УДК 535.36, 535.015

УЧЁТ ВЛИЯНИЯ ГИСТЕРЕЗИСА КОРРЕКТОРА НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ АДАПТИВНОЙ ОПТИКИ

© В. П. Лукин

Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН,
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1
E-mail: lukin@iao.ru

Продолжен анализ динамических характеристик систем адаптивной оптики, работающих в турбулентной атмосфере, в частности, влияние такого важного фактора активного зеркала-корректора, как его гистерезис. Используется аналитический подход для расчёта требований к динамическим параметрам контура обратной связи адаптивной системы фокусировки лазерного излучения через турбулентную атмосферу. Рассматриваются возможности применения в системах адаптивной оптики алгоритмов управления на основе описания их работы как системы управления постоянного запаздывания. Используется модель зеркала-корректора, учитывающая временно́е запаздывание между подачей сигнала и его отработкой. Для оценки частоты работы системы адаптивной оптики применяется аналитическое выражение, связывающее предельно достижимый уровень коррекции по параметру Штреля с важнейшими параметрами системы: точностью и частотой работы датчика волнового фронта, размером апертуры оптической системы, а также с параметрами атмосферы (параметром Фрида и скоростью ветра). Анализируются различия между двумя типами контуров слежения: открытым и замкнутым контурами в системах адаптивной оптики.

Ключевые слова: адаптивная оптика, турбулентная атмосфера, активное зеркало-корректор, параметр Штреля, гистерезис.

DOI: 10.15372/AUT20230411

Введение. Целью представленной работы является анализ требований к динамическим характеристикам фазовых систем адаптивной оптики (АО) [1–8], создаваемых для устранения влияния турбулентности атмосферы на флуктуации оптических волн. При анализе задача формирования распределения средней интенсивности фокусируемого когерентного пучка рассматривается на основе принципа Френеля — Гюйгенса [9, 10], обобщённого на случай излучения, распространяющегося в турбулентной атмосфере. В работах [2–8] изучались многочисленные аспекты применения систем АО для коррекции искажений оптических волн. Следует отметить, что в настоящее время особое внимание уделяется вопросам влияния временно́го запаздывания [12–16] в системах АО. Это связано в первую очередь с несовершенством механических исполнительных элементов, корректирующих фазовые искажения по данным текущих измерений. Именно поэтому много внимания уделяется вопросам построения алгоритмов коррекции и схемам включения систем АО в оптические контуры самих оптических систем [12, 16, 17]. Одной из таких сложных задач является проблема фокусировки лазерных пучков излучения на удалённые объекты через турбулентную среду с применением адаптивной коррекции. При этом применяемые активные управляемые зеркала-корректоры (ЗК) сейчас совершенствуются и всесторонне изучаются. Одним из важных аспектов их применения остаётся вопрос влияния гистерезиса зеркала как механического элемента на достигаемое качество коррекции оптических искажений.

Распределение средней интенсивности фокусированного пучка. Основа используемого здесь математического аппарата довольно подробно описана в [13]. Отметим, что будем рассматривать задачу применения системы АО при формировании лазерного пучка в турбулентной среде на основе обобщённого принципа Френеля — Гюйгенса, согласно которому поле фокусируемого лазерного пучка при его коррекции с помощью фазы волны точечного опорного источника [9, 10] может быть представлено в следующем виде:

$$U(Z,\boldsymbol{\rho}) = \iint d^2\rho_1 U_0(\boldsymbol{\rho}_1) G_0(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_1)\exp\left[iS(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_1) - iS_{\text{корр}}(0,\boldsymbol{\rho}_1;Z,0;\tau)\right], \quad (1)$$

где $G_0(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_1)$ — функция Грина свободного пространства, заключённого между двумя плоскостями ($z=0$ и $z=Z$); $S(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_1)$ — случайные флуктуации фазы сферической волны, обусловленные действием турбулентности атмосферы; $S_{\text{корр}}(0,\boldsymbol{\rho}_1;Z,0;\tau)$ — корректирующая фаза в точке $(0,\boldsymbol{\rho}_1)$, представляющая собой фазу сферической волны, источник которой расположен в точке с координатами $(Z,0)$; $U_0(\boldsymbol{\rho}_1)$ — начальное распределение корректируемого поля; τ — временна́я задержка между измерением опорного сигнала и установлением сигнала коррекции.

При записи выражения (1) предполагается, что опорный источник располагается на оптической оси фокусируемого исходного пучка. В расчётах используем выражение для флуктуаций фазы сферической волны в точке $(Z,\boldsymbol{\rho})$ с источником в точке $(0,\boldsymbol{\rho}_1)$, записанное в геометро-оптическом приближении [2, 9]:

$$S(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_1;\tau) = k\int_0^Z d\xi \iint d^2n(\boldsymbol{\kappa},Z-\xi;\tau)\exp\left[i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}_1(\xi/Z) + i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}(1-\xi/Z)\right], \quad (2)$$

где k — волновое число излучения, $d^2n(\boldsymbol{\kappa},Z-\xi;\tau)$ — двумерная спектральная плотность флуктуаций показателя преломления, $\boldsymbol{\kappa}$ — двумерный вектор флуктуаций показателя преломления.

Используя выражение (1), для распределения интенсивности скорректированного поля получаем выражение

$$I(Z,\boldsymbol{\rho}) = \iint d^2\rho_1\, d^2\rho_2\, U_0(\boldsymbol{\rho}_1)U_0^*(\boldsymbol{\rho}_2)G_0(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_1)G_0^*(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_2)\times$$

$$\times\exp\{i[S(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_1) - S_{\text{корр}}(0,\boldsymbol{\rho}_1;Z,0;\tau)] - i[S(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_2) - S_{\text{корр}}(0,\boldsymbol{\rho}_2;Z,0;\tau)]\}. \quad (3)$$

Введём следующее обозначение:

$$\hat{S}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2;\tau) = [S(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_1) - S_{\text{корр}}(0,\boldsymbol{\rho}_1;Z,0;\tau)] -$$

$$-[S(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_2) - S_{\text{корр}}(0,\boldsymbol{\rho}_2;Z,0;\tau)]. \quad (4)$$

Тогда распределение средней интенсивности скорректированного поля (3) будет иметь вид

$$\langle I(Z,\boldsymbol{\rho},\tau)\rangle_{\text{турб}} = \iint d^2\rho_1\, d^2\rho_2\, U_0(\boldsymbol{\rho}_1)U_0^*(\boldsymbol{\rho}_2)G_0(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_1)G_0^*(Z,\boldsymbol{\rho};0,\boldsymbol{\rho}_2)\times$$

$$\times\ \langle\exp\{i\hat{S}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2;\tau)\}\rangle. \quad (5)$$

Здесь угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций для члена (4), описывающего влияние остаточных фазовых флуктуаций, обусловленных действием турбулентности.

Расчёт остаточных фазовых флуктуаций при адаптивной коррекции. В [8] был выполнен расчёт параметра Штреля для оптической системы фокусировки лазерного пучка излучения на основе принципа Френеля — Гюйгенса с использованием выражения (5) для интенсивности оптического поля. Так, в частности, для фокусированного в турбулентной атмосфере гауссова пучка, имеющего исходный размер пучка излучения $\boldsymbol{a}$, можно выразить параметр Штреля с помощью выражения (5) и его варианта для случая распространения оптического излучения в вакууме $I_{\text{вак}}(Z,0)$ следующим образом:

$$\mathrm{St} = \frac{\langle I(Z,0,\tau)\rangle_{\text{турб}}}{I_{\text{вак}}(Z,0)} \approx \frac{1}{1+3,52\tau^2V^2/(r_0^{5/3}a^{1/3})}, \tag{6}$$

где r_0 — параметр Фрида, V — модуль скорости ветра, St — параметр Штреля для оптической системы фокусировки лазерного пучка излучения.

Таким образом, в условиях малости остаточных фазовых искажений согласно (6) параметр Штреля можно выразить через дисперсию остаточных фазовых аберраций как

$$\mathrm{St} = \mathbf{e}^{-4\pi^2W^2}, \tag{7}$$

где $W^2 = 0{,}088\tau^2V^2/(r_0^{5/3}a^{1/3})$ — это дисперсия остаточных фазовых искажений, обусловленных временно́й задержкой, выраженная в единицах длины волны в квадрате.

В системах АО практически всегда имеет место действие одновременно нескольких источников, как правило, некоррелированных между собой источников ошибок [1–5], поэтому дисперсия остаточных (нескомпенсированных) фазовых искажений складывается из дисперсий этих составляющих. Так, можно выделить ошибки измерений фазы датчиком волнового фронта (ДВФ), ошибки вычисления и ошибки представления фазы в виде разложения по некоторому базису, наконец, ошибки, связанные с временно́й задержкой, а также ряд других ошибок. При этом ошибка, связанная с временны́м запаздыванием, обусловлена тем, что поверхность корректирующего зеркала в системе АО, как в любой механической системе, формируется заведомо с некоторой временно́й задержкой. Поэтому данные фазовых измерений, полученные в момент времени t, обусловливают результирующие изменения фазового профиля корректирующего оптического элемента (например, активного зеркала-корректора) с задержкой во времени [2–8]. Следует отметить, что многие разработчики систем АО считают, что наиболее сложной для минимизации является ошибка, связанная именно с временны́м запаздыванием [12–16].

Временна́я эволюция фазового фронта. В связи с этим всегда при разработке системы АО возникает проблема оценки допустимой временно́й задержки, обеспечивающей заданный уровень коррекции, или требуемой полосы частот для всей системы. Далее будем исходить из предположения, что время T одного полного цикла (шага) работы системы АО представляет собой сумму из нескольких времён, в том числе: τ_{cam} — времени работы камеры, τ_{comp} — времени работы компьютера, τ_m — времени работы управляемого ЗК. Далее будем считать, что основную часть времени одного полного цикла T составляет именно τ_m — время работы ЗК. Также исходим из условия, что система АО работает в режиме «постоянного запаздывания» [2, 8], т. е. измеряются фазовые флуктуации в момент времени t, а заканчивается полный цикл управления в момент времени $t+T$. При этом будем считать, что ДВФ работает циклически с шагом T по времени, а ЗК после подачи на него электрического сигнала от ДВФ работает непрерывно, вплоть до подачи на него нового сигнала.

Согласно теории атмосферной турбулентности [9] обусловленные её искажения представляют собой случайный процесс со стационарными первыми приращениями. В этой связи при анализе статистических характеристик случайных турбулентных полей используются не корреляционные, а структурные функции, которые представляют собой дисперсии первых разностей измеряемых случайных величин [9, 11]. Эволюцию как самой турбулентности, так соответственно и обусловленных ею фазовых искажений можно описать [9] в виде урезанного ряда Тейлора следующего вида:

$$S(\boldsymbol{\rho}, t+T) = S(\boldsymbol{\rho}, t) + \frac{dS}{dt}\,T, \tag{8}$$

где $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ — двумерный вектор для произвольной точки оптического поля в пределах апертуры системы.

Применив гипотезу [9] «замороженной турбулентности», временную производную флуктуаций фазы $\dfrac{dS}{dt}$ можно записать как скалярное произведение вектора скорости ветра $\mathbf{V}(V_x, V_y)$ и пространственного градиента фазы $\nabla_\rho S(\boldsymbol{\rho}, t)$, при этом градиент рассчитывается как двумерный вектор и $\nabla_\rho S\mathbf{V} = \dfrac{\partial S}{\partial x}\,V_x + \dfrac{\partial S}{\partial y}\,V_y$.

Специально поясним, почему фазовые приращения могут рассчитываться в виде (8), т. е. необходимо учитывать только их линейные приращения $\dfrac{\partial S}{\partial x}\,V_x$ и $\dfrac{\partial S}{\partial y}\,V_y$. В [12] на основе использования разложения фазовых флуктуаций в ряд по полиномам Цернике [17] было показано, что наиболее сильные флуктуации — наклоны волнового фронта — будут отсутствовать в разложении второй производной $\dfrac{\partial^2 S}{\partial x^2}$, поэтому вторая производная в разложении (8) фазовых приращений не даёт сколько-нибудь существенного вклада. В результате при описании временнóй эволюции фазовых искажений, обусловленных действием колмогоровской турбулентности, можно пользоваться урезанным рядом Тейлора вида (8).

В [12, 13] показано, что среднеквадратическое отклонение σ флуктуаций, которые за время T накапливаются в любой точке оптической волны за счёт действия турбулентных неоднородностей, обусловленных движением атмосферы (средний ветер), можно рассчитать для колмогоровской модели как $\sigma = \sqrt{3,44(VT/r_0)^{5/3}} \approx 1{,}85(VT/r_0)^{5/6}$. Разделив σ на 2π, получаем $W = \sigma/2\pi \approx 0{,}295(VT/r_0)^{5/6}$ — амплитуду фазовых отклонений, выраженную в долях длины волны излучения. В результате можно оценить величину такого временнóго интервала. А чтобы характеризовать уровень остаточных искажений, величину $W = \sigma/2\pi$ сравнивают с каким-либо критерием качества.

Как известно [10], при оценке качества в оптике существует целый ряд критериев. Одним из них является критерий Рэлея. Существует более строгий критерий, так называемый допуск Марешаля, при котором должно выполняться условие $W > K_M = 1/14$. Применяя тот или иной критерий, получаем допустимую временнýю задержку, определяющую предельный интервал временнóго промежутка, при которой фазовые искажения оказываются незначительными (не превышающими определённую долю от длины волны). Так, согласно расчётам при реализации допуска Марешаля получаем предельную временнýю экспозицию не длиннее

$$T_M \leqslant (K_M/0{,}296)^{6/5}(r_0/V) \approx 0{,}18(r_0/V). \tag{9}$$

В работах [3, 8, 13] были выполнены расчёты требований к динамическим характеристикам систем АО, обеспечивающим достижение определённого уровня параметра

Штреля. Если использовать полученные результаты и применить требование по достижению допуска Марешаля на уровень остаточных искажений, тогда будем иметь допустимое время задержки, которое при коррекции не должно превышать

$$T_M \approx 0{,}34(r_0/V)(R/r_0)^{1/6}. \tag{10}$$

Интересно отметить, что допустимое время задержки в системах АО, рассчитываемое по формуле (10), оказывается несколько больше, чем время «короткой экспозиции» (9). Это связано с тем, что фазовые флуктуации различных знаков по апертуре происходят в разные моменты времени, что в среднем уменьшает скорость нарастания остаточных искажений. Именно таким образом при работе с конечной апертурой проявляется влияние усреднения флуктуаций по апертуре [2, 8, 9].

Модель зеркала-корректора. При выполнении расчётов, связанных с применением систем АО для коррекции турбулентных искажений, введём в рассмотрение функцию отклика ЗК, характеризующую его запаздывание по времени:

$$f(t) = 1 - \mathbf{e}^{-t/\tau_m}. \tag{11}$$

Предположим, что ДВФ в системе АО работает циклически с шагом времени T, причём будем считать, что основная временна́я задержка в системе АО связана именно с работой ЗК. Тогда за время одного периода T состояние ЗК изменяется от нулевого значения до величины $f(T) = 1 - \mathbf{e}^{-T/\tau_m}$. Применим так называемую пропорциональную коррекцию [13, 17–19]. Тогда после первого шага работы системы АО (за период времени $[t, t+T]$) на ЗК будут сформированы остаточные искажения следующего вида:

$$\delta S(\boldsymbol{\rho}, t+T) = [S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S(\boldsymbol{\rho}, t)] + S(\boldsymbol{\rho}, t)\mathbf{e}^{-T/\tau_m}. \tag{12}$$

Из анализа (12) получаем, что с увеличением быстродействия работы системы (т. е. при уменьшении T) уровень остаточных искажений на ЗК, обусловленный его реактивностью, будет увеличиваться.

Работа системы АО в открытом контуре. Известно, что фазовые корректирующие системы АО могут быть построены в виде контуров различных типов: открытых, замкнутых и иных [1–8, 11–13]. Это всегда зависит от особенностей построения самой оптико-электронной системы. В первую очередь рассмотрим работу по схеме коррекции открытого типа, т. е. когда ЗК стоит после датчика, поэтому ДВФ на каждом шаге работы измеряет только текущее изменение фазовых искажений приходящего волнового фронта. Как отмечено в [11, 12], при работе в открытом контуре датчик должен работать на частоте не выше, задаваемой формулами (9) и (10). Именно поэтому, работая в открытом контуре, ДВФ каждый раз вырабатывает сигнал и подаёт его на ЗК. Этот сигнал пропорционален разности фаз, обусловленной действием турбулентности, возникшей за интервал времени T, т. е. $S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S(\boldsymbol{\rho}, t)$.

Методология работы датчика Шэка — Гартмана такова, что ДВФ подаёт на ЗК новый сигнал только в случае, если приращение фазы за время T превысит порог (или точность) измерения. Поэтому в открытом контуре слежения будут корректироваться только те текущие фазовые искажения, которые по величине оказываются больше, чем порог измерения датчика.

Данные измерений ДВФ подаются в виде электрического сигнала на ЗК, который их отрабатывает с некоторой временно́й задержкой, в результате чего на нём остаётся некоторый нескомпенсированный «хвост». Будем считать, что ЗК отрабатывает сигнал как коррекцию вида (11), и тогда на нём возникают нескомпенсированные искажения (12), которые представляют собой разность между измеренным значением разности фаз на первом шаге и отработанным. По аналогии с (12) можно записать выражение для остаточной фазы, появляющейся на ЗК при любом произвольном шаге коррекции. В результате на N-м шаге работы на ЗК собирается «остаток» нескомпенсированной фазы следующего вида:

$$\delta S(\boldsymbol{\rho}, NT) = [S(\boldsymbol{\rho}, t+NT) - S(\boldsymbol{\rho}, t+(N-1)T)] + \\ + \mathbf{e}^{-T/\tau_m} \sum_{i=1}^{N-1} [S(\boldsymbol{\rho}, t+iT) - S(\boldsymbol{\rho}, t+(i-1)T)]. \quad (13)$$

Обратим внимание на второе слагаемое в (13), которое представляет собой результат суммирования фазовых искажений на ЗК. Эта остаточная фаза является результатом механической работы ЗК, связанной с переключением его действия: суммирования и вычитания. Как показывают исследования [15], уровень этих остаточных искажений определяется таким параметром ЗК, как его гистерезис. Безусловно, анализ влияния гистерезиса на качество коррекции фазовых флуктуаций является важным аспектом. Прежде всего рассмотрим случай, когда гистерезис отсутствует. Тогда подаваемые на ЗК значения приращения фазы будут постоянно вычитаться одно из другого. И в результате во втором слагаемом остаточных аберраций (13) сохраняется только первый и последний шаги управления. В результате выражение (13) для остаточных фазовых искажений получит следующий вид:

$$\delta S(\boldsymbol{\rho}, NT) = [S(\boldsymbol{\rho}, t+NT) - S(\boldsymbol{\rho}, t+(N-1)T)] + \\ + \mathbf{e}^{-T/\tau_m} [S(\boldsymbol{\rho}, t+(N-1)T) - S(\boldsymbol{\rho}, t)]. \quad (14)$$

Внешний вид остаточных искажений (14) показывает важность для системы АО стартовать с минимальных искажений для ДВФ и максимально точно выравнивать ЗК. В итоге получаем, что если используемое ЗК быстрое, т. е. у него малое τ_m, и имеет большой динамический диапазон, то в открытом контуре возможна эффективная коррекция на основе применения только пропорционального управления [12, 15].

При получении выражения (14) предполагалось отсутствие гистерезиса при работе ЗК. Однако на практике всегда имеет место определённый гистерезис [15]. Попытаемся каким-либо образом учесть действие гистерезиса ЗК. Будем исходить из того, что при проявлении гистерезиса, механический отклик ЗК будет зависеть от направления приложенных усилий. В результате вычитания и суммирования в системе, имеющей гистерезис, при последовательном приложении к ЗК равных величин искажений не получает нулевой суммы. Поэтому оказывается, что даже на достаточно коротком по времени действии ЗК по отработке фазовых искажений на нём может накопиться определённый уровень остаточных искажений, примерно пропорциональный произведению максимальной амплитуды фазовых искажений и величины этого гистерезиса. Анализ показывает [12, 13], что если рассмотреть действие некоторого ограниченного числа шагов, используя пропорциональное управление, тогда остаточные фазовые искажения в результате учёта действия гистерезиса вместо выражения (14) будут иметь следующий вид:

$$\delta S(\boldsymbol{\rho}, NT) = [S(\boldsymbol{\rho}, t+NT) - S(\boldsymbol{\rho}, t+(N-1)T)] + \\ + \mathbf{e}^{-T/\tau_m} [S(\boldsymbol{\rho}, t+(N-1)T) - S(\boldsymbol{\rho}, t)] + G \max\{S(\boldsymbol{\rho}, t+jT)\}_j. \quad (15)$$

Здесь G — это величина гистерезиса, $\max\{S(\boldsymbol{\rho}, t+jT)\}_j$ — максимальная амплитуда фазовых искажений за анализируемый промежуток времени.

Величина $G \max\{S(\boldsymbol{\rho}, t+jT)\}_j$ в (15) представляет собой результат действия гистерезиса ЗК при конечной длине реализации. Для случая когда число шагов N можно считать бесконечным, этот член должен обратиться в нуль. Но для короткой реализации, т. е. при конечной величине числа шагов управления N, эта величина имеет ненулевое значение. При получении формулы (15) предполагалось для простоты анализа, что ЗК имеет одинаковое значение гистерезиса при любой величине сигнала, в реальности это не так [17]. Рассчитаем дисперсию для (15) на некотором определённом числе шагов коррекции, тогда с учётом только главных членов получаем

$$\langle \delta S^2(\boldsymbol{\rho}, NT)\rangle = D_S(\mathbf{V}T) + \mathbf{e}^{-2T/\tau_m} D_S(N\mathbf{V}T) + G^2\sigma_S^2, \tag{16}$$

здесь N — число шагов коррекции, обычно выбирают достаточно малое число, например, не превышающее 10, σ_S^2 — дисперсия фазовых флуктуаций.

Далее рассчитаем выражения для составляющих (16) при работе системы АО в условиях колмогоровской турбулентности и будем иметь

$$D_S(\mathbf{V}T) = 6{,}88(VT/r_0)^{5/3}, \qquad \sigma_S^2 = \frac{1}{2}D_S(2R). \tag{17}$$

Заметим, что дисперсия фазовых флуктуаций σ_S^2 выражается через структурную функцию фазы [2, 3], причём при коротко-экспозиционном усреднении она вычисляется как структурная функция фазы на диаметре апертуры $2R$ оптической системы, т. е. $\sigma_S^2 = \frac{1}{2}D_S(2R)$. В выражении (17) величина G^2 — это квадрат величины гистерезиса. Эта величина, например, может быть определена из экспериментов для конкретного ЗК и, как показывают данные измерений [17], обычно составляет для хороших зеркал не более 10^{-3}. В результате получаем оценку дисперсии остаточных фазовых искажений

$$\langle \delta S^2(\boldsymbol{\rho}, NT)\rangle = 6{,}88\Big(\frac{\mathbf{V}T}{r_0}\Big)^{5/3}\Big\{1 + N^{5/3}\mathbf{e}^{-2T/\tau_m} + \frac{G^2}{2}\Big(\frac{2R}{\mathbf{V}T}\Big)^{5/3}\Big\}. \tag{18}$$

Отметим, что предельная частота работы системы АО полностью определяется именно первым членом в (18). Зная параметры оптического эксперимента: значение скорости ветра V, радиус Фрида r_0 на трассе, радиус апертуры R, а также параметры ЗК (время τ_m и величину гистерезиса G) и исходя из выражения (18), можно определить предельное значение числа шагов N, при котором остаётся эффективным только пропорциональное управление в открытом контуре работы системы АО. Следует отметить также, что только для ЗК, имеющих большой динамический диапазон, можно работать в открытом контуре при большом гистерезисе.

Пропорционально-интегральное управление. Если же поведение дисперсии (18) будет показывать (при увеличении числа N) серьёзный рост, то необходимо применение пропорционально-интегрального управления [13, 17–19]. Для этого необходимо заложить в программу обрабатывающего компьютера системы АО не только алгоритмы восстановления фазы из данных ДВФ, но и алгоритм суммирования текущих измерений, т. е. членов вида $\sum\limits_{i=1}^{N-1}[S(\boldsymbol{\rho}, t+iT) - S(\boldsymbol{\rho}, t+(i-1)T)]$. Далее, если заранее определить (подобрать или измерить) величину коэффициента $\mathbf{e}^{-T/\tau_m}$, тогда можно обеспечить процесс разгрузки зеркала, используя пропорционально-интегральное управление. При этом корректирующий сигнал на N-м шаге работы будет иметь следующий вид:

$$\begin{gathered} S_{\text{corr}}(\boldsymbol{\rho}, t+(N+1)T) = \mathbf{V}T\nabla_\rho S(\boldsymbol{\rho}, t+NT) + \\ + \mathbf{e}^{-T/\tau_m}\sum_{i=1}^{N-1}\nabla_\rho S(\boldsymbol{\rho}, t+iT)\mathbf{V}T + G\max\{S(\boldsymbol{\rho}, t+jT)\}_j. \end{gathered} \tag{19}$$

Коэффициенты перед вторым и третьим слагаемыми в (19), как любой коэффициент в ПИД-регуляторе, могут подбираться [13, 17–19] в процессе эксперимента. Операция пропорционально-интегрального управления будет уменьшать накопленные остаточные искажения на ЗК, приводя описывающее его выражение, вместо (15) к следующему виду:

$$\delta S(\boldsymbol{\rho},(N+1)T) = \mathbf{V}T\nabla_\rho S(\boldsymbol{\rho}, t+(N+1)T) + \mathbf{e}^{-T/\tau_m}\mathbf{V}T\nabla_\rho S(\boldsymbol{\rho}, t+NT) + \\ + G\max\{S(\boldsymbol{\rho}, t+jT)\}_j + \mathbf{e}^{-2T/\tau_m}\sum_{i=1}^{N-1}\nabla_\rho S(\boldsymbol{\rho}, t+iT)\mathbf{V}T. \tag{20}$$

При сравнении (18) и (20) получаем, что в результате действия пропорционально-интегрального управления на зеркале практически остаётся нескорректированная фаза, соответствующая только последнему шагу работы ДВФ и ЗК. В результате применение пропорционально-интегрального регулятора повысит эффективность коррекции при открытом контуре практически на порядок. Вместе с тем, как видно из (20), проявление гистерезиса практически трудно устранять аппаратно, поэтому необходимо применять управляемые ЗК с минимальным гистерезисом.

Работа в замкнутом контуре. Проанализируем работу системы АО в замкнутом контуре. Будем считать, что ЗК свободно от гистерезиса и исходно выровнено, т. е. начальная фаза равна 0. В результате к концу первого шага (интервал времени $[0, T]$) на ЗК установится фаза

$$\delta S(T) = S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S_{\text{corr}}(\boldsymbol{\rho}, t) = S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S(\boldsymbol{\rho}, t) + \mathbf{e}^{-T/\tau_m}S(\boldsymbol{\rho}, t) = \\ = \nabla S(\boldsymbol{\rho}, t)\mathbf{V}T + \mathbf{e}^{-T/\tau_m}S(\boldsymbol{\rho}, t). \tag{21}$$

На втором шаге датчик измеряет изменение фазы за счёт атмосферы и нескомпенсированный фазовый остаток на ЗК после первого шага коррекции, поэтому к концу второго шага (интервал $[T, 2T]$) на ЗК установится следующая фаза:

$$\delta S(2T) = \nabla S(\boldsymbol{\rho}, t+T)\mathbf{V}T + \mathbf{e}^{-T/\tau_m}\nabla S(\boldsymbol{\rho}, t)\mathbf{V}T + \mathbf{e}^{-2T/\tau_m}S(\boldsymbol{\rho}, t). \tag{22}$$

Если проанализировать эти два выражения, то можно сделать вывод, что на каждом последующем шаге коррекции остаточные искажения, возникшие на предыдущем шаге, уменьшаются в $\mathbf{e}^{-T/\tau_m}$ раз. Получается, что даже при $T/\tau_m \approx 1$ уже на 4-5 шагах коррекции можно забыть о начальных состояниях ЗК и ДВФ. Используя выражение для остаточной фазы вида (22) как результат нескольких шагов коррекции, в результате усреднения по ансамблю действия турбулентности получаем выражение для её дисперсии в виде:

$$\langle \delta S^2 \rangle = \langle (\nabla S(\boldsymbol{\rho}, t))^2 \rangle V^2 T^2 \{1 + \mathbf{e}^{-T/\tau_m} + \mathbf{e}^{-2T/\tau_m} + \mathbf{e}^{-3T/\tau_m} + \ldots\}^2. \tag{23}$$

Величина T/τ_m будет являться параметром задачи. Нетрудно понять, что согласно (23) в замкнутом контуре можно получить устойчивое решение даже при малом значении параметра T/τ_m, т. е. для достаточно медленного ЗК. Такая особенность замкнутого контура делает ненужным использование дополнительно к пропорциональному ещё и интеграционное управление, так как сама работа ДВФ в замкнутом контуре всегда корректирует на следующем шаге остаточное искажение от предыдущего шага.

Что касается выбора предельной частоты для работы ДВФ, то, как и в случае открытого контура, в замкнутом контуре эта частота полностью определяется динамикой турбулентности на входе в систему [12]. Уменьшение величины временнóго шага T и, следовательно, увеличение частоты работы ДВФ уменьшают величину первого слагаемого в (23), но при этом увеличивают остаточную фазу на ЗК. В итоге увеличение частоты выше значений, рассчитываемых из (9) или (10), не улучшает качество коррекции в замкнутом контуре.

Заключение. В представленной работе выполнен аналитический расчёт на основе обобщённого принципа Френеля — Гюйгенса динамических характеристик систем АО, работающих через турбулентную атмосферу. При анализе используется модель активного ЗК. Показано, что традиционная система АО с конечной полосой частот описывается как динамическая система постоянного запаздывания. Получено выражение для предельно достижимого уровня параметра Штреля, связывающее в одной формуле все параметры системы: точность и частоту работы ДВФ, размер апертуры оптической системы и параметры атмосферы (параметр Фрида, скорость ветра).

Исследовано принципиальное различие между двумя типами контуров слежения в системах АО: открытым и замкнутым. При анализе работы системы АО в режиме открытого контура слежения получена зависимость предельной частоты измерения ДВФ от точности его измерений и превышение этой частоты при работе не увеличивает достижимый уровень Штреля, а уровень остаточных искажений при коррекции турбулентных искажений существенно зависит от динамического диапазона ЗК, его быстродействия. Показано, что гистерезис ЗК существенно снижает эффективность системы АО при пропорциональном управлении, причём в открытом контуре высокой эффективности коррекции можно достичь только при использовании быстрых и имеющих малый гистерезис управляемых ЗК. При малом динамическом диапазоне ЗК для увеличения эффективности коррекции можно рекомендовать пропорционально-интегральное управление [12, 15] или прогнозирующие алгоритмы [2–5].

При работе в режиме замкнутого контура слежения зависимость от быстродействия ЗК и его динамического диапазона проявляется уже не так сильно. Оказалось, что при применении только пропорционального регулятора можно обеспечить высокий уровень коррекции, замкнутый контур слежения в системах АО остаётся устойчивым даже при использовании достаточно медленного ЗК. Уменьшение величины времени шага коррекции T и, следовательно, увеличение частоты работы ДВФ уменьшают величину первого слагаемого в (22), но при этом увеличивают остаточную фазу на зеркале. В итоге увеличение частоты не улучшает качество коррекции в замкнутом контуре.

Финансирование. Работа выполнена в рамках программы базового финансирования ИОА СО РАН (FWRU-2021-0003).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Hardy J. W.** Active optics: A new technology for the control of light // Proc. IEEE. 1978. **66**. P. 651–697.
2. **Лукин В. П.** Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 348 с.
3. **Лукин В. П., Миронов В. Л.** Динамические характеристики адаптивных оптических систем // Квантовая электроника. 1985. **12**, № 9. С. 1959–1962.
4. **Dessenne C., Madec P.-Y., Rousset G.** Modal prediction for closed-loop adaptive optics // Opt. Lett. 1997. **22**, N 20. P. 1535–1537.
5. **Paschall R. N., Anderson D. J.** Linear quadratic Gaussian control of a deformable mirror adaptive optics system with time-delayed measurements // Appl. Opt. 1993. **32**, N 31. P. 6347–6358.

6. **Greenwood D. P.** Bandwidth specification for adaptive optics systems // JOSA. 1977. **67**, N 4. P. 390–393.
7. **Greenwood D. P., Fried D. L.** Power spectra requirements for wave-front-compensative systems // JOSA. 1976. **66**, N 3. P. 193–206.
8. **Lukin V. P.** Dynamics of adaptive optical systems // JOSA A. 2010. **27**, N 11. P. A216–A222.
9. **Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцов С. С.** Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
10. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики. М.: Наука, 1970. 719 с.
11. **Noll R. J.** Zernike polynomials and atmospheric turbulence // JOSA A. 1976. **66**. P. 207–211.
12. **Лукин В. П.** Формирование оптических пучков и изображений на основе применения систем адаптивной оптики // Успехи физических наук. 2014. **184**, вып. 6. С. 599–640.
13. **Лукин В. П.** Требования к динамическим характеристикам систем адаптивной оптики // Квантовая электроника. 2022. **52**, № 7. С. 652–660.
14. **Toselli I., Gladysz S.** Influence of bandwidth error on the performance of adaptive optics systems for uncooperative beacons // Appl. Opt. 2021. **60**, N 22. F118.
15. **Lechner D., Zepp A., Eichhorn M., Gladysz S.** Adaptable Shack-Hartmann wavefront sensor with diffractive lenslet arrays to mitigate the effects of scintillation // Opt. Express. 2020. **28**. P. 36188–36205.
16. **Андреева М. С., Ирошников Н. Г., Корябин А. В. и др.** Использование датчика волнового фронта для оценки параметров атмосферной турбулентности // Автометрия. 2012. **48**, № 2. С. 103–111.
17. **Шанин О. И.** Адаптивные оптические системы коррекции наклонов. Резонансная адаптивная оптика. М.: Техносфера, 2013. 296 с.
18. **Юркевич В. Д.** Расчёт резонансного ПИД-регулятора для трёхфазного четырёхпроводного инвертора напряжения с раздельными шинами питания // Автометрия. 2022. **58**, № 4. С. 76–87. DOI: 10.15372/AUT20220408.
19. **Саблина Г. В., Маркова В. А.** Настройка параметров ПИД-регулятора в системе с объектом второго порядка с запаздыванием // Автометрия. 2022. **58**, № 4. С. 110–117. DOI: 10.15372/AUT20220411.

Поступила в редакцию 17.03.2023
После доработки 11.04.2023
Принята к публикации 26.04.2023