналогично при том, что характер изменения ошибок робастного фильтра практически не меняется, но увеличивается ошибка оценки в конце интервала моделирования до 0,9 м (у РФК — до 35 м).

Заключение. Полученные результаты численного эксперимента в совокупности с вышеотмеченными преимущественными особенностями предложенного подхода, такими как:

- возможность учёта характерной динамики движения объекта;
- необходимое и достаточное наличие только одного спутника для решения навигационной задачи, что, во-первых, обеспечивает устойчивость позиционирования при деградации измерений спутниковой группировки, а во-вторых, при наличии измерений нескольких спутников позволяет повысить точность позиционирования за счёт создания банка фильтров, аналогичных (9);
- минимальная размерность нелинейного стохастического фильтра, используемого при оценке текущих координат, а следовательно, минимальные вычислительные затраты, позволяют сделать вывод о возможности эффективного практического применения предложенного подхода к позиционированию подвижных объектов при рассмотренном выше комплексировании информации спутниковой навигационной системы и электронных карт.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Микрин Е. А., Михайлов В. А.** Ориентация, выведение, сближение и спуск космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018. 357 с.
2. **Микрин Е. А., Михайлов В. А.** Навигация космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018. 345 с.
3. **Розенберг И. Н., Соколов С. В., Уманский В. И., Погорелов В. А.** Теоретические основы тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем. М.: Физматлит, 2018. 312 с.
4. **Соколов С. В., Погорелов В. А.** Стохастическая оценка, управление и идентификация в высокоточных навигационных системах. М.: Физматлит, 2016. 264 с.
5. **Мурасев А. А., Спектор А. А.** Пространственно-временные сигналы и их фильтрация в радиотехнических системах с антенными решётками в условиях активных помех // Автометрия. 2021. **57**, № 3. С. 10–18. DOI: 10.15372/AUT20210302.
6. **ГЛОНАСС.** Принципы построения и функционирования /Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
7. **Кинкулькин И. Е.** Глобальные навигационные спутниковые системы. Алгоритмы функционирования аппаратуры потребителя. М.: Радиотехника, 2018. 328 с.
8. **Косарев Н. С., Падве В. А., Сергеев С. А., Дударев В. И.** Использование синтезированного варианта алгоритма параметрической версии МНК-оптимизации результатов ГНС-измерений для их сравнительного анализа // Вестн. СГУГиТ. 2018. **23**, № 3. С. 30–45.
9. **Синицын И. Н.** Фильтры Калмана и Пугачева. М.: Логос, 2006. 640 с.
10. **Емельянцеv Г. И., Степанов А. П.** Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации /Под общей ред. акад. РАН В. Г. Пешехонова. СПб.: ГИЦ РФ АО «Концерн ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.
11. **Pulido Herrera E., Kaufmann H.** Adaptive methods of Kalman filtering for personal positioning systems // Proc. of the 23rd International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation. Portland, USA, 21-24 Sept., 2010. P. 584–589.

12. Герасимов Ф. П., Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю. и др. Система управления движением квадрокоптера на основе каскадных фильтров Калмана // *Автометрия*. 2022. **58**, № 4. С. 3–12. DOI: 10.15372/AUT20220401.
13. Цыпкин Я. З., Поляк Б. Т. Огрублённый метод максимального правдоподобия // *Динамика систем. Математические методы теории колебаний*. 1977. № 12. С. 22–46.
14. Хьюбер П. Дж. Робастность в статистике / Пер. с англ. под ред. Я. З. Цыпкина. М.: Мир, 1984. 304 с.
15. **Устойчивые** статистические методы оценки данных / Под ред. Р. Л. Лонера. М.: Машиностроение, 1984. 232 с.
16. Poor H. V., Looze D. P. Minimax state estimation for linear stochastic systems with noise uncertainty // *IEEE Trans. Automat. Control*. 1981. **26**. P. 902–906.
17. Hu C., Chen W., Chen Y., Liu D. Adaptive Kalman filtering for vehicle navigation // *Journ. Global Positioning Systems*. 2003. **2-1**. P. 42–47.
18. Huber P. J., Ronchetti E. M. Robust statistics. New Jersey: John Wiley and Sons, 2009. 371 p.
19. Maronna R. A., Martin D. R., Yohai V. J. Robust statistics. Theory and methods. England: John Wiley and Sons, 2006. 400 p.
20. Särkkä S., Nummenmaa A. Recursive noise adaptive Kalman filtering by variational Bayesian approximations // *IEEE Transactions on Automatic control*. 2009. **54**. P. 596–600.
21. Izanloo R., Fakoorian S. A., Yazdi H. S., Simon D. Kalman filtering based on the maximum correntropy criterion in the presence of non-Gaussian noise // *Proc. of the Annual Conference on Information Science and Systems (CISS)*. Princeton, USA, 16-18 March, 2016. P. 500–505.
22. Gao H., Lam J., Wang C. Induced l_2 and generalized H_∞ filtering for systems with repeated scalar nonlinearities // *IEEE Trans. Signal Proc.* 2005. **53**, N 11. P. 4215–4226.
23. Gao H., Lam J., Wang C. New approach to mixed H_2/H_∞ filtering for polytopic discrete-time systems // *IEEE Trans. Signal Proc.* 2005. **53**, N 8. P. 3183–3192.
24. Gao H., Lam J., Wang C. Robust H_∞ filtering for discrete stochastic time-delay systems with nonlinear disturbances // *Nonlinear Dynam. Syst. Theory*. 2004. **4**, N 3. P. 285–301.
25. Calafiore G., El Ghaoui L. Minimum Variance Estimation with Uncertain Statistical Model // *Proc. of the 40th IEEE CDC*. Orlando, USA, 04-07 Dec., 2001. P. 3497–3499.
26. Bitar E., Baeyens E., Packard A. et al. Linear minimax estimation for random vectors with parametric uncertainty // *Proc. Amer. Control Conf.* Baltimore, USA, 30 June, 2010. P. 590–592.
27. Коган М. М. Робастное оценивание и фильтрация в неопределённых линейных системах при неизвестных ковариациях // *Автоматика и телемеханика*. 2015. № 10. С. 50–66.
28. Kotz S., Kozubowski T. J., Podgórski K. Introduction / *The Laplace Distribution and Generalizations*. Boston: Birkhäuser, 2001. P. 229–230. DOI: 10.1007/978-1-4612-0173-1_5.
29. Kucherenko P. A., Sokolov S. V. Analytical solution of the navigation problem on the orthodromic trajectory in the greenwich coordinate system // *Mechanics of Solids*. 2018. **53**, Suppl. 2. P. 133–134.
30. **Справочник** по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
31. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 2004. 608 с.
32. Казаков И. Е. Статистическая теория систем управления в пространстве состояний. М.: Наука, 1975. 432 с.

Поступила в редакцию 27.07.2022

После доработки 31.08.2022

Принята к публикации 19.09.2022