

УПРАВЛЯЮЩИЕ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.391:519.2

ПРИНЦИП КАЛИБРОВКИ МАГНИТОМЕТРИЧЕСКОГО ДАТЧИКА, ОСНОВАННЫЙ НА ТОЧНОМ ИЗМЕРЕНИИ ИЗМЕНЕНИЯ ЕГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

© М. А. Райфельд¹, А. Н. Василевский^{2,3}, А. Н. Галянтич^{1,4}

¹Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20

²Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 3

³Новосибирский национальный исследовательский государственный университет,
630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2

⁴Филиал АО «ПО УОМЗ Урал-СибНИИОС»,
630082, г. Новосибирск, ул. Д. Ковальчук, 179/2
E-mail: rajfeld@mail.ru

Магнитометрические измерения широко применяются для решения задач геологии, навигации и ряда других областей. В настоящее время имеет место тенденция миниатюризации и снижения стоимости магнитометров. Однако показания недорогих магнитометров искажены погрешностями, в связи с этим требуется выполнение процедуры калибровки. Описаны математические модели погрешностей, которые используются в большинстве известных исследований и приняты в данной работе. Проведено математическое моделирование измерительных сигналов магнитометра, предложен и исследован принцип калибровки магнитометрического датчика, основанный на точном измерении изменения его пространственного положения в постоянном магнитном поле. Даны оценки точности восстановления калибруемых параметров и ошибок восстановления сигналов, достижимых при выполнении предложенных в работе калибровочных операций.

Ключевые слова: феррозондовый магнитометр, калибровка, теодолит, матрица неортогональности, матрица чувствительности, матрица вращения, собственные числа и векторы, невязка.

DOI: 10.15372/AUT20240212

EDN: JBBWRL

Введение. Получение высокоточных измерений магнитного поля при помощи векторных магнитометров представляет собой сложную задачу, требующую учёта различных факторов. Среди факторов, определяющих ошибки, в первую очередь рассматриваются технологические проблемы при изготовлении векторных магнитометров. Их преодоление предполагает проведение калибровочных мероприятий, исследование и разработка которых является основной темой данной статьи. Отметим, что в публикациях под калибровкой [1–10] понимают расширенные функции, включающие в себя оценку параметров погрешностей изготовления приборов и использование этих оценок для компенсации ошибок измерений в полученных данных. Дополнительным фактором, оказывающим влияние на точность, являются внешние помехи. В большинстве случаев создаваемые внешними источниками магнитные поля образуют аддитивную добавку к измеренным значениям. Борьба с помехами представляет собой отдельную задачу, требующую изучения их свойств и разработку методов ослабления воздействия.

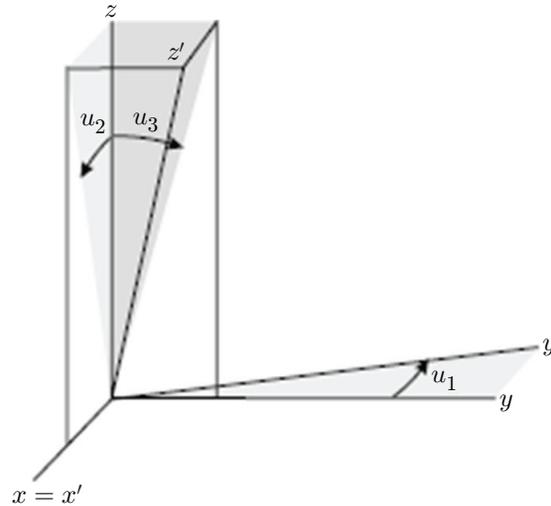


Рис. 1. Ортогональная и неортогональная системы координат, сформированные с использованием осей магнитометрического датчика

Основной целью данной работы является изучение механизмов влияния технологических погрешностей на ошибки измерения, разработка методов получения оценок этих погрешностей и их компенсации в рабочих сигналах, регистрируемых при решении практических задач.

Погрешности приборов, регистрирующих индукцию векторного магнитного поля. Как было отмечено выше, проблемы точного измерения векторного магнитного поля Земли связаны с неидеальностью регистрирующего прибора (магнитометрического датчика) и обычно сводятся к следующим факторам [1, 2].

Во-первых, к неортогональности системы координат, сформированной с использованием его осей, описываемой квадратной матрицей специального вида (1) размерностью 3×3 (матрицей неортогональности):

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\sin u_1 & \cos u_1 & 0 \\ \sin u_2 & \sin u_3 & \sqrt{1 - \sin^2 u_2 - \sin^2 u_3} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

На рис. 1 иллюстрируется соотношение ортогональной (XYZ) и неортогональной ($X'Y'Z'$) систем координат. Каждая строка матрицы \mathbf{P} представляет собой проекции единичных векторов осей (XYZ) на оси ($X'Y'Z'$).

Во-вторых, к различной чувствительности по осям системы координат, описываемой диагональной матрицей (2) размерностью 3×3 (матрицей чувствительности):

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где s_x, s_y, s_z — коэффициенты усиления по соответствующим осям датчика.

И, в-третьих, к смещению «нуля» измерений по осям (характеризующего величину сигнала датчика при отсутствии измеряемого поля), описываемому матрицей (3) размерностью 3×1 (матрицей смещения):

$$\mathbf{W} = [w_x, w_y, w_z]. \quad (3)$$

Одним из путей преодоления проблемы неидеальности датчика является оценка упомянутых матриц в результате специального цикла измерений (калибровки датчика) и компенсация указанных факторов в каждом трёхмерном измерении вектора магнитной индукции $\mathbf{B} = [m_x, m_y, m_z]$. Хотя в большинстве случаев измерение магнитной индукции означает измерение её модуля $\|\hat{\mathbf{B}}\| = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2}$, тем не менее очевидно, что при наличии нескомпенсированных вышеописанных погрешностей изготовления датчика оценка модуля будет иметь значительную ошибку. Компенсация сводится к вычитанию из каждого измерения \mathbf{B} оценённой матрицы смещения \mathbf{W} и умножению на матрицу, обратную произведению матриц чувствительности \mathbf{S} и неортогональности \mathbf{P} :

$$\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B}_0 \mathbf{S}^{-1} \mathbf{P}^{-1}, \quad (4)$$

где $\mathbf{B}_0 = (\mathbf{B} - \mathbf{W})$ — результат компенсации смещения в измеренном значении магнитной индукции, $\hat{\mathbf{B}}$ — несмещённая оценка магнитной индукции после компенсации неортогональности осей магнитометра и различной его чувствительности по осям. Для компенсации двух последних факторов достаточно оценивать произведение матриц $\mathbf{S}^{-1} \mathbf{P}^{-1}$, а не эти матрицы в отдельности. Предлагаемое в данной работе решение задачи калибровки сводится к оценке вектора смещения \mathbf{W} и произведению обратных матриц $\mathbf{S}^{-1} \mathbf{P}^{-1}$ с использованием принципа измерений положения магнитометрического датчика относительно предыдущего его положения в высокоточной измерительной системе и регистрации векторного магнитного поля в каждом из положений.

Компенсация погрешностей измерения магнитометра с использованием предварительной калибровки. Рассмотрим измерительную систему с заведомо ортогональными координатными осями, в которую помещается магнитометрический датчик. Датчик в ней жёстко закреплён в произвольном положении. Измерительная система (вместе с закреплённым датчиком) может быть повернута на произвольный (точно измеряемый) угол вокруг любой оси. В качестве такой измерительной системы может выступать высокоточный теодолит. Измерение магнитной индукции с помощью магнитометра в этом случае представим в виде схемы, приведённой на рис. 2.

Исходное измерение вектора магнитной индукции в системе координат магнитометра ($X'Y'Z'$) обозначим как $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{X'Y'Z'} + \mathbf{W}$, где $\mathbf{B}_{X'Y'Z'}$ — несмещённое измерение магнитной индукции в этой системе координат. Как было отмечено выше, угол поворота системы координат (XYZ) (по отношению к предыдущему положению) точно известен и задаётся в виде матричного преобразования вращения \mathbf{R}_i . Пересчитаем вектор магнитной индукции, измеренный в системе магнитометра $\mathbf{B}_{X'Y'Z'} = [m'_x, m'_y, m'_z]$, в вектор, связанный с системой (XYZ). Имеем:

$$\mathbf{B}_{XYZ} = \mathbf{B}_{X'Y'Z'} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{R}_0, \quad (5)$$

где \mathbf{R}_0 — матрица поворота системы координат магнитометра относительно измерительной системы. Обозначим $\mathbf{S}^{-1} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{R}_0 = \mathbf{T}$. Величина модуля магнитной индукции $\|\hat{\mathbf{B}}\|$ не зависит от матрицы поворота \mathbf{R}_0 , поэтому можно ограничиться оценкой матрицы \mathbf{T} . Измерение магнитометра после поворота на \mathbf{R}_1 измерительной системы можно рассчитать по формуле:

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_{X'Y'Z'} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{R}_0 \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{P} \mathbf{S} + \mathbf{W} = \mathbf{B}_{1X'Y'Z'} + \mathbf{W}. \quad (6)$$

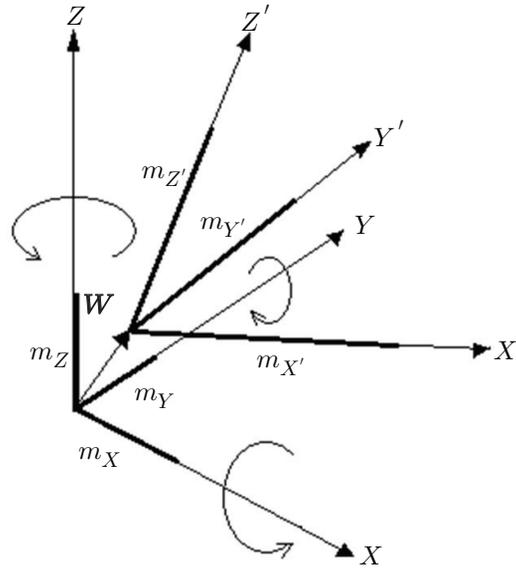


Рис. 2. Представление результатов измерения магнитной индукции в высоко- точной измерительной системе

Преобразование вращения \mathbf{R}_1 (без ограничения общности рассуждений) есть поворот во- круг любой из осей на произвольный угол. Имеем:

$$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

поворот вокруг оси Z на угол α . Повернём систему координат (XYZ) вокруг каждой из осей на 180° . Матрицы поворотов определяются известными выражениями [1]:

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

получаем следующие результаты измерений магнитного поля в системе координат магни- тометра:

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{0X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_x\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{P}\mathbf{S} + \mathbf{W} = \mathbf{B}_{1X'Y'Z'} + \mathbf{W} = \mathbf{B}_1, \\ \mathbf{B}_{0X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_y\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{P}\mathbf{S} + \mathbf{W} = \mathbf{B}_{2X'Y'Z'} + \mathbf{W} = \mathbf{B}_2, \\ \mathbf{B}_{0X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_z\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{P}\mathbf{S} + \mathbf{W} = \mathbf{B}_{3X'Y'Z'} + \mathbf{W} = \mathbf{B}_3. \end{cases} \quad (8)$$

Нижние индексы 0, 1, 2 или 3 при $\mathbf{B}_{X'Y'Z'}$ указывают на несмещённое измерение магнит- ной индукции при различных поворотах относительно начального положения $\mathbf{B}_{0X'Y'Z'}$, соответственно, $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{B}_3$ — измеренные значения магнитной индукции в трёх поло- жениях измерительной системы. Необходимо отметить, что измеренное значение магнитной индукции в начальном положении $\mathbf{B}_0 = \mathbf{B}_{0X'Y'Z'} + \mathbf{W}$. Сложив уравнения (8), получим следующее:

$$\mathbf{B}_{0X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{P}\mathbf{S} + 3\mathbf{W} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3;$$

$$-(\mathbf{B}_{0X'Y'Z'} + \mathbf{W}) + 4\mathbf{W} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3; \quad (9)$$

$$-\mathbf{B}_0 + 4\mathbf{W} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3.$$

Из последнего уравнения следует, что:

$$\mathbf{W} = (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3)/4. \quad (10)$$

Таким образом, вычитая в дальнейшем из всех измерений магнитного поля вектор смещения \mathbf{W} , можно работать с несмещёнными данными. Проведём несколько измерений магнитной индукции, поворачивая систему координат (XYZ) на различные углы, задаваемые матрицами вращения $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$. В результате имеем следующие несмещённые измерения в системе координат магнитометра:

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{1X'Y'Z'} = \mathbf{B}_{X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_1\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{P}\mathbf{S}, \\ \mathbf{B}_{2X'Y'Z'} = \mathbf{B}_{X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_2\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{P}\mathbf{S}, \\ \mathbf{B}_{3X'Y'Z'} = \mathbf{B}_{X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_3\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{P}\mathbf{S}, \\ \mathbf{B}_{4X'Y'Z'} = \mathbf{B}_{X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_4\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{P}\mathbf{S}. \end{cases} \quad (11)$$

Систему матричных уравнений (11) можно также переписать в виде

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0 = \mathbf{B}_{1X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_1^{-1}, \\ \mathbf{B}_{X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0 = \mathbf{B}_{2X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_2^{-1}, \\ \mathbf{B}_{X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0 = \mathbf{B}_{3X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_3^{-1}, \\ \mathbf{B}_{X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0 = \mathbf{B}_{4X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_4^{-1}. \end{cases} \quad (12)$$

Вычитая из первого уравнения второе, третье и четвёртое, получаем следующее:

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{1X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_1^{-1} - \mathbf{B}_{2X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_2^{-1} = 0, \\ \mathbf{B}_{1X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_1^{-1} - \mathbf{B}_{3X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_3^{-1} = 0, \\ \mathbf{B}_{1X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_1^{-1} - \mathbf{B}_{4X'Y'Z'}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_4^{-1} = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Обозначив $\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}_0 = \mathbf{T}$, получаем следующее:

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{1X'Y'Z'}\mathbf{T} - \mathbf{B}_{2X'Y'Z'}\mathbf{T}\mathbf{R}_2\mathbf{R}_1^{-1} = 0, \\ \mathbf{B}_{1X'Y'Z'}\mathbf{T} - \mathbf{B}_{3X'Y'Z'}\mathbf{T}\mathbf{R}_3\mathbf{R}_1^{-1} = 0, \\ \mathbf{B}_{1X'Y'Z'}\mathbf{T} - \mathbf{B}_{4X'Y'Z'}\mathbf{T}\mathbf{R}_4\mathbf{R}_1^{-1} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Матричное уравнение (14) можно представить как систему девяти однородных уравнений вида

$$\mathbf{L}\mathbf{h} = 0, \quad (15)$$

где $\mathbf{h} = \text{vec}(\mathbf{T})$, $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix}$, $\mathbf{h} = [t_{11}, t_{12}, t_{13}, t_{21}, t_{22}, \dots, t_{33}]^T$, а $\mathbf{L} =$

$= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1X'Y'Z'} \otimes \mathbf{I}_3 - \mathbf{B}_{2X'Y'Z'} \otimes \mathbf{I}_3\mathbf{R}_2\mathbf{R}_1^{-1} \\ \mathbf{B}_{1X'Y'Z'} \otimes \mathbf{I}_3 - \mathbf{B}_{3X'Y'Z'} \otimes \mathbf{I}_3\mathbf{R}_3\mathbf{R}_1^{-1} \\ \mathbf{B}_{1X'Y'Z'} \otimes \mathbf{I}_3 - \mathbf{B}_{4X'Y'Z'} \otimes \mathbf{I}_3\mathbf{R}_4\mathbf{R}_1^{-1} \end{bmatrix}$, \otimes — произведение Кронекера, \mathbf{I}_3 — единичная матрица размерности 3×3 . Решением уравнения (15) является вектор \mathbf{h} или, что

Решением уравнения (15) является вектор \mathbf{h} или, что

эквивалентно, связанные с ним элементы матрицы \mathbf{T} . Необходимо отметить важную деталь — реальные измерения индукции магнитного поля производятся не одновременно для всех углов, а в результате последовательных экспериментов, сопровождающихся поворотом измерительной системы. Вследствие этого в промежутках между измерениями значение магнитного поля может меняться случайным образом. Кроме того, на результаты оказывают влияние шумы измерения. С учётом этого вместо матричного уравнения (15) необходимо решать уравнение вида

$$\mathbf{L}\mathbf{h} = \mathbf{e}, \quad (16)$$

где \mathbf{e} — неизвестный вектор невязки, обусловленный наличием ошибок и случайным изменением магнитного поля в процессе измерений. Полагая отсчёты ошибок независимыми, в этой ситуации можно воспользоваться методом наименьших квадратов (МНК), согласно которому в качестве оценки вектора \mathbf{h} следует принять такой вектор, который минимизирует значение функционала $J = \mathbf{h}^\top \mathbf{L}^\top \mathbf{L} \mathbf{h}$ (при условии, что $\mathbf{h}^\top \mathbf{h} \neq 0$). Решение может быть получено в результате нахождения собственных чисел и векторов матрицы $\mathbf{L}^\top \mathbf{L}$. Причём решение \mathbf{h} является собственным вектором $\mathbf{L}^\top \mathbf{L}$, соответствующим минимальному собственному числу λ_{\min} . Для того чтобы оценить матрицу \mathbf{T} , имеющую размер 3×3 , необходимо провести эксперименты с тремя поворотами измерительной системы. При каждом повороте получаем три измерения магнитного поля по соответствующим осям. Таким образом, матрица коэффициентов \mathbf{L} имеет размерность 9×9 , что является достаточным для оценки всех девяти чисел $t_{11}, t_{12}, t_{13}, t_{21}, t_{22}, \dots, t_{33}$, входящих в матрицу \mathbf{T} . В реальности можно использовать больше чем три поворота измерительной системы и, соответственно, большее число измерений магнитного поля $\mathbf{B}_{X'Y'Z'}$. При этом увеличивается количество строк в матрице \mathbf{L} . Так, при четырёх поворотах матрица имеет размерность 12×9 , при шести — 18×9 , при одиннадцати — 33×9 . Увеличение числа измерений позволяет снизить ошибки оценивания коэффициентов матрицы \mathbf{T} .

Оценка качества компенсации погрешностей измерения магнитного поля с использованием теодолита в качестве измерительной системы. Эти ошибки связаны с двумя факторами.

Во-первых, с неточным измерением углов поворота измерительной системы. Для различных теодолитов точность измерения угла поворота колеблется от $0,001$ до $0,05^\circ$. Эта ошибка влияет на результат оценивания \mathbf{T} через соответствующую матрицу \mathbf{R}_i :

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i + \eta_i) & -\sin(\alpha_i + \eta_i) & 0 \\ \sin(\alpha_i + \eta_i) & \cos(\alpha_i + \eta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где η — ошибка, связанная с измерением угла поворота.

Во-вторых, со случайным изменением (флуктуацией) компонент невозмущённого магнитного поля, составляющих, как правило, величины от $2,5$ до $5-7$ нТл. Эти ошибки влияют на результат оценивания \mathbf{T} через вектор невязки $\mathbf{e} = [e_1, e_2, \dots, e_9]^\top$ (16). Предполагается, что значение модуля магнитной индукции составляет 60000 нТл. Ошибки моделируются датчиком нормально распределённых случайных чисел с нулевым средним значением и заданной дисперсией σ_η^2 либо σ_e^2 из адекватного диапазона значений. Воздействие обоих типов ошибок было исследовано с использованием численного моделирования. Их влияние на результат ортогонализации оценивался следующим образом. Пусть известно точное значение матрицы \mathbf{T} (оно может быть рассчитано, поскольку известны истинные значения \mathbf{S} , \mathbf{P} и \mathbf{R}_0). В процессе моделирования формируются случайные добавки к истинным значениям элементов матриц \mathbf{R}_i , а также случайные векторы невязок \mathbf{e} . Далее

(с использованием метода МНК) находится оценка матрицы $\hat{\mathbf{T}}$. Очевидно, что $\mathbf{T} \neq \hat{\mathbf{T}}$. Качество ортогонализации определяется матрицей $\mathbf{C} = \mathbf{T}\hat{\mathbf{T}}^{-1}$. В случае идеальной оценки матрица \mathbf{C} была бы единичной. В реальности матрица \mathbf{C} является матрицей общего вида:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}.$$

Мерой качества ортогонализации может служить норма матрицы $\|\mathbf{C}\|$, определённая как квадратный корень из суммы квадратов всех элементов матрицы \mathbf{C} за исключением диагональных:

$$\|\mathbf{C}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1, j \neq i}^3 (c_{ji})^2}.$$

Результаты моделирования воздействия ошибок различных типов на компенсацию неортогональности и неодинаковой чувствительности магнитометра по осям приведены на рис. 3, 4. Вышеизложенный принцип нахождения корректирующей матрицы \mathbf{T} и матрицы смещения \mathbf{W} предполагает необходимость точного измерения угла поворота системы координат, связанной с осями магнитометра. Этого можно добиться, жёстко закрепив магнитометр на оси оптического визира теодолита. Подставка зрительной трубы теодолита (а значит, и зрительная труба с закреплённым магнитометром) может поворачиваться на произвольный угол вокруг оси Z , а сама зрительная труба — вокруг оси X . Поворот вокруг оси Y на 180° может быть получен в результате поворота вокруг Z на 180° , а затем вокруг X также на 180° для оценки вектора смещения \mathbf{W} . Для оценки матрицы \mathbf{T} достаточно располагать тремя или более измерениями магнитного поля, полученными произвольными поворотами планки с магнитометром вокруг осей X и Z теодолита. На рис. 5 представлены измерения (как функции времени) модуля магнитной индукции при поворотах измерительной системы (реализация 1). Фиксация поворотов системы координат осуществлялась с использованием теодолита. На том же рисунке приведены скорректированные результаты измерений магнитного поля после оценки и компенсации соответствующих технологических погрешностей.

Сравнение предлагаемого подхода к компенсации погрешности измерения магнитного поля Земли с известными методами. Методы оценки параметров при калибровке магнитометра могут применяться как к непосредственным величинам (смещению, различной чувствительности датчика по осям, степени неортогональности), так и косвенным параметрам, возникающим при записи нелинейных уравнений [1, 2], например, при приведении системы уравнений к квадратичной форме. В этом случае вместо упомянутых непосредственных величин определяются параметры эллипсоида. Предложенный в [1] алгоритм калибровки на основе аппроксимации эллипсоида позволил получить погрешность датчика около 400 нТл [1], что является очень большой величиной. Погрешность измерения магнитометра можно скомпенсировать в результате изменения вектора магнитной индукции в условиях движения магнитометра по заданной траектории, например, при вращении датчика в магнитном поле. На этом базируется многопозиционный подход. В условиях отсутствия помех и идеального по характеристикам магнитометра измеренный вектор магнитной индукции описывает сферу в координатах датчика. В реальных условиях из-за погрешностей датчика при производстве, а также внешних помех сфера превращается в эллипсоид со смещённым (относительно сферы) центром. Целью калибровки является нахождение поправки для измерения магнитной индукции путём аппроксимации

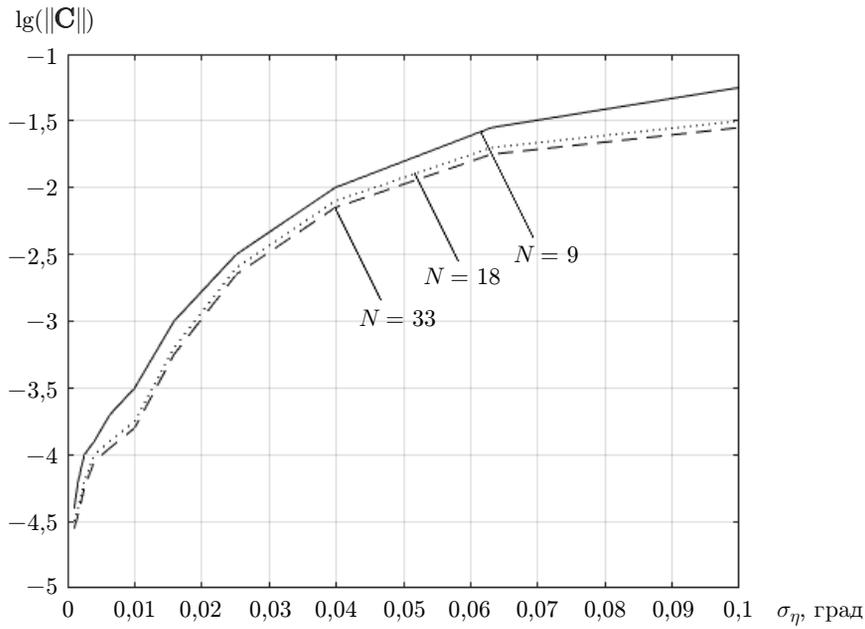


Рис. 3. Зависимость качества ортогонализации от угловой ошибки измерительной системы, N — количество уравнений

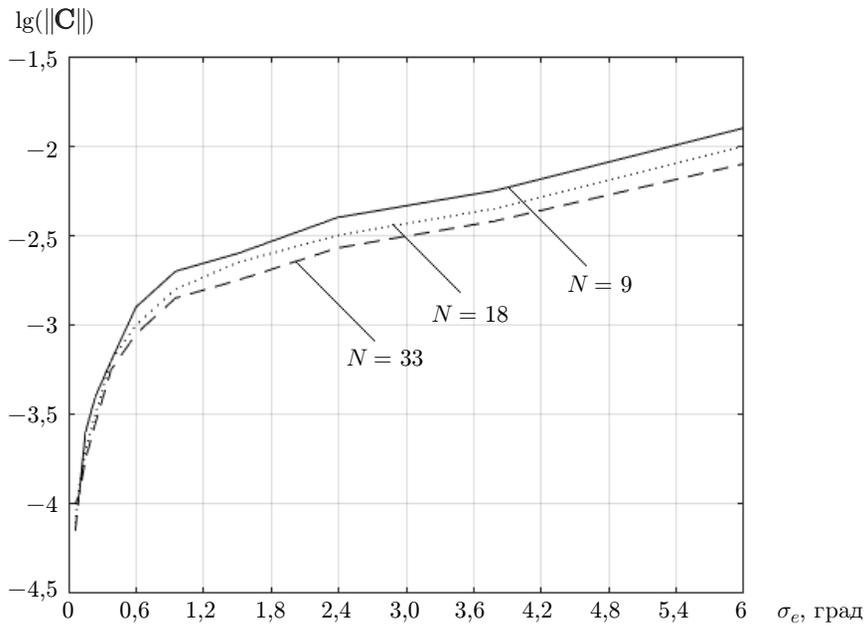


Рис. 4. Зависимость результата ортогонализации от флуктуаций магнитного поля, N — количество уравнений

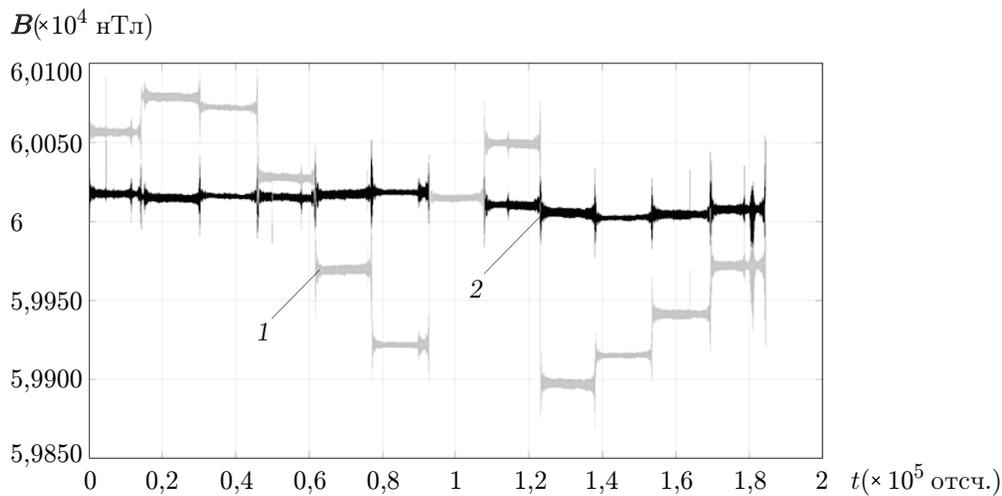


Рис. 5. Представление результатов эксперимента с закреплённым на теодолите магнитометром: 1 — исходный результат измерения модуля магнитной индукции поля Земли при различных углах поворота теодолита, 2 — результат коррекции измерений после компенсации смещения, различной чувствительности по осям и неортогональности осей магнитометра

эллипсоида. Модуль вектора магнитной индукции считается известным. Согласно [2] аппроксимация эллипсоида 12- и 24-позиционными методами позволила снизить исходную погрешность датчика с 7000 нТл — до 300 нТл. В [3, 4] предложена усовершенствованная аппроксимация эллипсоида на основе метода Марквардта — Левенберга, который применяют для решения систем нелинейных уравнений. При этом начальную погрешность магнитометра (100 нТл) удалось снизить до 15 нТл. Двухэтапная калибровка [4] предполагает выполнение на первом этапе сферической аппроксимации для устранения ошибки, вызванной помехами от ферромагнитных материалов или оборудования, находящихся вблизи от магнитометра и обладающих постоянным магнитным полем (искажения «твёрдого железа»). Смещение «твёрдого железа» всегда добавляется к магнитному полю Земли, поэтому показания датчика могут быть скорректированы вычитанием смещения. Ошибку, обусловленную взаимодействием внешнего магнитного поля с ферромагнитными материалами, вызывающими изменение интенсивности и направления регистрируемого поля, но сами не создающие магнитное поле (искажения «мягкого железа»), нельзя удалить, просто вычитая из измерения постоянное смещение. Для компенсации искажений обычно применяется матрица преобразования. На втором этапе осуществляется эллипсоидная аппроксимация, для которой используется алгоритм Марквардта — Левенберга [3]. По некоторым данным, этот подход снижает погрешность с 2000 до 10 нТл. При калибровке магнитометров широко применяются алгоритмы на основе искусственного интеллекта. Так, в [5] предлагается аппроксимация эллипсоида с помощью нейронной сети, обеспечивающая погрешность (после калибровки) в 15 нТл, а также алгоритмы на основе «роя частиц» и его модификаций [7, 8]. Известным недостатком нейронных сетей является тот факт, что для повышения точности вычисления калибровочных параметров необходимо значительное увеличение времени обучения. В [6] предложена линейная калибровочная модель на основе треугольной матрицы параметров неортогональности, чувствительности и вектора смещения, учитывающего эффект «твёрдого железа». Среди существующих подходов к калибровке магнитометров широкое распространение получили регрессионные методы наименьших квадратов. Так, в [9] предлагается линеаризованный метод наименьших

Таблица 1

**Результаты компенсации отклонения модуля магнитной индукции
в зависимости от погрешности измерения углов теодолитом**

№	Погрешность измерения угла теодолитом (стандартное отклонение, с)	Количество измерений магнитной индукции в различных положениях теодолита	Начальное отклонение модуля магнитной индукции вследствие отсутствия ортогональности и различной чувствительности по осям магнитометра (стандартное отклонение, нТл)	Отклонение модуля магнитной индукции после коррекции (стандартное отклонение, нТл)
1	36	3	50	3,62
2	36	6	50	1,7552
3	36	11	50	0,708
4	3,6	3	50	0,1838
5	3,6	6	50	0,1225
6	3,6	11	50	0,07

Таблица 2

**Результаты компенсации отклонения модуля магнитной индукции
в зависимости от погрешности измерения магнитного поля магнитометром**

№	Погрешность измерения поля магнитометром (стандартное по каждой из осей, нТл)	Количество измерений магнитной индукции в различных положениях теодолита	Начальное отклонение модуля магнитной индукции вследствие отсутствия ортогональности и различной чувствительности по осям магнитометра (стандартное отклонение, нТл)	Отклонение модуля магнитной индукции после коррекции (стандартное отклонение, нТл)
1	1	3	50	1,0162
2	1	6	50	0,594
3	1	11	50	0,579
4	0,1	3	50	0,1292
5	0,1	6	50	0,0981
6	0,1	11	50	0,098

квадратов, минимизирующий сумму квадратов невязок заданного и измеренного модуля вектора магнитной индукции для разных его угловых положений в результате линейного приближения оценок калибровочных параметров к их истинным значениям. Среднеквадратическое отклонение (СКО) измерений модуля магнитного поля удалось снизить с 63,6 до 1,4 нТл после калибровки. При этом необходимо, чтобы начальная погрешность измерений была достаточно мала.

Далее для сравнения приводятся результаты компенсации, достижимые с помощью предлагаемого подхода. Они в значительной степени зависят от точности выставления углов теодолитом и качества исполнения магнитометра (погрешность измерения, различная чувствительность по осям, неортогональность осей), а также от количества измерений магнитного поля (при различных положениях теодолита). Эти результаты представлены в виде табл. 1 и 2.

Заключение. На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы. В первичных измерениях магнитной индукции наблюдаются значительные перепады

измеренного модуля магнитного поля (см. рис. 5, кривая 1), составляющие 50...70 нТл при поворотах магнитометра (общий разброс измерений — различие между минимальным и максимальным значениями составляет 200 нТл). Если исключить участки на границах фрагментов (что обусловлено нахождением экспериментатора в непосредственной близости от датчика при перестройке теодолита), то смещение уровней после обработки составляет не более 8...10 нТл (СКО = 5 нТл), что говорит об эффективности предлагаемого метода компенсации погрешностей измерений (предлагаемая технология компенсации близка по результатам к наиболее продвинутым методам калибровки). Приведённая оценка точности может быть улучшена, если к анализу привлечь данные рядом расположенного магнитометра, измеряющего изменения компонент магнитного поля и его модуля в процессе эксперимента. В нашем случае модуль магнитного поля за время измерений менялся в пределах 9 нТл, а восточная компонента поля — в пределах 13 нТл. Поскольку ориентировка системы с высокой точностью по магнитному меридиану — довольно трудоёмкая задача, мы сделали только предварительные расчёты влияния неучтённых эффектов векторного характера изменчивости поля во время эксперимента, получив улучшенную оценку точности восстановления модуля поля в 4 нТл (СКО). Оценка корректирующей матрицы была получена по шести (из двенадцати) участкам записи магнитного сигнала и обеспечила ожидаемый результат для всех двенадцати участков, что также говорит о том, что предложенный подход обладает эффективностью. Следует отметить, что результаты обработки измерений демонстрируют также устойчивость предложенного метода к небольшим ($5-10 \pm$ нТл) изменениям поля в процессе калибровки, что во многих случаях позволит обходиться без привлечения высокоточного вспомогательного абсолютного магнитометра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Renaudin V., Afzal M. H., Lachapelle G.** Complete Triaxis Magnetometer Calibration in the Magnetic Domain // Journ. Sensors. 2010. **2010**. 967245. DOI: 10.1155/2010/967245.
2. **Zhang X., Li X., Feng Y.** Comparison of three kinds of compensation algorithms based on magnetic sensors // Proc. of the 11th IEEE Int. Conf. Electronic Measurement & Instruments (ICEMI 2013). Harbin, China, 16–19 Aug., 2013. DOI: 10.1109/ICEMI.2013.6743138.
3. **Pang H., Chen D., Pan M. et al.** Improvement of magnetometer calibration using Levenberg — Marquardt algorithm // IEEJ Trans. Electrical and Electronic Eng. 2014. **9**, Iss. 3. P. 324–328. DOI: 10.1002/tee.21973.
4. **Wu H., Pei X., Li J. et al.** An improved magnetometer calibration and compensation method based on Levenberg — Marquardt algorithm for multi-rotor unmanned aerial vehicle // Measurement and Control. 2020. **53**, Iss. 3–4. P. 276–286.
5. **Alimi R., Fisher E., Ivry A. et al.** Low power in situ AI calibration of a three-axial magnetic sensor // IEEE Trans. Magnetics. 2019. **55**, Iss. 7. 4002407. DOI: 10.1109/TMAG.2019.2894983.
6. **Mohamadabadi K., Hillion M.** An automated indoor scalar calibration method for three-axis vector magnetometers // IEEE Sensors Journal. **14**, Iss. 9. 2014. P. 3076–3083.
7. **Ouni M. A., Landry R.** Particle swarm optimization algorithm in calibration of MEMS-based low-cost magnetometer // Proc. of the IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS). Savannah, USA, 11–14 April, 2016. DOI: 10.1109/PLANS.2016.7479679.
8. **Gong X., Song Z., Xi X.** Error calibration of three axis magnetometer based on Global Artificial Fish Swarm Algorithm // Proc. of the IEEE Int. Conf. IEEE Region 10 (TENCON 2013). Xi'an, China, 22–25 Oct., 2013. DOI: 10.1109/TENCON.2013.6718453.

9. **Munschy M., Boulanger D., Ulrich P., Bouiflane M.** Magnetic mapping for the detection and characterization of UXO: Use of multi-sensor fluxgate 3-axis magnetometers and methods of interpretation // Journ. Appl. Geophysics. 2007. **61**, Iss. 3–4. P. 168–183.
10. **Акимов И. О., Илюхин С. Н., Ивлев Н. А., Колосов Г. Е.** Методика калибровки магнитометра на этапе наземной диагностики систем космического аппарата // Инженерный журнал: наука и инновации. 2018. № 5. С. 1–18. DOI: 10.18698/2308-6033-2018-5-1762.

Поступила в редакцию 30.11.2023

После доработки 30.11.2023

Принята к публикации 16.01.2024
