

УДК 519.876.5

## СОБЫТИЙНО-ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ

© Ю. В. Шорников<sup>1,2</sup>, К. А. Тимофеев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет,  
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20  
E-mail: shornikov@corp.nstu.ru, k.timofeev@corp.nstu.ru

Решается задача управления транспортным движением с помощью модельно-ориентированного метода. Для разработки математической модели предложен автоматный формализм. В строгом соответствии с условиями задачи определены состояния детерминированного конечного автомата (ДКА) и предикаты направленных переходов. Для реализации ДКА выполнен переход к диаграмме Харела (statechart) — унифицированному математическому и программному обеспечению современных мировых инструментальных средств моделирования. Решение поставленной задачи доказано конструктивно таблицей состояний с соответствующей динамикой и вычислительными экспериментами выбранного сценария в передовых отечественных и зарубежных инструментальных средах моделирования обозначенного класса событийных систем. Вычислительные эксперименты показали полное совпадение с конструктивным анализом.

*Ключевые слова:* компьютерное моделирование, событийно-дискретные модели, модельно-ориентированное проектирование, алгоритм управления, детерминированные конечные автоматы, диаграммы Харела.

DOI: 10.15372/AUT20240214

EDN: LTWEUQ

**Введение.** Проектирование алгоритмов систем управления событийными динамическими процессами является актуальной задачей. Для синтеза алгоритмов управления используют разные подходы: классические методы оптимизации [1], нейросетевые методы [2], методы формальной верификации [3] и, наконец, автоматные методы [4]. Методы оптимизации применительно к данной задаче ограничены дискретной природой объекта управления. Нейросетевые технологии требуют значительных вычислительных ресурсов и достоверной статистики, которая не рассматривается в настоящей постановке задачи. Современные методы верификации с языком спецификаций Event-B на платформе RODIN [5] являются мощным инструментом формального синтеза алгоритма управления по логическим выражениям условий задачи. Однако в отличие от диаграмм Харела в алгоритме отсутствует явная семантика дискретного поведения состояний объекта управления. Поэтому для решения поставленной задачи выбран автоматный метод с использованием диаграмм Харела [6]. Данный подход для исследования событийно-дискретных процессов поддерживается современным программным обеспечением — MTSS [7], AnyLogic [8], Stateflow [9], ISMA [10], Ptolemy II [11], SimInTech [12].

Целью представленной работы является разработка модели управления транспортными потоками автоматным методом.

**Постановка задачи.** Рассмотрим пример событийно-дискретной системы [13]. На рис. 1 приведена схема одностороннего, управляемого светофорами движения автомобилей с материка на остров с ограничениями количества автомобилей на мосту и острове.

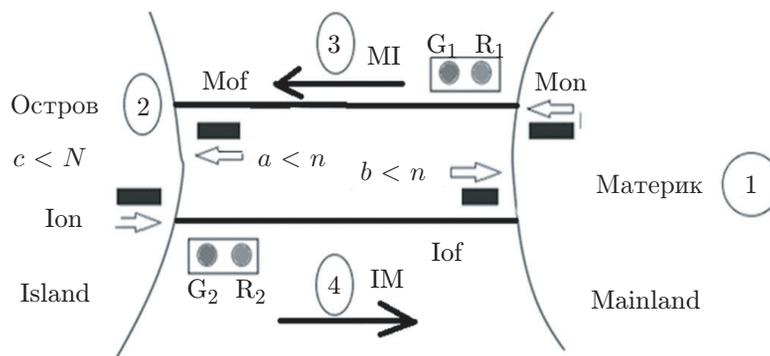


Рис. 1. Одностороннее, управляемое светофором движение автомобилей

Введём обозначения для формальной постановки задачи. Материк (Mainland) будем обозначать символом  $M$  и цифрой 1 в соответствующем индексе; остров (Island) — символом  $I$  и цифрой 2 в соответствующем индексе;  $(R_1, G_1)$ ,  $(R_2, G_2)$  — светофоры с красным и зелёным сигналом на материке и острове соответственно;  $Mon$ ,  $Mof$ ,  $Ion$ ,  $Iof$  — сенсоры присутствия при въезде/выезде (on/off) автомобилей на мост при движении с материка (MI) и обратно (IM);  $a$  — текущее количество автомобилей на мосту, движущихся с материка на остров (MI);  $c$  — текущее количество автомобилей на острове;  $b$  — количество автомобилей, движущихся с острова на материк (IM);  $N$  — максимально допустимое количество автомобилей на острове (ёмкость острова);  $n$  — максимально допустимое количество автомобилей на мосту (ёмкость моста).

Условия задачи для автомобилей включают:

- 1) заезд на мост только на зелёный сигнал светофоров ( $G_1$  или  $G_2$ );
- 2) автомобиль едет без остановок только в одном направлении с постоянной скоростью;
- 3) приоритет выезда с моста в обоих направлениях;
- 4) приоритет заезда на мост с острова.

Задачу управления движением автомобилей с принятыми условиями и обозначениями будем исследовать в виде детерминированного конечного автомата (ДКА)

$$A = (S, s_0, \delta, P, F), \quad (1)$$

где  $S$  — конечное множество состояний;  $s_0 \in S$  — начальное состояние;  $F \subseteq S$  — конечные состояния;  $\delta: S \times P \rightarrow S$  — функция переходов;  $P \in bool$  — предикаты переходов.

Пусть  $S = \{s_i\}$ ,  $i = \overline{1, 4}$  — состояния автомата, причём  $s_1, s_2$  соответствуют зелёному сигналу светофора на материке  $G_1$  и острове  $G_2$ ;  $s_3, s_4$  — красному на материке  $R_1$  и острове  $R_2$ . Согласно условиям задачи допустимые комбинации сигналов светофоров —  $(G_1, R_2)$ ,  $(G_2, R_1)$  и  $(R_1, R_2)$ . Доопределим  $A$  следующим образом. Пусть

$$\delta(s_i, p_{ij}) = \begin{cases} s_j, & s_i \times p_{ij} \rightarrow s_j; \\ \emptyset, & s_i \times p_{ij} \rightarrow \emptyset, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\emptyset$  — пустые состояния, недостижимые из  $s_i \in S$ ,  $1 \leq i \leq 4$ ,  $1 \leq j \leq 4$ ;  $p_{ij} \in P$ ,  $1 \leq i \leq 4$ ,  $1 \leq j \leq 4$ .

Тогда детерминированный конечный автомат (1)–(2) будет полностью определённым, если

$$\forall p \in P \forall s \in R \exists \delta(p, s) = R \mid R = S \cup \{\emptyset\}. \quad (3)$$

Пары состояний  $(s_i, s_j)$ ,  $\forall i, j = \overline{1, 4}$  автомата (1) будем называть смежными, если  $s_j$  достижимо из  $s_i$ . Построим матрицу смежности состояний [14] полностью определённого

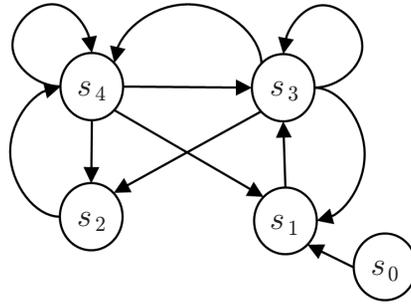


Рис. 2. Полностью определённый ДКА

автомата (1)–(3) согласно заданным условиям. Так,  $s_2$  недостижимо из  $s_1$  потому, что в  $s_2$  разрешён проезд в направлении  $MI$ , и в результате мост занят  $a > 1$ , и в  $s_2$  обратное движение  $IM$  невозможно. Из  $s_3$  можно перейти в  $s_2$  по условию приоритета движения  $IM$  и т. д. Исходя из условий задачи, матрица смежности состояний принимает вид

$$\Delta = \begin{pmatrix} \emptyset & \emptyset & s_3 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & s_4 \\ s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

В соответствии с матрицей смежности состояний (4) на рис. 2 приведён граф ДКА.

Для определения предикатов  $p_{ij} \in P$ ,  $1 \leq i \leq 4$ ,  $1 \leq j \leq 4$  сформулируем необходимые, но недостаточные условия значений сенсоров  $Sr \in bool^4$  на интервале моделирования

$$Sr(k) = \{Mon, Mof, Ion, Iof\}, \quad k \in [0, ke], \quad (5)$$

где  $ke = k_{end}$  — конец интервала моделирования.

По условию задачи светофор на материке управляется так, что зелёный сигнал светофора на материке  $G_1$  определяется, если выполняются следующие условия:

- 1) есть автомобиль с материка  $Mon = true$ ;
- 2) нет автомобиля с острова  $Ion = false$ ;
- 3) нет выезда с моста при движении  $MI$  —  $Mof = false$ .

Сенсорное условие на материке для обеспечения  $G_1$  определено предикатом  $Sr_M$  так, что

$$Sr_M = (Mon = true) \wedge (Ion = false) \wedge (Mof = false). \quad (6)$$

Светофор на острове управляется таким образом, что зелёный сигнал  $G_2$  определяется, если

- 1) есть автомобиль с острова, т. е.  $Ion = true$ ;
- 2) нет выезда с моста при движении  $IM$  —  $Iof = false$ .

Тогда сенсорное условие на острове для обеспечения  $G_2$  определено предикатом

$$Sr_I = (Ion = true) \wedge (Iof = false). \quad (7)$$

Условия ограничения по количеству автомобилей на мосту (Bridge) и острове (Island) определим, соответственно, предикатами  $q_B \in bool$  и  $q_I \in bool$

$$q_B : \quad (a + b) \leq n, \quad (8)$$

$$q_I : (a + c) \leq N. \quad (9)$$

При движении МІ с материка на остров должны выполняться оба условия (8)–(9), поэтому условие по ёмкости моста и острова

$$q_M = q_I \wedge q_B, \quad (10)$$

при обратном движении ІМ учитывается только (8), поэтому

$$q_I = q_B. \quad (11)$$

Тогда необходимым и достаточным условием обеспечения зелёного сигнала светофора на материке и острове, соответственно, будет одновременное выполнение сенсорных и ёмкостных условий:

$$G_M : Sr_M \wedge q_M, \quad (12)$$

$$G_I : Sr_I \wedge q_I. \quad (13)$$

**Динамика дискретных переменных.** Опишем дискретные поведения  $d_i \in D$ ,  $1 \leq i \leq 4$  в каждом состоянии  $s_i \in S$ ,  $1 \leq i \leq 4$  в соответствии с условиями задачи и принятыми определениями.

*Состояние  $s_1$ .* Выполняется (10) — заезд на мост с материка разрешён. На мосту продолжается движение с материка на остров с текущим количеством автомобилей на мосту  $a$ . Общая семантика этого состояния будет иметь вид

$$a++, \quad (14)$$

где  $a++$  здесь и в дальнейшем — операция присваивания  $a = a + 1$ .

*Состояние  $s_2$ .* Выполняется условие перемещения по мосту с острова (11) с количеством автомобилей на мосту  $b$ . По аналогии с (14) текущее значение будет иметь вид  $b++$ . Выезд с острова нового автомобиля означает, что число автомобилей на острове станет  $c--$ . Тогда общая семантика этого состояния будет

$$b++, \quad c--. \quad (15)$$

*Состояние  $s_3$ .* Запрещён въезд на мост с обеих сторон —  $R_1, R_2$ . Движение по мосту продолжается с материка на остров. При этом

$$a = \begin{cases} a--, & Mof = true; \\ a, & else, \end{cases} \quad c = \begin{cases} c++, & Mof = true; \\ c, & else. \end{cases}$$

Или более компактно

$$if (Mof), \quad then (a--; c++). \quad (16)$$

*Состояние  $s_4$ .* Запрещён заезд на мост с обеих сторон. Движение по мосту продолжается с острова на материк. При этом

$$b = \begin{cases} b--, & Iof = true; \\ b, & else. \end{cases}$$

Или более компактно по аналогии с (15)

$$\text{if } (Iof), \text{ then } b--. \quad (17)$$

Имитационная модель одностороннего движения по мосту представлена регистром сдвига  $r[1 : T]$ , где  $T$  — транспортное запаздывание (тактов) на мосту [14].

Выполнение условия (10) открывает движение МІ по зелёному сигналу  $G_1$  на материке. Тогда тактовая имитация движения на мосту будет иметь вид

$$r_{i+1} = r_i, \quad i = \overline{1, T-1}, \quad r_1 = 1, \quad k \in [0, ke]. \quad (18)$$

Здесь и в дальнейшем потактовый сдвиг регистра вправо  $r_{i+1} = r_i$ ,  $i = \overline{1, T-1}$ , будем обозначать  $r \mapsto$ . Учитывая условие одностороннего движения на мосту, для имитации движения ІМ будет использован тот же регистр  $r$ . Поэтому, если выполняется (10), по аналогии с (16) движение по мосту с острова будет соответствовать

$$r \mapsto, \quad r_1 = 1. \quad (19)$$

Наконец, при закрытом движении в оба направления будут гореть  $R_1$ ,  $R_2$  и движение по мосту будет без притока автомобилей с материка/острова. Поэтому потактовая имитация будет определена как

$$r \mapsto, \quad r_1 = 0. \quad (20)$$

**Имитация сенсоров.** Согласно обозначениям, сенсоры

$$Sr = \{Mon, Mof, Ion, Iof\}, \quad Sr \in bool^4, \quad (21)$$

имитируют наличие или отсутствие (on/off) автомобилей на въезде/выезде на мост и с моста при движении с материка и обратно. Имитация сенсоров в данном случае сводится к формированию значений в последовательностях

$$Sr(k) = false \vee true, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (22)$$

Сенсоры наличия автомобилей на материке  $Mon(k)$  и острове  $Ion(k)$  задаются определёнными моментами  $k_1 \in [1, ke - 1]$  и  $k_2 \in [1, ke - 1]$  соответственно. Сенсоры выезда с моста фиксируют наличие автомобиля последним элементом регистра сдвига. Тогда

$$Mon(k) = \begin{cases} true, & \forall k = k_1; \\ false, & else, \end{cases} \quad Mof = \begin{cases} true, & r_T = 1; \\ false, & else, \end{cases} \quad (23)$$

$$Ion(k) = \begin{cases} true, & \forall k = k_2; \\ false, & else, \end{cases} \quad Iof = \begin{cases} true, & r_T = 1; \\ false, & else. \end{cases}$$

**Вычисление смежных предикатов.** Для моделирования событийно-дискретной системы управления движением преобразуем ДКА в диаграмму Харела. Для этого исключим петли, полагая  $p[i, i] = false$ ,  $3 \leq i \leq 4$ , и определим соответствующую семантику карты состояний с дискретными поведением  $d_i \in D$ , где  $i, j$  — номера состояний.

Тогда матрица смежных состояний ДКА (4) трансформируется в табл. 1 с учётом  $false$  на главной диагонали и в несмежных состояниях. Остальные значения смежных предикатов вычислены в соответствии с (2)–(13) и (21)–(23).

Таблица 1

Вычисление смежных предикатов  $p_{ij} \in P$

$i/j$	1	2	3	4
1	<i>false</i>	<i>false</i>	$\neg G_M$	<i>false</i>
2	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	$\neg G_I$
3	$G_M$	$G_I \wedge (a = 0)$	<i>false</i>	$\neg G_M \wedge (a = 0)$
4	$G_M \wedge (b = 0)$	$G_I$	$\neg G_I \wedge (b = 0)$	<i>false</i>

**Дискретная семантика состояний.** Примем, что при переходе в состояние  $s_1$  и  $s_2$  два признака автомобиля на текущем такте  $k$  определены как

$$Mon(k) = true, \quad Mon[k+1] = false, \quad (24)$$

$$Ion(k) = true, \quad Ion[k+1] = false.$$

Значения 1 и 0 (наличие или отсутствие автомобилей) записываются в  $r[1]$  первыми элементами регистра последовательно в смежных состояниях  $s_1$  и  $s_3$ . Тогда с учётом (14), (18) имеем

$$d_1 : \quad a++; \quad r \mapsto; \quad r_1 = 1. \quad (25)$$

Состояние  $s_2$  также обеспечивает приток автомобилей на мост и по аналогии с состоянием  $s_1$ , и с учётом (15), (19) имеем

$$d_2 : \quad b++; \quad c--; \quad r \mapsto; \quad r_1 = 1. \quad (26)$$

В состоянии  $s_3$  происходит выезд автомобилей с моста при движении на остров, и с учётом (12), (17) имеем

$$d_3 : \quad \text{if } (r_T = 1), \quad \text{then } (a--; c++); \quad r \mapsto; \quad r_1 = 0. \quad (27)$$

В состоянии  $s_4$  происходит выезд автомобилей с моста при движении на материк, и с учётом (13), (17) имеем

$$d_4 : \quad \text{if } (r_T = 1), \quad \text{then } (b--); \quad r \mapsto; \quad r_1 = 0. \quad (28)$$

**Тестирование.** Определим тестовый сценарий моделирования следующим образом. Заезд партии автомобилей из четырёх автомобилей с материка при  $k = 1$ . Пятый автомобиль заезжает на 44 такте. Тогда с учётом (23), (24) имеем  $k_1 = \{1, 3, 5, 7, 44\}$ . Обратное движение автомобилей с острова начинается на 31 такте партией из двух автомобилей. Третий автомобиль выезжает на 45 такте. Тогда с учётом (23), (24) имеем  $k_2 = \{31, 33, 45\}$ . Начальные условия в  $s_0$  определены как  $a = 0, b = 0, c = 0, k = 0, N = 4, n = 2, T = 10, r = 0, ke = 66$ .

Результаты аналитического исследования данного сценария приведены в табл. 2 и 3. В таблицах выделены такты, на которых фиксируется прохождение автомобиля в заданных точках маршрута и указаны состояния светофоров: R — красный, G — зелёный.

В представленном сценарии переезд с материка четырёх автомобилей происходит в соответствии с картой дискретного поведения за 25 тактов. Далее мост закрыт для движения с материка в связи с ограничениями ёмкости острова ( $a + c \leq N$ ). Выезд с острова трёх автомобилей разрешён с момента  $k = 31$ , причём первые два автомобиля выезжают друг

Таблица 2

## Динамика состояний с дискретным поведением (такты 1–30)

Состояния		1	3	1	3...3	3	1	3	1	3...3	3	3	3	4...4		
Участки	Заезд на мост (МІ)	1		2			3		4	$a = 2$ $c = 2$						
	Такты ( $k$ )	1	2	3	4	$a = 2$					11	12	13	14	15	
	Выезд с моста (МІ)						1		2				3		4	
	Светофор материка	G	R	G	R	R	G	R	G		R	R	R	R	R	R

Таблица 3

## Динамика состояний с дискретным поведением (такты 31–66)

Состояния		2	4	2	4...4	4	4	4	1	3...3	3	2	4...4	4	
Участки	Заезд на мост (МІ)								5	$a = 2$ $c = 2$					
	Такты ( $k$ )	44													
	Выезд с моста (МІ)										5				
	Такты ( $k$ )	$c = 3$		$c = 2$							54	55			
	Заезд на мост (ОМ)	1		2								3			
	Такты ( $k$ )	31	32	33	34	$c = 2$		$c = 2$			55		56	$c = 3$	
	Выезд с моста (ІМ)					1		2						3	
	Такты ( $k$ )					41	42	43			55		65		66
	Светофор материка	R	R	R	R	R	R	R	G		R	R	R	R	R
	Светофор острова	G	R	G	R	R	R	R	R		R	R	G	R	R

за другом, а третий — выезжает с острова позже при  $k = 44$ , когда мост уже занят пятым автомобилем с материка. Возник спланированный конфликт в выбранном сценарии. Несмотря на предпочтение движения с острова, третий автомобиль с острова не может захватить ввиду загрузки моста пятым автомобилем с материка. В результате по выбранному сценарию за 66 тактов пять автомобилей с материка проехали на остров и три вернулись обратно. На острове осталось два автомобиля, мост свободен к концу моделирования, когда  $k = ke = 66$  тактов.

**Вычислительные эксперименты.** Разработанная модель ДКА реализована в инструментальных средах SimInTech, MATLAB/Stateflow, Ptolemy II и показала совпадение результатов с табл. 2 и 3. Поэтому здесь продемонстрируем результаты в SimInTech. При проектировании алгоритма управления в SimInTech был использован смешанный подход, где карта состояний конечного автомата преобразовывалась в направленный сигнальный граф. Полученные результаты моделирования приведены на рис. 3 и 4 и совпадают с результатами аналитических исследований.

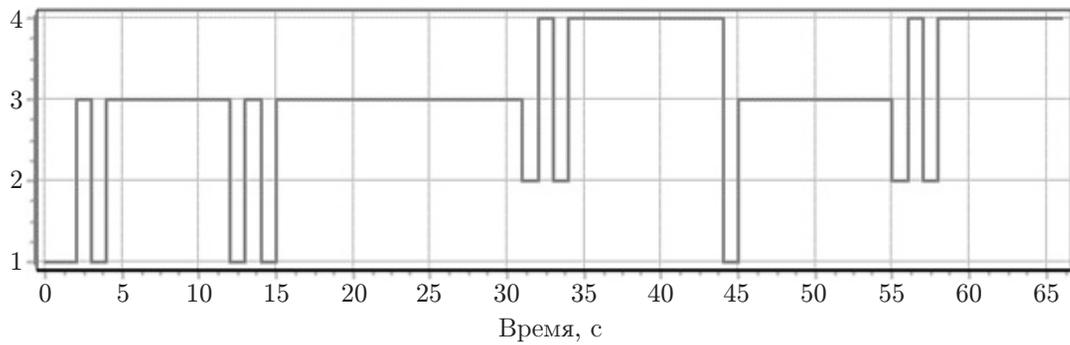


Рис. 3. Динамика состояний конечного автомата

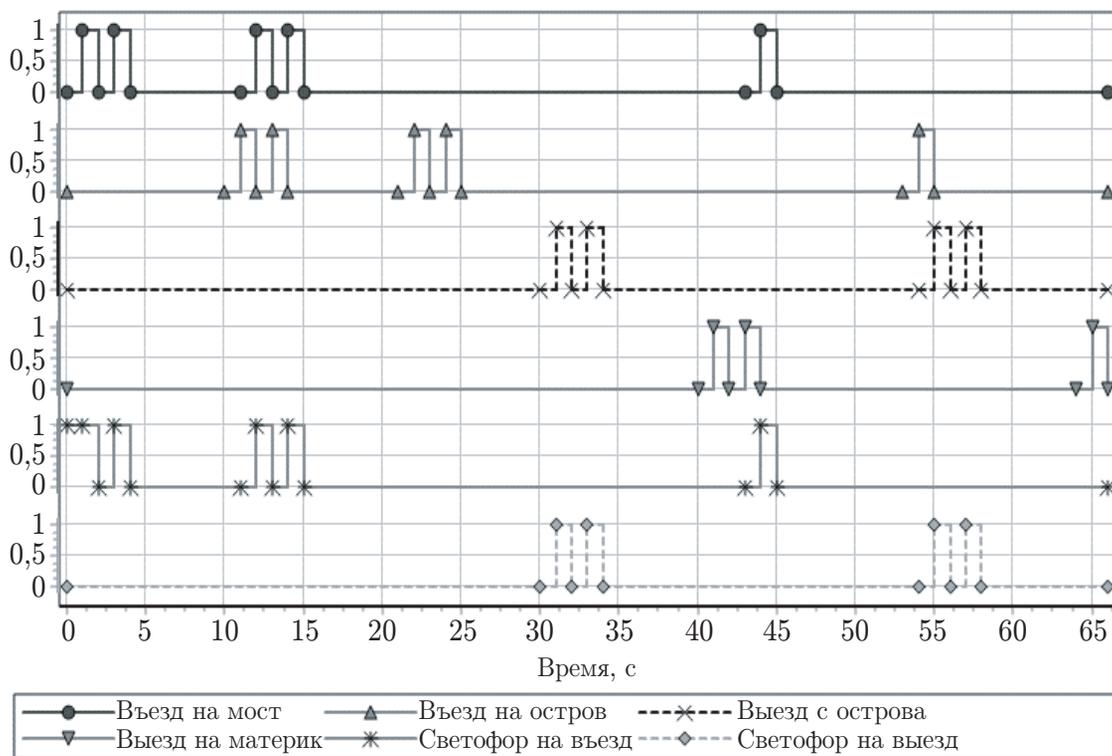


Рис. 4. Дискретная динамика конечного автомата

**Заключение.** Решена задача проектирования детерминированного конечного автомата для задачи управления односторонним движением транспортных потоков. Для компьютерной реализации ДКА использованы диаграммы состояний Харела. Семантика дискретных поведений в состояниях и предикаты переходов вычислены в строгом соответствии с условиями задачи. Для верификации алгоритма на соответствие заданным требованиям выполнено компьютерное моделирование с применением среды имитационного моделирования SimInTech, согласно выбранному тестовому сценарию. Тестовые испытания выбранного сценария проведены для сравнения и в других инструментальных средах и показали полное совпадение с конструктивным анализом. Это позволяет проводить широкомасштабный ситуационный компьютерный анализ для принятия оптимальных решений на объектах обозначенного класса с событийно-дискретными процессами.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Kirk D. E.** Optimal Control Theory: An Introduction. New-Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1970. 452 p.
2. **Агафонов А. А., Юмаганов А. С., Мясников В. В.** Адаптивное управление дорожными сигналами на основе нейросетевого прогноза максимального взвешенного потока // Автометрия. 2022. **58**, № 5. С. 85–97. DOI: 10.15372/AUT20220510.
3. **Вельдер С. Э., Шалыто А. А.** О верификации простых автоматных программ на основе метода Model Checking // Информационно-управляющие системы. 2007. № 3. С. 27–38.
4. **Шамров М. И.** Автоматный подход к синтезу имитационной модели транспортной системы // Инновационные, информационные и коммуникационные технологии. 2018. № 1. С. 196–198.
5. **Abrial J.-R., Butler M., Hallerstedte S. et al.** Rodin: An open toolset for modelling and reasoning in Event-B // Int. Journ. Software Tools for Technology Transfer. 2010. **12**. P. 447–466. DOI: 10.1007/s10009-010-0145-y.
6. **Harel D.** Statecharts: A visual formalism for complex systems // Science of Computer Programming. 1987. **8**, Iss. 3. P. 231–274. DOI: 10.1016/0167-6423(87)90035-9.
7. **Рудометов С. В., Окольнішников В. В., Журавлев С. С.** Реализация распределённого имитационного моделирования в системе MTSS // Автометрия. 2023. **59**, № 4. С. 71–77. DOI: 10.15372/AUT20230408.
8. **Колесов Ю. Б., Сениченков Ю. Б.** Моделирование систем. Динамические и гибридные системы. СПб.: БХВ-Петербург, 2012. 224 с.
9. **Казаненко М. Д.** Применение теории конечных автоматов при моделировании сложных систем с использованием программы Stateflow // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2015. № 1. С. 389–392.
10. **Новиков Е. А., Шорников Ю. В.** Компьютерное моделирование жестких гибридных систем. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2013. 451 с.
11. **Ptolemaeus C.** Editor, System Design, Modeling, and Simulation Using Ptolemy II. URL: <http://ptolemy.org/systems> (дата обращения: 16.11.2023).
12. **Карташов Б. А., Шабаетв Е. А., Козлов О. С., Щекатуров А. М.** Среда динамического моделирования технических систем SimInTech: Практикум по моделированию систем автоматического регулирования. М.: ДМК Пресс, 2017. 424 с.
13. **Abrial J.-R.** Modelling in Event-B: System and Software Engineering. N.-Y.: Cambridge University Press, 2010. 584 p.
14. **Седжвик Р.** Фундаментальные алгоритмы на C++. Алгоритмы на графах. СПб.: ДиаСофт, 2002. 496 с.

*Поступила в редакцию 16.11.2023*

*После доработки 25.12.2023*

*Принята к публикации 26.12.2023*

---