

УДК 004.04, 527.62, 629.05, 629.086

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА ПО ИНЕРЦИАЛЬНО-СПУТНИКОВЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ

© С. В. Соколов¹, В. А. Погорелов¹, А. Л. Охотников²¹Московский технический университет связи и информатики,

Северо-Кавказский филиал,

344002, г. Ростов-на-Дону, ул. Серафимовича, 62

²Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации,
автоматизации и связи на железнодорожном транспорте,

107078, г. Москва, Орликов пер., 5, стр. 1

E-mail: s.v.s.888@yandex.ru, a.ohotnikov@vniias.ru

Решена задача угловой ориентации подвижного объекта с использованием измерений бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) и спутниковой навигационной системы (СНС) при самых общих предположениях о характере углового движения объекта и вероятностных характеристиках помех инерциальных измерений. Решение получено в виде расширенного фильтра Калмана, использующего в качестве оцениваемых параметров ориентации направляющие косинусы поворота в инерциальной системе координат, а в качестве вектора наблюдения — вектор измерений СНС и акселерометров БИНС. Приведён пример, иллюстрирующий высокую устойчивость и скорость сходимости процесса оценивания выбранных параметров угловой ориентации подвижного объекта.

Ключевые слова: угловая ориентация, подвижный объект, БИНС, СНС, направляющие косинусы, расширенный фильтр Калмана.

DOI: 10.15372/AUT20230508

Введение. Непрерывное повышение требований к точности пространственной ориентации навигационных систем (НС) подвижных объектов определяет в качестве одной из главных проблем — необходимость решения задачи высокоточной ориентации НС в условиях неизбежных возмущений различной физической природы [1–8]. Особенно актуальна данная задача для бесплатформенных НС, в частности для бесплатформенных инерциальных НС (БИНС). В настоящее время разработан ряд подходов к ориентации БИНС в условиях различных возмущающих воздействий, обладающих своими преимуществами и недостатками [9–15]. Из наиболее интересных следует отметить способ векторного согласования [9], реализующий идею ориентации БИНС относительно базовой системы отсчёта (БСО), ориентация которой известна с высокой точностью. К недостаткам данного подхода можно отнести, во-первых, необходимость аппаратного расширения измерительного комплекса НС, во-вторых, обязательное высокоточное решение задачи начальной ориентации БСО и, в-третьих, неизбежное повторение ошибок начальной ориентации БСО при ориентации измерительного комплекса БИНС — общая ошибка выставки БИНС является суммой ошибок выставки БСО и ориентации БИНС относительно БСО [9].

Наряду с этим необходимо также отметить подход, вызванный широким использованием в современных БИНС низкоточных микроэлектромеханических систем (МЭМС) — гироскопов и акселерометров — и основанный на применении так называемых комплементарных фильтров [6, 16–18]. В данных фильтрах реализована идея суммирования углов ориентации, полученных как по показаниям МЭМС-гироскопов, так и МЭМС-акселерометров с соответствующими весами. Преимущество подобного подхода — его

простота и небольшие вычислительные затраты, недостаток — невозможность учёта динамического характера углов ориентации и статистических свойств помех их измерения, что не позволяет обеспечить необходимую устойчивость и требуемую точность процесса ориентации БИНС при высокочастотным колебаниям объекта.

Интенсивно развивающимся в настоящее время альтернативным подходом к ориентации навигационных комплексов является использование измерений глобальных навигационных спутниковых систем [10–15, 19]. При данном подходе угловая ориентация БИНС определяется по показаниям двух или трёх пространственно разнесённых спутниковых приёмников [11, 13], установленных на подвижном объекте. Достоинством такого подхода является отсутствие накопления ошибок измерений с течением времени, существенным недостатком — низкая помехозащищённость алгоритмов обработки спутниковой информации, не позволяющая в полной мере использовать данный подход для ориентации БИНС на подвижном объекте [12, 14, 15, 20]. Также следует отметить большой класс методов оценки угловой ориентации, базирующихся на применении кватернионов и использующих в качестве входных переменных угловые скорости и линейные ускорения [21–24]. Недостатками данных методов являются необходимость наличия высокоточных измерений и существенная нелинейность алгоритмов оценивания, приводящая к вычислительным затратам, трудно реализуемым в реальном времени для большинства современных бортовых вычислителей.

Анализ вышеизложенных методов позволяет сделать вывод об актуальности разработки такого алгоритма оценки параметров ориентации БИНС, который был бы инвариантен к характеру динамики движения объекта и обеспечивал устойчивость и требуемую точность оценивания при самых общих предположениях о характере помех чувствительных элементов (ЧЭ) измерительного комплекса БИНС.

В связи с этим рассмотрим подход, сочетающий преимущества как инерциальных, так и спутниковых методов определения ориентации и обеспечивающий возможность устойчивого высокоточного оценивания параметров ориентации БИНС при самых общих предположениях о вероятностном характере помех ЧЭ.

Постановка задачи. Для решения задачи оценки параметров углового движения объекта используем следующие системы координат (СК) (рис. 1):

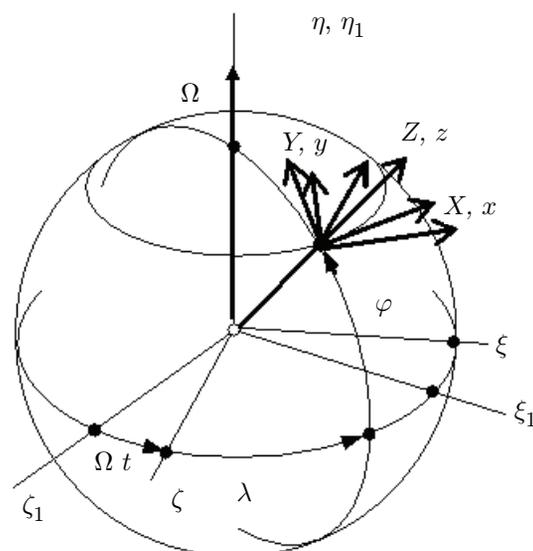


Рис. 1. Ориентация осей СК

— приборную СК (ПСК) $J(Oxyz)$ с началом в центре масс (ЦМ) подвижного объекта, оси которой направлены по взаимно ортогональным осям чувствительности элементов, входящих в состав БИНС;

— географическую СК (ГСК) $S(OXYZ)$ с началом в ЦМ подвижного объекта, ось OY которой лежит в плоскости местного меридиана, ось OZ направлена от центра Земли по местной вертикали, а ось OX дополняет систему координат до правой СК (φ, λ — широта и долгота ЦМ объекта, Ω — угловая скорость вращения Земли);

— невращающуюся инерциальную СК (ИСК) $I(O\xi_1\eta_1\zeta_1)$ с началом в центре Земли, оси которой в начальный момент совпадают с осями ГСК.

Считаем также, что измерительный комплекс БИНС состоит из трёх акселерометров и трёх датчиков угловой скорости (ДУС), оси чувствительности которых направлены по соответствующим осям ПСК.

В качестве моделей помех измерения чувствительных элементов БИНС выберем аддитивные белые гауссовские шумы (БГШ) с нулевыми математическими ожиданиями и известными интенсивностями как наиболее адекватные практике использования БИНС. В этом случае модели выходных сигналов ЧЭ БИНС имеют следующий вид:

— для акселерометров

$$Z_a = a_J + W_a, \quad (1)$$

где $Z_a = |Z_{ax} \ Z_{ay} \ Z_{az}|^T$ — вектор выходных сигналов трёх ортогональных акселерометров, $a_J = |a_x \ a_y \ a_z|^T$ — вектор истинных ускорений ЦМ объекта в ПСК, $W_a = |W_{ax} \ W_{ay} \ W_{az}|^T$ — вектор помех измерения акселерометров (центрированный БГШ с матрицей интенсивностей D_a);

— для ДУС

$$Z_d = \omega_J + W_d, \quad (2)$$

где $Z_d = |Z_x \ Z_y \ Z_z|^T$ — вектор выходных сигналов трёх ортогональных ДУС, $\omega_J = |\omega_x \ \omega_y \ \omega_z|^T$ — вектор абсолютной угловой скорости вращения ПСК, $W_d = |W_x \ W_y \ W_z|^T$ — вектор помех измерения ДУС (центрированный БГШ с матрицей интенсивностей D_d).

Также считаем далее в соответствии с общей постановкой задачи, что ЦМ объекта возмущается вектором неизвестных ускорений W , вызванных движением объекта и определяемых далее по высокоточным измерениям СНС.

Таким образом, окончательно поставленную задачу можно сформулировать как задачу стохастического оценивания текущей ориентации ПСК J (триэдра БИНС) относительно ГСК S по зашумлённым измерениям ЧЭ БИНС и высокоточным измерениям СНС при возмущении ЦМ подвижного объекта вектором неизвестных ускорений, а также *a priori* неопределённом характере изменения вектора угловой скорости триэдра БИНС относительно ЦМ объекта и неизвестных направляющих косинусов начального рассогласования ПСК J и ГСК S (и соответственно ИСК I).

Уравнения параметров ориентации БИНС. Для возможности построения алгоритма оценки текущих направляющих косинусов разворота ПСК J относительно ГСК S предварительно рассмотрим уравнения изменения во времени направляющих косинусов разворота ПСК J относительно ИСК I — уравнения Пуассона [25]:

$$\dot{D} = -\Xi(\omega_J)D, \quad D(0) = D_0, \quad (3)$$

где $D(0) = D_0$ — неизвестная матрица ориентации ПСК относительно ИСК в начальный момент времени;

$$D = \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{vmatrix} —$$

матрица поворота с направляющими косинусами d_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$, определяющая ориентацию ПСК относительно ИСК;

$$\Xi(\omega_J) = \begin{vmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{vmatrix}.$$

Стохастическая модель вектора угловой скорости ω_J в соответствии с (2) может быть представлена следующим образом:

$$\omega_J = Z_d - W_d. \quad (4)$$

Подстановка модели (4) в уравнения (3) позволяет получить стохастические дифференциальные уравнения возмущённого движения триэдра БИНС (ПСК J) относительно ИСК:

$$\dot{D} = -\Xi(Z_d)D + \Xi(W_d)D.$$

Для удобства дальнейших преобразований заменим матричную форму представления данных уравнений на векторную. Воспользовавшись правилом преобразования матрицы A размерности $m \times n$ в вектор $A^{(\nu)}$ [7]:

$$A^{(\nu)} = |a_{11} \ a_{21} \ \dots \ a_{m1} \ a_{12} \ a_{22} \ \dots \ a_{m2} \ \dots \ a_{1n} \ a_{2n} \ \dots \ a_{mn}|^T,$$

получим

$$\dot{D}^{(\nu)} = -(E \otimes \Xi(Z_d))D^{(\nu)} + D_*W_d, \quad D^{(\nu)}(0) = D_0^{(\nu)}, \quad (5)$$

где $D^{(\nu)}$ — вектор направляющих косинусов; E — единичная матрица размерности 3×3 ; \otimes — кронекеровское произведение;

$$D_* = \begin{vmatrix} 0 & d_{31} & -d_{21} \\ -d_{31} & 0 & d_{11} \\ d_{21} & -d_{11} & 0 \\ 0 & d_{32} & -d_{22} \\ -d_{32} & 0 & d_{12} \\ d_{22} & -d_{12} & 0 \\ 0 & d_{33} & -d_{23} \\ -d_{33} & 0 & d_{13} \\ d_{23} & -d_{13} & 0 \end{vmatrix},$$

d_{ij} — ij -й элемент матрицы D , $i, j = 1, \dots, 3$.

Полученная система уравнений, описывающая текущую ориентацию триэдра БИНС в ИСК, в соответствии с поставленной задачей оказывается полностью инвариантной к характеру углового движения объекта.

В векторном виде данная система может быть записана как

$$\dot{X} = F(t)X + F_1(X)W_d, \quad (6)$$

где $X = D^{(\nu)}$, $F(t) = -(E \otimes \Xi^T(Z_d))$, $F_1(X) = D_*$.

Уравнения инерциально-спутникового наблюдателя параметров ориентации. Помимо уравнений изменения текущих параметров ориентации БИНС, для построения алгоритма их оценки необходим предварительный синтез уравнения наблюдателя компонентов вектора X (т. е. информационной модели сигнала измерения, явно зависящей от вектора направляющих косинусов X).

В рассматриваемом случае в качестве сигналов наблюдения вектора X используем вектор Z_a выходных сигналов трёх ортогональных акселерометров БИНС. При формировании информационной части вектора Z_a учтём, что, помимо наличия вектора гравитационного ускорения

$$G = |0 \ 0 \ -g|^\top,$$

ЦМ подвижного объекта возмущается вектором ускорений, обусловленных его движением, а также различными случайными факторами. Данный вектор $W = |W_X \ W_Y \ W_Z|^\top$ может быть получен в ГСК по продифференцированным по времени высокоточным измерениям СНС вектора скорости объекта $V = |V_X \ V_Y \ V_Z|^\top$, формируемого на выходе СНС в ГСК (кориолисовым ускорением далее пренебрегаем ввиду его малости по сравнению с ускорениями объекта): $W = \dot{V}$. Таким образом, вектор ускорений, измеряемых акселерометрами в ПСК, равен:

$$Z_a = A(W - G) + W_a, \quad (7)$$

где A — матрица направляющих косинусов разворота ПСК относительно ГСК [25].

В свою очередь, матрица направляющих косинусов A может быть выражена через матрицу направляющих косинусов D следующим образом:

$$A = DB^\top,$$

где

$$B = B(\lambda, \varphi, t) = \begin{vmatrix} \cos(\lambda + \Omega t) & 0 & \sin(\lambda + \Omega t) \\ \sin(\lambda + \Omega t) \sin \varphi & \cos \varphi & -\cos(\lambda + \Omega t) \sin \varphi \\ -\sin(\lambda + \Omega t) \cos \varphi & \sin \varphi & \cos(\lambda + \Omega t) \cos \varphi \end{vmatrix} —$$

матрица текущей ориентации ГСК относительно ИСК, t — текущее время.

Соответственно уравнения (7), трансформированные к виду уравнений наблюдения вектора $X = D^{(\nu)}$, принимают вид

$$Z_a = DB^\top(W - G) + W_a = H(t)X + W_a, \quad (8)$$

$$H(t) = |[B_{(1)}^\top(W - G)] \otimes E_3 \vdots [B_{(2)}^\top(W - G)] \otimes E_3 \vdots [B_{(3)}^\top(W - G)] \otimes E_3| =$$

$$= \begin{pmatrix} B_{(1)}^\top(W-G) & 0 & 0 & : & B_{(2)}^\top(W-G) & 0 & 0 & : & B_{(3)}^\top(W-G) & 0 & 0 \\ 0 & B_{(1)}^\top(W-G) & 0 & : & 0 & B_{(2)}^\top(W-G) & 0 & : & 0 & B_{(3)}^\top(W-G) & 0 \\ 0 & 0 & B_{(1)}^\top(W-G) & : & 0 & 0 & B_{(2)}^\top(W-G) & : & 0 & 0 & B_{(3)}^\top(W-G) \end{pmatrix},$$

где $B_{(i)}^\top$ — i -я строка матрицы B^\top .

Характерной особенностью является возможность наблюдения всех направляющих косинусов ориентации БИНС относительно ИСК в явном виде, что существенно влияет на сходимость и устойчивость процесса их оценивания.

Полученные уравнения изменения текущих параметров ориентации БИНС (6) и их наблюдателя (8) позволяют в полной мере использовать для решения поставленной задачи методы теории стохастической фильтрации [20, 26–32]. На сегодняшний день одним из наиболее эффективных алгоритмов фильтрации по критерию «точность—вычислительные затраты» является расширенный фильтр Калмана [31, 32]. В рассматриваемом случае линейность наблюдателя (8) и незначительное отклонение от линейности оцениваемого вектора состояния (6), обусловленное линейной зависимостью шумовой составляющей от вектора состояния, обеспечивают близость фильтра к линейному, что повышает его вычислительную эффективность. Окончательно квазилинейный фильтр Калмана, построенный по уравнениям «объект—наблюдатель» (6), (8) и обеспечивающий эффективное вычислительное решение поставленной задачи, имеет вид

$$\dot{\hat{X}} = F(t)\hat{X} + K(\hat{X}, t)(Z_a - H(t)\hat{X}), \quad (9)$$

$$K(\hat{X}, t) = R(\hat{X}, t)H^\top(t)D_a^{-1},$$

$$\dot{R}(\hat{X}, t) = F(t)R(\hat{X}, t) + R(\hat{X}, t)F^\top(t) + F_1(\hat{X})D_dF_1^\top(\hat{X}) - K(\hat{X}, t)D_aK^\top(\hat{X}, t),$$

где \hat{X} — вектор текущей оценки вектора состояния (направляющих косинусов) X , $R(\hat{X}, t)$ — апостериорная ковариационная матрица,

$$\hat{X}_0 = M(X_0), \quad R_0 = M[(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^\top].$$

При этом следует иметь в виду, что после оценки компонентов матрицы направляющих косинусов \hat{D} для решения исходной задачи — определения оценки матрицы \hat{A} разворота ПСК относительно ГСК, необходимо полученные текущие оценки матрицы \hat{D} умножать на известную матрицу B^\top :

$$\hat{A} = \hat{D}B^\top$$

(что не приводит к сколько-нибудь существенным вычислительным затратам).

Пример. Эффективность использования предложенного фильтра для оценки параметров угловой ориентации объекта оценивалась в процессе испытаний бортовой части программно-аппаратного комплекса высокоточной системы навигации электропоезда «Ласточка» 4-го уровня автоматизации на Московском центральном кольце (МЦК).

Спутниковая навигационная система состояла из двух навигационных приёмников ГНСС, разнесённых на 16 м вдоль продольной оси локомотива. При последующей оценке результатов эксперимента все показания СНС, соответствующие признаку валидности,

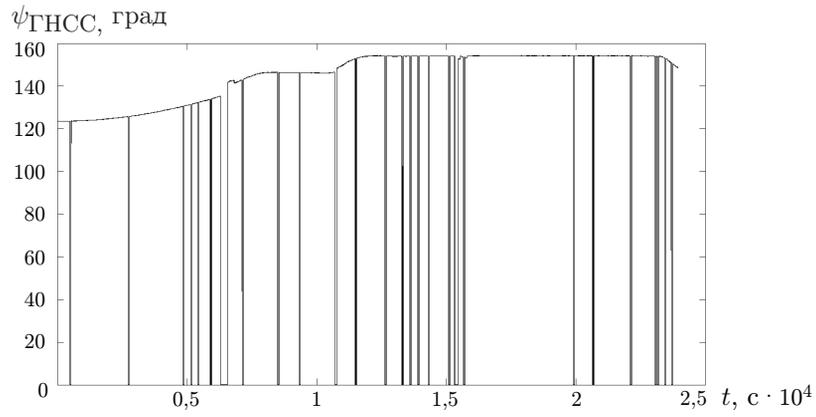


Рис. 2. Оценка угла курса по измерениям ГНСС

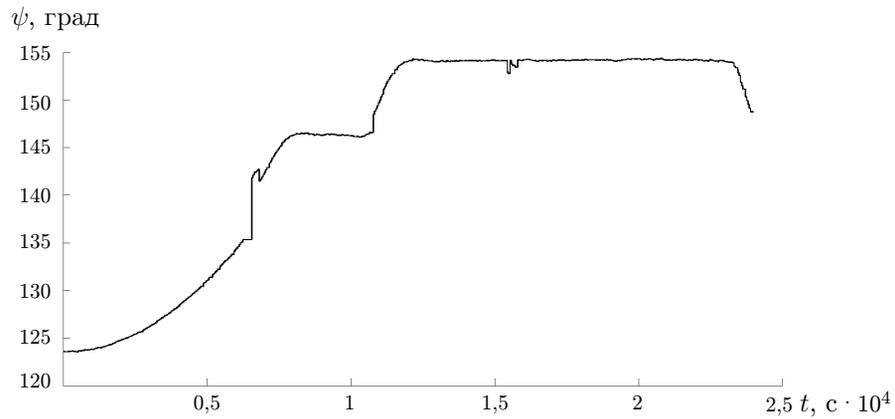


Рис. 3. Оценка угла курса алгоритмом фильтрации

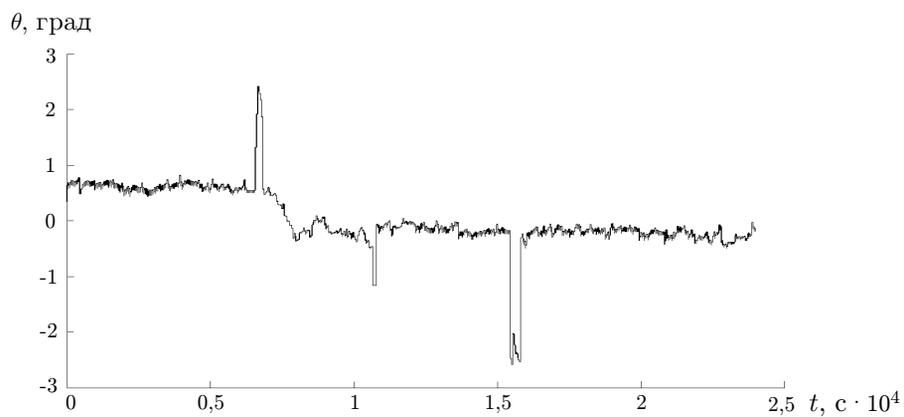


Рис. 4. Оценка угла тангажа алгоритмом фильтрации

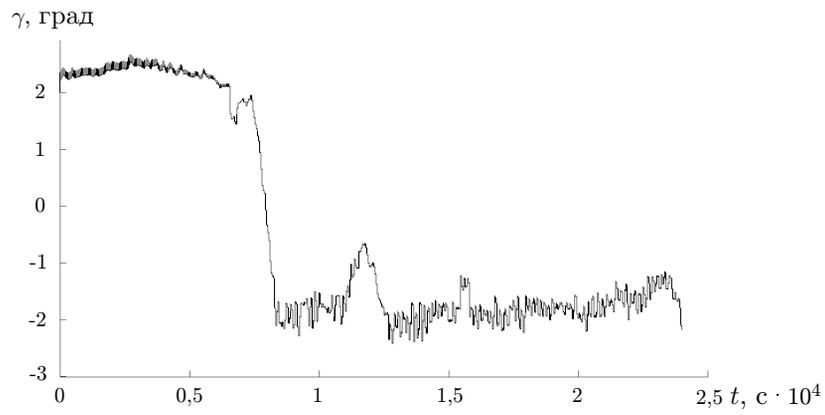


Рис. 5. Оценка угла крена алгоритмом фильтрации

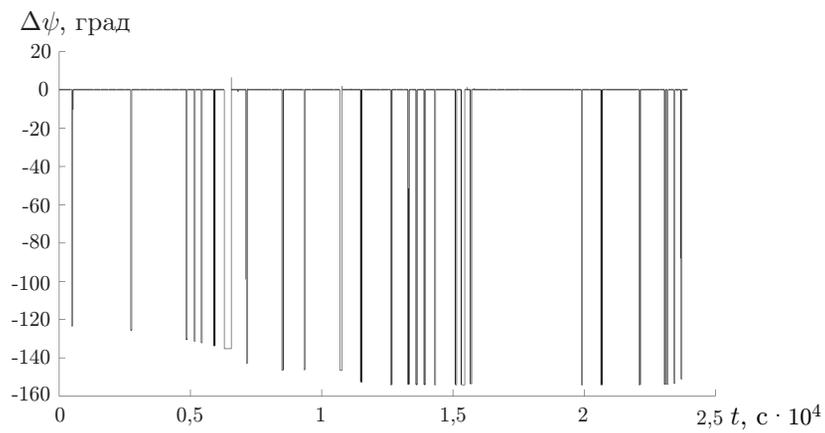


Рис. 6. Ошибка оценки угла курса

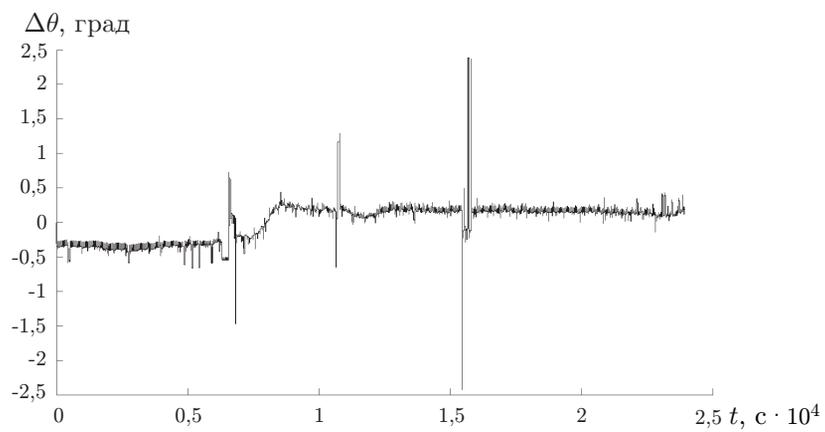


Рис. 7. Ошибка оценки угла тангажа

принимались за эталонные. На рис. 2 приведён характерный график оценок курса ψ продольной оси локомотива по измерениям ГНСС на дистанции от станции Крымская (МЦК) до станции Лужники (МЦК), где время по оси абсцисс представлено соответствующим числом интервалов измерений, равных 0,025 с (невалидные измерения здесь отчётливо выделяются в виде аномальных «выбросов»).

В качестве инерциальных измерений применялись показания МЭМС-акселерометров и МЭМС-ДУС навигационного блока Orientus, непосредственно использованные при решении уравнений фильтра (9) методом Рунге — Кутты 4-го порядка с шагом 0,025 с. Оценка точности предложенного алгоритма оценки осуществлялась путём пересчёта оценок направляющих косинусов матрицы ориентации \hat{A} в углы Эйлера:

$$\psi = \arctg \frac{\hat{a}_{12}}{\hat{a}_{11}}, \quad \theta = -\arcsin \hat{a}_{13}, \quad \gamma = \arctg \frac{\hat{a}_{23}}{\hat{a}_{33}},$$

где \hat{a}_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$ — соответствующие элементы матрицы \hat{A} с последующим их сравнением с углами, полученными по измерениям СНС.

Графики оценок углов курса ψ , тангажа θ и крена γ (не определяемого по показаниям ГНСС), полученные с использованием предложенного алгоритма, приведены на рис. 3–5. Соответствующие графики ошибок оценивания углов курса $\Delta\psi$ и тангажа $\Delta\theta$ приведены на рис. 6, 7.

Анализ результатов показывает, что, несмотря на значительные ошибки МЭМС-измерителей (0,03–0,35 м/с² для акселерометров и $(2–8) \cdot 10^{-3}$ рад/с — для ДУС), процесс оценивания по всем углам оказывается устойчивым и обеспечивает требуемую для данного локомотива точность оценки ориентации его навигационно-измерительного комплекса: ошибки оценивания углов курса и тангажа (с учётом исключения аномальных «выбросов» измерений ГНСС) в установившемся режиме не превышали по углу курса $\Delta\psi \leq 0,05^\circ$ и по углу тангажа $\Delta\theta \leq 0,15^\circ$.

Закключение. В целом полученные результаты позволяют сделать вывод о возможности эффективного применения предложенного подхода для решения задачи угловой ориентации объектов, вращающихся с угловыми скоростями в диапазоне 0–5 град/с и использующих инерциально-спутниковые навигационные системы на основе низко- и среднеточных БИНС.

При этом предложенный алгоритм обеспечивает высокую устойчивость и точность оценивания наряду с незначительными вычислительными затратами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Микрин Е. А., Михайлов М. В. Ориентация, выведение, сближение и спуск космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018. 357 с.
2. Емельянцеv Г. И., Степанов А. П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации /Под общей ред. В. Г. Пешехонова. С.-Пб.: Концерн «Центральный научно-исследовательский институт “Электроприбор”», 2016. 394 с.
3. Микрин Е. А., Михайлов М. В. Навигация космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. 344 с.
4. Salychov O. S. Verified approaches to inertial navigation. Moscow: BMSTU press, 2017. 368 p.
5. Розенберг И. Н., Соколов С. В., Уманский В. И., Погорелов В. А. Теоретические основы тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем. М.: Физматлит, 2018. 305 с.

6. **Матвеев В. В., Распопов В. Я.** Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации на микромеханических датчиках // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: Сб. матер. Санкт-Петербург, 29–31 мая, 2017. С. 264–266.
7. **Соколов С. В., Погорелов В. А.** Стохастическая оценка, управление и идентификация в высокоточных навигационных системах. М.: ООО Издательская фирма «Физико-математическая литература», 2016. 264 с.
8. **Kleusberg A.** Mathematics of attitude determination with GPS // GPS WORLD. Sept., 1995. P. 72.
9. **Савельев В. М., Антонов Д. А.** Выставка бесплатформенной инерциальной системы беспилотного летательного аппарата на подвижном основании // Тр. МАИ. 2011. № 45. С. 45.
10. **Gebre-Egziabher D., Hayward R. C., Powell J. D.** Design of multi-sensor attitude determination systems // IEEE Trans. Aerospace and Electronic Syst. 2004. **40**, Iss. 2. P. 627–649.
11. **Лукаевич В. И., Погорелов В. А., Соколов С. В.** Алгоритм оценки параметров вращения распределённой антенны по спутниковым измерениям // Радиотехника. 2015. № 6. С. 122–132.
12. **Nadler A., Bar-Itzhack I. Y.** An Efficient Algorithm For Attitude Determination Using GPS // ION GPS-98. P. 1783–1789.
13. **Rapoport L., Barabanov I., Khvalkov A. et al.** Octopus: Multi antennae GPS/GLONASS RTK System. ION GPS-2000. P. 797–804.
14. **Bhatti J., Humphreys T.** Hostile control of ships via false GPS signals: Demonstration and detection // NAVIGATION: Journal of The Institute of Navigation. 2017. **64**, N 1. DOI: 10.1002/navi.183.
15. **Psiaki M. L., O’Hanlon B. W., Powell S. P. et al.** GNSS lies, GNSS truth: Spoofing detection with two-antenna differential carrier phase // GPS World. 2014. **25**, N 11. P. 36–44.
16. **Mahony R., Hamel T., Pflimlin J.-M.** Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group // IEEE Trans. Automatic Control. 2008. **53**, N 5. P. 1203–1218. DOI: 10.1109/TAC.2008.923738.
17. **Euston M., Coote P., Mahony R. et al.** A Complementary Filter for Attitude Estimation of a Fixed-Wing UAV // Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conference on Intelligent Robots and Systems. Nice, France, 22-26 Sept., 2008. P. 340–345. DOI: 10.1109/IROS.2008.4650766.
18. **Markley Landis F., Crassidis J., Cheng Y.** Nonlinear attitude filtering methods // Proc. of the Collection of Technical Papers - AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. San Francisco, USA, 15 Aug., 2005. DOI: 10.2514/6.2005-5927.
19. **Kerns A. J., Shepard D. P., Bhatti J. A., Humphreys T. E.** Unmanned aircraft capture and control via GPS spoofing // Journ. Field Robotics. 2014. **31**, N 4. P. 617–636. DOI: 10.1002/rob.21513.
20. **Герасимов Ф. П., Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю. и др.** Система управления движением квадрокоптера на основе каскадных фильтров Калмана // Автометрия. 2022. **58**, № 4. С. 28–38. DOI: 10.15372/AUT20220403.
21. **Mahony R., Hamel T., Pflimlin J.-M.** Complementary filter design on the special orthogonal group // Proc. of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference. 2005. Seville, Spain, Dec. 12-15, 2005. P. 1477–1484. DOI: 10.1109/CDC.2005.1582367.
22. **Roberto G., Dryanovsky I., Xiao J.** Keeping a Good Attitude: A Quaternion-Based Orientation Filter for IMUs and MARGs // Sensors (Basel). 2015. **15**, N 8. P. 19302–19330. DOI: 10.3390/s150819302.

23. **Grant B., Mahony R., Trumpf J.** Complementary filter design on the Special Euclidean group SE // Proc. of the Eur. Control Conference (ECC 2007). Kos, Greece, July 2-5, 2007. P. 8
24. **Ли М. В.** Алгоритм оценки угловой скорости космического аппарата по информации о квадранте ориентации // Наука и образование. Научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2016. № 12. С. 247–263. DOI: 10.7463/1216.0852496.
25. **Ишлинский А. Ю.** Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация: АН СССР. Отделение механики и процессов управления. М.: Наука, 1976. 670 с.
26. **Миллер Б. М., Колосов К. С.** Робастное оценивание на основе метода наименьших модулей и фильтра Калмана // Автоматика и телемеханика. 2020. № 11. С. 72–92. DOI: 10.31857/S0005231020110057.
27. **Poor V., Looze D.** Minimax state estimation for linear stochastic systems with noise uncertainty // IEEE Trans. Automatic Control. 1981. **26**, N 4. P. 902–906. DOI: 10.1109/TAC.1981.1102756.
28. **Sayed A. H.** A framework for state-space estimation with uncertain models // IEEE Trans. Automatic Control. 2001. **46**, N 7. P. 998–1013. DOI: 10.1109/9.935054.
29. **Calafiore G., El Ghaoui L.** Minimum variance estimation with uncertain statistical model // Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control. Orlando, USA, 04-07 Dec., 2001. Vol. 4. P. 3497–3499. DOI: 10.1109/CDC.2001.980400.
30. **Bitar E., Baeyens E., Packard A., Poolla K.** Linear minimax estimation for random vectors with parametric uncertainty // Proc. of the American Control Conference. Baltimore, USA, 30 June 2010 - 02 July, 2010. P. 590–592. DOI: 10.1109/ACC.2010.5531063.
31. **Pullido E. H., Kaufmann H.** Adaptive Methods of Kalman Filtering for Personal Positioning Systems // Proc. of the 23rd Int. Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2010). Portland, USA, 21-24 Sept. 2010. P. 584–589.
32. **Hu C., Chen W., Chen Y., Liu D.** Adaptive Kalman filtering for vehicle navigation // Journ. Global Positioning Systems. 2003. **2**, N 1. P. 42–47. DOI:10.5081/jgps.2.1.42.

Поступила в редакцию 27.01.2023

После доработки 09.03.2023

Принята к публикации 11.04.2023
