УДК 621.391.6

# СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ФАЗОВЫХ ШУМОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ В КОГЕРЕНТНЫХ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ OFDM-СИГНАЛОВ

## © В. А. Варданян

Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 630102, г. Новосибирск, ул. Кирова, 86 E-mail: vardgesvardanyan@mail.ru

Рассматривается когерентная волоконно-оптическая система передачи OFDM-сигналов. Исследуется спектр нелинейных фазовых шумов, возникающих в оптическом волокне при нелинейном режиме функционирования оптического тракта. Показано, что спектр нелинейных фазовых шумов состоит из частотных составляющих как на основной частоте канала, так и комбинационных частотах, попадающих в полосу канальных сигналов OFDM. Приведены оценочные формулы для определения помехозащищённости канальных сигналов посредством расчёта Q-фактора в зависимости от параметров системы передачи, в частности, от числа, формата модуляции (QPSK, M-QAM) и мощности канальных сигналов. Приводится пример расчёта Q-фактора для канальных сигналов формата QPSK. Показана необходимость ограничения уровня оптической мощности в волокне для достижения требуемого показателя качества сигналов, например, при передаче многоканального сигнала по волокну длиной 100 км необходимо ограничить уровень мощности до 6,5, 7,4 и 8,8 дБм при использовании методов коррекции ошибок FEC, HD-FEC и SD-FEC соответственно.

*Ключевые слова:* волоконно-оптические системы передачи, OFDM, QPSK, M-QAM, фазовая самомодуляция, фазовая кроссмодуляция, Q-фактор.

DOI: 10.15372/AUT20240302 EDN: GGMLPR

Введение. В настоящее время актуальной задачей является увеличение пропускной способности когерентных волоконно-оптических систем передачи со спектральным разделением каналов (CO-DWDM — Coherent Dense Wavelengths Multiplexing). Одним из способов увеличения пропускной способности является использование технологии ортогонального частотного мультиплексирования (CO-OFDM — Coherent Orthogonal Frequency Division Multiplexing) в оптическом диапазоне [1, 2], при которой каналы формируются с помощью спектрально-эффективных форматов модуляции, например квадратурно-фазовой модуляции (QPSK — Quadrature Phase-Shift Keying) или квадратурно-амплитудного формата модуляции разного уровня (M-QAM — Quadrature Amplitude Modulation) [3–6]. Технология OFDM позволяет использовать современные методы цифровой обработки сигналов (ЦОС) на передающей и приёмной сторонах, не затрагивая оптическую инфраструктуру сети, и имеет почти удвоенную спектральную эффективность в сравнении с традиционными системами с частотным разделением каналов. Если при формировании каналов СО-OFDM использовать форматы модуляции сигналов QPSK и M-QAM, то пропускная способность возрастёт в несколько раз.

Для повышения пропускной способности CO-OFDM-системы передачи приходится увеличивать количество оптических каналов, что приводит к росту суммарной оптической мощности в волокне, что, в свою очередь, приводит к переходу оптического тракта в нелинейный режим функционирования. При нелинейном режиме функционирования тракта появляются нелинейные фазовые шумы, которым сильнее подвержены канальные сигналы,



Puc. 1. Структурная схема CO-OFDM-системы передачи

сформированные амплитудно-фазовыми форматами модуляции QPSK и M-QAM [7, 8]. Эти фазовые шумы искажают сигналы в каналах и приводят к ухудшению показателей качества сигнала на приёмной стороне. В [3, 4] анализируется степень влияния на показатели качества сигнала нелинейных фазовых шумов, возникающих в волокне в интервале времени, в котором передаются сигнальные символы (временной анализ). Опираясь на результаты, полученные в [3, 4], в данной работе проводится спектральный анализ нелинейных фазовых шумов, возникающих в волокне.

Целью предлагаемой работы является более глубокое исследование влияния нелинейных фазовых шумов на канальные OFDM-сигналы с использованием метода спектрального анализа. Оценка показателя качества канальных сигналов проводится с помощью расчёта Q-фактора в частотной области. Для достижения поставленной цели используется методика расчёта, приведённая в работах [3, 4], следуя которой многоканальный оптический сигнал, состоящий из суммы ортогональных сигналов, представляется широкополосным одиночным сигналом.

Структурная схема СО-OFDM-системы передачи. Структурная схема CO-OFDM-системы передачи представлена на рис. 1. Для генерации оптических несущих OFDM-сигнала используется высокостабильная несущая частота  $\omega_0$  лазерного диода (ЛД), подающаяся на оптический синтезатор частот (Синтезатор), на выходе которого имеем N разнесённых по спектру оптических несущих частот  $\omega_k$ , где k = 1, 2, ..., N. Выходной сигнал оптического синтезатора часто называют оптическим частотным «комбом» (Optical Frequency Comb) [9, 10]. Частотный интервал между этими несущими соответствует частотному интервалу  $\Delta \omega$  OFDM-сигнала. Для пространственного разделения оптических несущих частот комба на выходе синтезатора подключён оптический демультиплексор (Демультиплексор). Далее, в зависимости от формата модуляции, каждая оптическая несущая модулируется информационными сигналами по амплитуде  $S_k$  и фазе  $\varphi_k$ . Для формирования в оптическом канале амплитудно-фазовых многопозиционных сигналов используются сигналы с квадратурными амплитудами:  $I_k = S_k \cos{(\varphi_k)}$  (синфазная) и  $Q_k = S_k \sin(\varphi_k)$  (квадратурная по отношению к синфазной). Совокупности квадратурных амплитуд  $I_k$  и  $Q_k$  и соответствующие им фазы  $\varphi_k$  формируют созвездие сигнальных точек в IQ-диаграмме. Отметим, что  $I_k, Q_k, \varphi_k$  изменяются соответственно информационным сигналам и постоянны в течение длительности передачи одного символа. Например, для формата модуляции QPSK нормированные сигнальные точки в IQ-диаграмме характеризуются:  $I_k = \pm \sqrt{2}/2; \ Q_k = \pm \sqrt{2}/2; \ \varphi_k = \pm \pi/4, \pm 3\pi/4.$  Такие оптические модуляторы реализуются на основе объединения интерферометров Маха — Цандера с фазовращением в плечах интерферометра [5]. После модуляции несущих информационными данными на выходе каждого из модуляторов имеем оптические канальные сигналы. После их объединения в мультиплексоре (Мультиплексор) формируется оптический OFDM-сигнал, который усиливается в оптическом усилителе (OУ) и вводится в оптическое волокно (OB). В настоящее время коммерчески доступны и получили широкое применение эрбиевые оптические усилители (EDFA — Erbium Doped Fiber Amplifier). В приёмной части OFDM-сигнал предварительно усиливается в ОУ<sub>2</sub> и подаётся на когерентный (гомодинный) фотоприёмник. В качестве местного гетеродина используется перестраиваемый высокостабильный  $\Pi \Pi$ , несущая частота  $\omega_k$  которого настроена для приёма определённого канального сигнала k = 1, 2, ..., N. При фотодетектировании используется балансная схема, для реализации которой требуется гибридный направленный ответвитель (Гибридный НО) и четыре фотодиода ( $\Phi Д$ ), каждая пара которых предназначена для выделения квадратурных амплитуд сигнала [11, 12]. Далее квадратурные амплитуды обрабатываются в аппаратуре цифровой обработки сигналов (ЦОС), где выделяются переданные информационные данные.

Спектральный анализ влияния нелинейных фазовых шумов на сигналы. Для упрощения математического описания влияния нелинейных фазовых шумов, возникающих в оптическом волокне, на сигналы, предположим, что применяемые в системе оптические усилители полностью компенсируют потери в оптическом тракте и не вносят дополнительных шумов.

На выходе каждого модулятора оптическое поле описывается:

$$E_k(t) = I_k \cos\left(\omega_k t\right) - Q_k \sin\left(\omega_k t\right). \tag{1}$$

После мультиплексирования всех спектральных каналов оптическое поле в точке S:

$$E_{S}(t) = \sum_{k=1}^{N} E_{k}(t) = \sum_{k=1}^{N} I_{k} \cos(\omega_{k}t) - \sum_{k=1}^{N} Q_{k} \sin(\omega_{k}t).$$
(2)

Для достижения поставленной цели воспользуемся методикой оценки влияния нелинейных фазовых шумов, приведённой в [3, 4], согласно которой многоканальный оптический OFDM-сигнал, состоящий из суммы ортогональных сигналов, представляется широкополосным одиночным амплитудно-модулированным сигналом на фиктивной частоте  $\omega_f = (\omega_1 + \omega_N)/2$ . В этом случае анализ упрощается, так как вместо многоканального сигнала, состоящего из частотно-разделённых оптических канальных сигналов, рассматриваем один фиктивный амплитудно-модулированный сигнал, мощность которого с точностью совпадает с мощностью OFDM-сигнала (рис. 2).

Нас интересует амплитуда этого фиктивного сигнала, так как, зная её величину, можно найти мощность сигнала. Таким образом, в точке *S* оптическое поле можно описать в виде одиночного широкополосного сигнала:

$$E_S(t) = E_m(t)\cos\left[\omega_f t + \Phi(t)\right],\tag{3}$$



Рис. 2. Спектр оптического ОFDM-сигнала

где квадрат амплитуды этого сигнала определяется [3]:

$$E_m^2(t) \simeq P_S \Big\{ 1 + \frac{1}{NP_k} \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ l \neq p}^N I_l I_p \cos\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] + \frac{1}{NP_k} \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ l \neq p}^N Q_l Q_p \cos\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] + \frac{1}{NP_k} \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ l \neq p}^N I_l Q_p \sin\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] \Big\}.$$
(4)

Здесь  $P_S$  — среднее значение уровня оптической мощности в точке S;  $P_S = NP_k \simeq NE_k^2 \simeq$  $\simeq \sum_{k=1}^{N} E_k^2 = \sum_{k=1}^{N} (I_k^2 + Q_k^2)$ ;  $P_k$  — нормированная средняя мощность канального сигнала формата M-QAM.

Распространяясь по волокну, сигнал приобретает дополнительные нелинейные фазовые сдвиги (искажения) в индивидуальных канальных сигналах. Величина нелинейного набега фазы зависит от модуля квадрата амплитуды оптического поля  $|E_m(t)|^2$  (мощности), которая изменяется не только во времени, но и вдоль оптического волокна [3]. Таким образом, происходит накопление нелинейной фазы, т. е. суммирование (интегрирование) мощности по длине волокна (вдоль оси z). Поскольку мощность при фиксированном расстоянии на элементарном dz участке волокна флуктуирует около среднего значения со случайной амплитудой, то при большом количестве слагаемых таких случайных амплитуд результирующая нелинейная фаза флуктуирует по нормальному закону распределения:

$$\Phi_{NL}(t) \simeq \gamma \int_{0}^{L} |E_m(t)|^2 \,\mathbf{e}^{-\alpha z} \, dz \simeq \gamma L_{eff} P_S \Big\{ 1 + \frac{1}{NP_k} \sum_{l=1}^{N} \sum_{p=1, \ l \neq p}^{N} I_l I_p \cos\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] + \frac{1}{NP_k} \sum_{l=1}^{N} \sum_{p=1, \ l \neq p}^{N} I_l I_p \cos\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] \Big\} \Big\} = 0$$

$$+\frac{1}{NP_k}\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1,\ l\neq p}^{N}Q_lQ_p\cos\left[(\omega_l-\omega_p)t\right] + \frac{1}{NP_k}\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1,\ l\neq p}^{N}I_lQ_p\sin\left[(\omega_l-\omega_p)t\right]\Big\},\tag{5}$$

 $\gamma$  и  $L_{e\!f\!f}$  — нелинейный коэффициент и эффективная длина оптического волокна соответственно.

Как видно из (5), нелинейный сдвиг фазы состоит из суммы двух слагаемых — постоянной  $\bar{\Phi}_{NL}$ , не зависящей от времени сдвига нелинейной фазы, и переменной  $\tilde{\Phi}_{NL}(t)$ , зависящей от времени сдвига нелинейной фазы:

$$\Phi_{NL}(t) \simeq \Phi_{NL}(t) = \bar{\Phi}_{NL} + \bar{\Phi}_{NL}(t), \qquad (6)$$

где

$$\bar{\Phi}_{NL} = \gamma L_{eff} P_S,\tag{7}$$

$$\tilde{\Phi}_{NL}(t) \approx \gamma L_{eff} \bigg\{ \sum_{l=1}^{N} \sum_{p=1, \, l \neq p}^{N} I_l I_p \cos\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] + \sum_{l=1}^{N} \sum_{p=1, \, l \neq p}^{N} Q_l Q_p \cos\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] + \sum_{l=1}^{N} \sum_{p=1, \, l \neq p}^{N} I_l Q_p \sin\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] \bigg\}.$$
(8)

Результаты моделирования в работе [3] показали, что случайный характер изменения амплитудных позиций в информационных сигналах в разных каналах приводит к тому, что при  $N \ge 32$  сумма слагаемых с двойными суммами в выражении (8) представляет собой случайную флуктуацию фазы, имеющую нормальный закон распределения с нулевым средним значением.

Поскольку нелинейный фазовый сдвиг  $\Phi_{NL}(t)$  получают все канальные сигналы, то достаточно рассмотреть оптическое поле одного канала с индексом k, достигшее точки R:

$$E_k^*(t) = I_k \cos\left[\omega_k t + \Phi_{NL}(t)\right] - Q_k \sin\left[\omega_k t + \Phi_{NL}(t)\right],\tag{9}$$

или

$$E_k^*(t) = \{I_k \cos [\Phi_{NL}(t)] - Q_k \sin [\Phi_{NL}(t)]\} \cos (\omega_k t) - \{Q_k \cos [\Phi_{NL}(t)] + I_k \sin [\Phi_{NL}(t)]\} \sin (\omega_k t).$$
(10)

В нелинейном режиме функционирования волокна, когда  $|\Phi_{NL}(t)| \ll 1$ , можно предположить, что  $\cos(\Phi_{NL}(t)) \approx 1$ ,  $\sin(\Phi_{NL}(t)) \approx \Phi_{NL}(t)$ . Так, например, в стандартном одномодовом оптическом волокне (SSMF — Standard Single Mode Fiber) длиной 100 км, с параметрами  $\gamma = 1,2 \ (\text{Bt} \cdot \text{км})^{-1}$ ,  $L_{eff} = 21 \ \text{км}$  при  $P_S = 7 \ \text{дБм}$ , постоянная составляющая нелинейного фазового шума равняется  $\bar{\Phi}_{NL} = \gamma L_{eff} P_S \approx 0,126$  рад, а косинус и синус этой величины можно аппроксимировать величинами  $\cos(0,126) \approx 0,992 \approx 1$ ,  $\sin(0,126) \approx 0,126 \ \text{рад} \approx \bar{\Phi}_{NL}$ . Следовательно, учитывая условие  $|\Phi_{NL}(t)| \ll 1$ , выражение (10) можно аппроксимировать:

$$E_k^*(t) \simeq \{I_k - Q_k \Phi_{NL}(t)\} \cos(\omega_k t) - \{Q_k + I_k \Phi_{NL}(t)\} \sin(\omega_k t) = \underbrace{\{I_k \cos(\omega_k t) - Q_k \sin(\omega_k t)\}}_{\text{Сигнал}} - \underbrace{\{Q_k \Phi_{NL}(t) \cos(\omega_k t) + I_k \Phi_{NL}(t) \sin(\omega_k t)\}}_{\text{Помеха (канальная)}}.$$
(11)

Сравнивая (1) и (11), видим, что на приёмной стороне, кроме канального сигнала, появляется аддитивный нелинейный шум в виде внутриканальной помехи. Суммарное поле многоканального сигнала, достигшее точки R, определяется:

$$E_R^*(t) = \sum_{k=1}^N E_k^*(t) = \sum_{\substack{k=1\\\text{OFDM-CИГНАЛ}}}^N E_k^* - \sum_{\substack{k=1\\\text{NEDM-CИГНАЛ}}}^N \{Q_k \Phi_{NL}(t) \cos\left(\omega_k t\right) + I_k \Phi_{NL}(t) \sin\left(\omega_k t\right)\}, \quad (12)$$

где первое слагаемое характеризует переданный OFDM-сигнал, а второе слагаемое является шумом (помехой). Дальнейшая задача — описание спектра этого шума. Учитывая, что нелинейная фаза состоит из суммы постоянной и переменной составляющих (см. (6)), суммарное шумовое поле  $E_{noise}$  тоже будет состоять из суммы двух полей  $\bar{E}_{noise}$  (далее постоянная составляющая, так как амплитуда не зависит от времени) и  $\tilde{E}_{noise}$  (далее переменная составляющая, поскольку амплитуда зависит от времени):

$$E_{noise}(t) = \sum_{k=1}^{N} \{Q_k \Phi_{NL}(t) \cos(\omega_k t) + I_k \Phi_{NL}(t) \sin(\omega_k t)\} =$$

$$= \sum_{k=1}^{N} \{Q_k \bar{\Phi}_{NL} \cos(\omega_k t) + I_k \bar{\Phi}_{NL} \sin(\omega_k t)\} +$$

$$= \sum_{k=1}^{N} \{Q_k \tilde{\Phi}_{NL}(t) \cos(\omega_k t) + I_k \tilde{\Phi}_{NL}(t) \sin(\omega_k t)\} =$$

$$= \bar{E}_{noise} + \tilde{E}_{noise}, \qquad (13)$$

где с учётом (7) имеем

$$\bar{E}_{noise}(\omega_k) = \sum_{k=1}^{N} \{ Q_k \bar{\Phi}_{NL} \cos(\omega_k t) + I_k \bar{\Phi}_{NL} \sin(\omega_k t) \} =$$
$$= \gamma L_{eff} P_S \sum_{k=1}^{N} \{ Q_k \cos(\omega_k t) + I_k \sin(\omega_k t) \},$$
(14)

$$\tilde{E}_{noise} = \sum_{k=1}^{N} \{ Q_k \tilde{\Phi}_{NL}(t) \cos\left(\omega_k t\right) + I_k \tilde{\Phi}_{NL}(t) \sin\left(\omega_k t\right) \}.$$
(15)

Как видно из (14), спектр постоянной составляющей поля этого шума сконцентрирован на канальных частотах  $\omega_k$ . Расчёт спектра переменной составляющей поля шума (15) приведён в Приложении. Анализ спектра данного шума показывает, что в составе спектра появляются не только составляющие на основной частоте  $\omega_k$  канальных сигналов, но и составляющие на комбинационных частотах  $2\omega_k - \omega_p$ ,  $\omega_k - \omega_l + \omega_p$ ,  $\omega_k + \omega_l - \omega_p$ . После группировки частотных составляющих найдём шумовые амплитуды напряжённости поля, попадающие в канал с индексом k и влияющие на квадратурные амплитуды этого канального сигнала (см. Приложение):

$$E_{I.noise}(\omega_k) = \gamma L_{eff} P_S Q_k \left\{ 1 + \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N-1} \left[ Q_p I_p \frac{I_k}{Q_k} + 2Q_p^2 + I_p^2 \right] \right\};$$

$$E_{Q.noise}(\omega_k) = \gamma L_{eff} P_S I_k \left\{ 1 + \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N-1} \left[ Q_p I_p \frac{Q_k}{I_k} + 2I_p^2 + Q_p^2 \right] \right\},$$
(16)

$$\tilde{E}_{I.noise}(2\omega_k - \omega_p) = \gamma L_{eff} P_S I_k Q_k \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N-1} \left[ 3I_p + \left( 2\frac{Q_k}{I_k} - \frac{I_k}{Q_k} \right) Q_p \right];$$

$$\tilde{E}_{Q.noise}(2\omega_k - \omega_p) = \gamma L_{eff} P_S I_k Q_k \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N-1} \left[ 3Q_p + \left( 2\frac{I_k}{Q_k} - \frac{Q_k}{I_k} \right) I_p \right],$$
(17)

$$\tilde{E}_{I.noise}(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p) = \gamma L_{eff} P_S Q_k \frac{1}{2P_S} \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{\substack{p=1, \ p \neq l}}^{N-1} [I_l I_p + Q_l Q_p];$$

$$\tilde{E}_{Q.noise}(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p) = \gamma L_{eff} P_S I_k \frac{1}{2P_S} \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{\substack{p=1, \ p \neq l}}^{N-1} [I_l I_p + Q_l Q_p].$$
(18)

Как видно из (16)–(18), искажения квадратурных составляющих в канале зависят не только от параметров оптического волокна  $(\gamma, L_{eff})$ , вводимой в волокно оптической мощности  $P_S$ , уровня сигнальных выборок  $I_k$  и  $Q_k$ , которые передаются в заданном интервале времени (соответствующем времени передачи одного символа), но и от сигнальных выборок в других каналах многоканального OFDM-сигнала, передаваемых в данном интервале времени. Отметим, что  $I_k$ ,  $Q_k$  изменяются соответственно информационным сигналам и постоянны в течение длительности передачи одного символа. При большом количестве слагаемых в суммах, приведённых в (16)–(18), амплитуда напряжённости поля шума каждой из частотных составляющих будет стремиться к нормальному распределению и оценка искажения сигнальных выборок Ik и Qk упрощается. Таким образом, для оценки влияния на сигналы этих шумовых частотных составляющих необходимо найти среднеквадратические отклонения амплитуд каждой из частотных составляющих по квадратурным сигналам (16)–(18) и рассчитать показатель качества канальных сигналов с помощью Q-фактора. Для оценки величин среднеквадратических отклонений амплитуд (16)–(18) для разных канальных форматов модуляции (QPSK и M-QAM) требуется воспользоваться методами компьютерного моделирования.

Оценка влияния фазовых шумов на показатели качества канальных сигналов формата модуляции QPSK. Для расчёта среднеквадратических отклонений амплитудных составляющих шума в течение длительности одного символа, описываемых формулами (16)–(18), проводилось компьютерное моделирование в вычислительной среде Mathcad с применением встроенных функций «stdev». Оказалось, что для QPSK-сигналов, где  $I_k = \pm \sqrt{2}/2$ ,  $Q_k = \pm \sqrt{2}/2$ , среднеквадратическую дисперсию слагаемых (16)–(18), находящихся под суммами, можно выразить с помощью выражений, зависящих от числа каналов. Для упрощения обозначим символом  $\langle \cdot \rangle$  операцию нахождения среднеквадратических величин функций в угловых скобках. Анализ результатов моделирования показал, что для N-канальной системы передачи (канальные сигналы независимы друг от друга), когда в каналах передаются QPSK-сигналы, при  $N \ge 32$ , имеем

$$\sigma_1 = \left\langle \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N-1} Q_p I_p \right\rangle \leqslant \frac{1}{4\sqrt{N}},\tag{19}$$

$$\sigma_2 = \left\langle \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N-1} Q_p \right\rangle \simeq \left\langle \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N-1} I_p \right\rangle \leqslant \frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{N}},\tag{20}$$

$$\sigma_3 = \left\langle \frac{1}{2P_S} \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{p=1, \ p \neq l}^{N-1} [I_l I_p + Q_l Q_p] \right\rangle \leqslant \frac{\sqrt{2}}{4}.$$
(21)

Результаты моделирования также показали, что слагаемые внутри сумм (16), где присутствуют  $Q_p^2$  и  $I_p^2$ , представляют собой постоянные величины в интервале передачи одного символа:

$$\frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^N 2Q_p^2 \simeq \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^N 2I_p^2 \simeq \frac{1}{2}; \qquad \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^N Q_p^2 \simeq \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^N I_p^2 \simeq \frac{1}{4}.$$
 (22)

Таким образом, учитывая (19)–(22), среднеквадратические отклонения амплитуд шума (16)–(18) определяются соотношениями:

$$\begin{cases} \sigma_{I}(\omega_{k}) = \gamma L_{eff} P_{S} Q_{k} \sigma_{I1}; \\ \sigma_{Q}(\omega_{k}) = \gamma L_{eff} P_{S} I_{k} \sigma_{Q1}, \end{cases}$$
(23)  

$$\text{где } \sigma_{I1} \simeq \sigma_{Q1} \leqslant 1 + \frac{1}{4\sqrt{N}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7\sqrt{N} + 1}{4\sqrt{N}}, \\ \begin{cases} \sigma_{I}(2\omega_{k} - \omega_{p}) = \gamma L_{eff} P_{S} I_{k} Q_{k} \sigma_{I2}; \\ \sigma_{Q}(2\omega_{k} - \omega_{p}) = \gamma L_{eff} P_{S} I_{k} Q_{k} \sigma_{Q2}, \end{cases}$$
(24)  

$$\text{где } \sigma_{I2} \simeq \sigma_{Q2} \leqslant \sqrt{3(\sigma_{2})^{2} + (\sigma_{2})^{2}} = 2\sigma_{2} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{N}}, \\ \begin{cases} \sigma_{I}(\omega_{k} \pm \omega_{l} \mp \omega_{p}) = \gamma L_{eff} P_{S} Q_{k} \sigma_{3}; \\ \sigma_{Q}(\omega_{k} \pm \omega_{l} \mp \omega_{p}) = \gamma L_{eff} P_{S} I_{k} \sigma_{3}, \end{cases} \end{cases}$$

где 
$$\sigma_3 \leqslant \frac{\sqrt{2}}{4}.$$
 (25)

Сравнивая между собой выражения (23)–(25), видим, что основной шумовой вклад вносят шумы на канальной частоте  $\omega_k$ , так как при  $N \ge 32 \sigma_{I1} \simeq \sigma_{Q1} \simeq 7/4 = 1,75$ ,  $\sigma_{I2} \simeq \sigma_{Q2} \le 1/4 = 0,25$ ,  $\sigma_3 \le \sqrt{2}/4 \simeq 0,35$ , причём на комбинационных частотах  $2\omega_k - \omega_p$ среднеквадратическая дисперсия ещё больше уменьшается (в  $I_k < 1$  или  $Q_k < 1$  раза),



*Рис. 3.* Зависимость нелинейного показателя качества QPSK-сигнала от уровня оптической мощности в SSMF-волокне длиной 100 км. Предельные уровни Q-фактора: FEC (1), HD-FEC (2), SD-FEC (3)

так как в (24), по сравнению с (23) и (25), присутствуют дополнительные множители  $I_k$  или  $Q_k$ . Учитывая (23)–(25), суммарный вклад в квадратурные сигналы (суммарные среднеквадратические дисперсии) всех нелинейных шумовых составляющих определяется:

$$\sigma_{I\Sigma} \leqslant \gamma L_{eff} P_S Q_k \sqrt{[\sigma_{I1}]^2 + [I_k \sigma_{I2}]^2 + [\sigma_3]^2}, \tag{26}$$

$$\sigma_{Q\Sigma} \leqslant \gamma L_{eff} P_S I_k \sqrt{[\sigma_{Q1}]^2 + [Q_k \sigma_{Q2}]^2 + [\sigma_3]^2}.$$
(27)

Оценим ухудшение качества канальных сигналов с помощью Q-фактора. Вклад нелинейных фазовых шумов в ухудшение Q-фактора определяется [7]:

$$Q_{NL} \leqslant \frac{(\Delta I_k)_{\min}}{2\sigma_{I\Sigma}} \approx \frac{(\Delta Q_k)_{\min}}{2\sigma_{Q\Sigma}},\tag{28}$$

где  $(\Delta I_k)_{\min} = (\Delta Q_k)_{\min} = \sqrt{2}$  — минимальные расстояния между нормированными сигнальными точками информационных данных в IQ-диаграмме QPSK-сигнала.

На рис. 3 показана зависимость Q-фактора ( $20 \lg (Q_{NL}), дБ$ ) от уровня суммарной оптической мощности, вводимой в стандартное одномодовое волокно длиной 100 км. Как показывают расчёты, нелинейный Q-фактор не зависит от частотного интервала между каналами и при числе каналов  $N \ge 32$  полностью определяется параметрами волокна и уровнем вводимой в волокно оптической мощности. Нижний предел Q-фактора вычислим из следующих соображений. В современных волоконно-оптических системах передачи основным способом повышения помехозащищённости сигналов является применение кодирования сигнала на передающей стороне и декодирование на приёмной стороне. Такая прямая или упреждающая коррекция ошибок FEC (Forward Error Correction) резко повышает качество работы системы передачи, в частности, сохраняет требуемую величину вероятности появления ошибки, например  $BER = 10^{-12}$  (Bit Error Rate) при меньших величинах Q-фактора [13, 14]. Существуют разные методы реализации кодеков FEC. Широкое применение в помехоустойчивом кодировании получили циклические коды Рида — Соломона (Reed-Solomon) RS(n, k). Алгоритм кодирования заключается в том, что для каждого блока, состоящего из k байт данных, вычисляется контрольный блок из (n - k) байт

и присоединяется к ним, дополняя фрагмент до *n* байт. Эта последовательность из *n* байт передаётся по всему волоконно-оптическому тракту, и на приёмной стороне после демультиплексирования и фотодетектирования сигналов с помощью декодера исправляются ошибки, если они возникли. Возможно исправление до (n-k)/2 байт данных. Так, например, в первых поколениях FEC используется код RS(255, 239) с избыточностью почти 7 % и величиной Q-фактора порядка 11 дБ. В FEC 2-го поколения (HD-FEC — Hard Decision FEC) используются каскадные коды с жёстким принятием решения в сочетании с методами перемежения и итеративного декодирования для улучшения возможностей FEC, что позволяет увеличить выигрыш в Q-факторе. При применении кодирования с помощью HD-FEC для достижения величины  $BER = 10^{-12}$  достаточно обеспечить  $Q \sim 8.5$  дБ. В FEC 3-го поколения (SD-FEC — Soft Decision FEC) используются гибкие вероятностные методы кодирования и усовершенствованные методы цифровой обработки сигналов, что позволяет обходиться ещё меньшим значением Q-фактора порядка  $Q \sim 6.5 \text{ дБ}$  [15]. Таким образом, как видно из рис. 3, если ограничиваться нижним пределом Q-фактора, соответствующим пределу возможности исправления ошибок при применении методов коррекции ошибок FEC, то уровень оптической мощности в волокне ограничивается величиной порядка 6.5 дБм, а при переходе на современные методы коррекции ошибок HD-FEC и SD-FEC — величинами порядка 7,4 и 8,8 дБм соответственно.

Заключение. Проведён спектральный анализ нелинейных фазовых шумов, возникающих в волокне, которые преобразуются в амплитудные. В своём спектральном составе эти шумы имеют составляющие как на основных частотах несущих OFDM-сигнала, так и составляющие на комбинационных частотах, которые могут попасть в полосы канальных сигналов. Получены выражения для расчёта среднеквадратических отклонений амплитудных искажений квадратурных амплитуд сигналов  $I_k$  и  $Q_k$ . Показано, что нелинейные фазовые шумы ограничивают сверху уровень оптической мощности в волокне. Например, при передаче многоканальных ( $N \ge 32$ ) QPSK-OFDM-сигналов по волокну длиной 100 км уровень оптической мощности необходимо ограничить до 6,5–8,8 дБм в зависимости от сложности реализации технологии FEC.

**Финансирование.** Работа выполнена в рамках государственного задания № 071-03-2024-008 от 19.01.2024.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

#### Нахождение амплитуд частотных составляющих шумового поля.

Ниже приводится спектральный анализ оптического поля шума (13)  $E_{noise}(t) = \bar{E}_{noise} + \tilde{E}_{noise}$ , где  $\bar{E}_{noise}$  — постоянная составляющая (описывается выражением (14)),  $\tilde{E}_{noise}$  — переменная составляющая (описывается выражением (15)). Сначала проведём спектральный анализ слагаемого  $\tilde{E}_{noise}$ . Подставляя (8) в (15), получим:

$$\begin{split} \tilde{E}_{noise} &= \sum_{k=1}^{N} \{ Q_k \tilde{\Phi}_{NL}(t) \cos(\omega_k t) + I_k \tilde{\Phi}_{NL}(t) \sin(\omega_k t) \} = \\ &= \gamma L_{eff} \sum_{k=1}^{N} \left\{ Q_k \Big[ \sum_{l=1}^{N} \sum_{p=1, \ l \neq p}^{N} I_l I_p \cos\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] + \sum_{l=1}^{N} \sum_{p=1, \ l \neq p}^{N} Q_l Q_p \cos\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] + \\ &+ \sum_{l=1}^{N} \sum_{p=1, \ l \neq p}^{N} I_l Q_p \sin\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] \Big] \cos(\omega_k t) + I_k \Big[ \sum_{l=1}^{N} \sum_{p=1, \ l \neq p}^{N} I_l I_p \cos\left[(\omega_l - \omega_p)t\right] + \\ \end{split}$$

$$+\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1,\ l\neq p}^{N}Q_{l}Q_{p}\cos\left[(\omega_{l}-\omega_{p})t\right]+\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1,\ l\neq p}^{N}I_{l}Q_{p}\sin\left[(\omega_{l}-\omega_{p})t\right]\sin\left(\omega_{k}t\right)\Big\}.$$
(II.1)

Преобразуем (П.1), выполнив некоторые тригонометрические операции и группировку членов тройных сумм:

$$\tilde{E}_{noise} = \frac{1}{2} \gamma L_{eff} \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{N} \sum_{p=1, l \neq p}^{N} \Big\{ Q_k I_l I_p \{ \cos \left[ (\omega_k - \omega_l + \omega_p)t \right] + \cos \left[ (\omega_k + \omega_l - \omega_p)t \right] \} + Q_k Q_l Q_p \{ \cos \left[ (\omega_k - \omega_l + \omega_p)t \right] + \cos \left[ (\omega_k + \omega_l - \omega_p)t \right] \} + I_k I_l Q_p \{ \cos \left[ (\omega_k - \omega_l + \omega_p)t \right] - \cos \left[ (\omega_k + \omega_l - \omega_p)t \right] \} + I_k I_l I_p \{ \sin \left[ (\omega_k - \omega_l + \omega_p)t \right] + \sin \left[ (\omega_k + \omega_l - \omega_p)t \right] \} + I_k Q_l Q_p \{ \sin \left[ (\omega_k - \omega_l + \omega_p)t \right] + \sin \left[ (\omega_k + \omega_l - \omega_p)t \right] \} + Q_k I_l Q_p \{ -\sin \left[ (\omega_k - \omega_l + \omega_p)t \right] + \sin \left[ (\omega_k + \omega_l - \omega_p)t \right] \} \Big\}.$$
(II.2)

В выражении (П.2) рассмотрим раздельно члены сумм при k = l и при k = p, т. е. приведём (П.2) к виду, где будут присутствовать составляющие на основной частоте  $\omega_k$  и составляющие на комбинационных частотах  $2\omega_k - \omega_p$ ,  $\omega_k - \omega_l + \omega_p$ ,  $\omega_k + \omega_l - \omega_p$ . Для этого воспользуемся следующими формулами, справедливость которых можно легко проверить, используя тригонометрические преобразования (для упрощения в прямоугольных скобках отображаются одновременно и функция косинуса, и функция синуса, тройная сумма которых разлагается на суммы составляющих на основной частоте и на комбинационных частотах):

$$\underbrace{\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1, l\neq p}^{N}\left\{a_{k}b_{l}c_{p}\left[\begin{array}{c}\cos\left[\left(\omega_{k}-\omega_{l}+\omega_{p}\right)t\right]\right]\right\}}_{\sin\left[\left(\omega_{k}-\omega_{l}+\omega_{p}\right)t\right]}\right]} = \\
= \underbrace{\sum_{k=1, k\neq p}^{N}\sum_{p=1}^{N}\left\{a_{p}b_{p}c_{k}\left[\begin{array}{c}\cos\left(\omega_{k}t\right)\\\sin\left(\omega_{k}t\right)\end{array}\right]\right\} + \underbrace{\sum_{k=1, k\neq p}^{N}\sum_{p=1}^{N}\left\{a_{k}b_{p}c_{k}\left[\begin{array}{c}\cos\left[\left(2\omega_{k}-\omega_{p}\right)t\right]\\\sin\left[\left(2\omega_{k}-\omega_{p}\right)t\right]\right]\right\}\right\} + \\
+ \underbrace{\sum_{k=1, k\neq l\neq p}^{N}\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1}^{N}\left\{a_{k}b_{l}c_{p}\left[\begin{array}{c}\cos\left[\left(\omega_{k}-\omega_{l}+\omega_{p}\right)t\right]\\\sin\left[\left(\omega_{k}-\omega_{l}+\omega_{p}\right)t\right]\right]\right\}, \quad (\Pi.3)$$

$$\underbrace{\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1, k=p}^{N}\sum_{p=1, l\neq p}^{N}\left\{a_{k}b_{l}c_{p}\left[\begin{array}{c}\cos\left[\left(\omega_{k}+\omega_{l}-\omega_{p}\right)t\right]\\\sin\left[\left(\omega_{k}-\omega_{l}+\omega_{p}\right)t\right]\right]\right\}}_{k=l, (2\omega_{k}-\omega_{p})} \\
\underbrace{\sum_{k=1, k\neq l\neq p}^{N}\sum_{l=1, k=p}^{N}\sum_{p=1, l\neq p}^{N}\left\{a_{k}b_{l}c_{p}\left[\begin{array}{c}\cos\left[\left(\omega_{k}+\omega_{l}-\omega_{p}\right)t\right]\\\sin\left[\left(\omega_{k}+\omega_{l}-\omega_{p}\right)t\right]\right]\right\}.$$

$$= \sum_{k=1, \ k \neq p}^{N} \sum_{p=1}^{N} \left\{ a_{p} b_{k} c_{p} \left[ \cos\left(\omega_{k} t\right) \\ \sin\left(\omega_{k} t\right) \right] \right\} + \sum_{k=1, \ k \neq p}^{N} \sum_{p=1}^{N} \left\{ a_{k} b_{k} c_{p} \left[ \cos\left[\left(2\omega_{k} - \omega_{p}\right)t\right] \\ \sin\left[\left(2\omega_{k} - \omega_{p}\right)t\right] \right] \right\} + \sum_{k=1, \ k \neq l \neq p}^{N} \sum_{l=1}^{N} \sum_{p=1}^{N} \left\{ a_{k} b_{l} c_{p} \left[ \cos\left[\left(\omega_{k} + \omega_{l} - \omega_{p}\right)t\right] \\ \sin\left[\left(\omega_{k} + \omega_{l} - \omega_{p}\right)t\right] \right] \right\}.$$
(II.4)

В формулах (П.3)–(П.4) горизонтальными фигурными скобками показан принцип разделения частотных составляющих в суммах. Так, например, в формуле (П.3) при k = l,  $\omega_k - \omega_l + \omega_p = \omega_p$  и так как индексы p и k можно поменять местами  $p \to k$ , то  $\omega_p \to \omega_k$ .

Таким образом, анализ спектра выражения (П.1) после группировки частотных составляющих  $\omega_k$ ,  $2\omega_k - \omega_p$ ,  $\omega_k - \omega_l + \omega_p$ ,  $\omega_k + \omega_l - \omega_p$  приобретает следующий вид:

$$\tilde{E}_{noise} = \tilde{E}_{noise}(\omega_k) + \tilde{E}_{noise}(2\omega_k - \omega_p) + \tilde{E}_{noise}(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p), \tag{II.5}$$

где

$$\tilde{E}_{noise}(\omega_k) = \frac{1}{2} \gamma L_{eff} \Big\{ \sum_{k=1, \ k \neq p}^{N} \sum_{p=1}^{N} [Q_p I_p I_k + 2Q_p^2 Q_k + I_p^2 Q_k] \cos(\omega_k t) + \\ + \sum_{k=1, \ k \neq p}^{N} \sum_{p=1}^{N} [Q_p I_p Q_k + 2I_p^2 I_k + Q_p^2 I_k] \sin(\omega_k t) \Big\} = \\ = \gamma L_{eff} P_S \Big\{ \sum_{k=1, \ k \neq p}^{N} \Big\{ Q_k \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N} \Big[ Q_p I_p \frac{I_k}{Q_k} + 2Q_p^2 + I_p^2 \Big] \cos(\omega_k t) \Big\} + \\ + \sum_{k=1, \ k \neq p}^{N} \Big\{ I_k \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N} \Big[ Q_p I_p \frac{Q_k}{I_k} + 2I_p^2 + Q_p^2 \Big] \sin(\omega_k t) \Big\} \Big\},$$
(II.6)

$$\tilde{E}_{noise}(2\omega_{k}-\omega_{p}) = \frac{1}{2}\gamma L_{eff} \Big\{ \sum_{k=1}^{N} \sum_{p=1, p \neq k}^{N} [3I_{k}Q_{k}I_{p} + (2Q_{k}^{2}-I_{k}^{2})Q_{p}] \cos\left[(2\omega_{k}-\omega_{p})t\right] + \sum_{k=1}^{N} \sum_{p=1, p \neq k}^{N} [3I_{k}Q_{k}Q_{p} + (2I_{k}^{2}-Q_{k}^{2})I_{p}] \sin\left[(2\omega_{k}-\omega_{p})t\right] \Big\} = 2\gamma L_{eff} P_{S} \Big\{ \sum_{k=1, k \neq p}^{N} \Big\{ I_{k}Q_{k} \frac{1}{2P_{S}} \sum_{p=1, p \neq k}^{N} \Big[ 3I_{p} + \Big(2\frac{Q_{k}}{I_{k}} - \frac{I_{k}}{Q_{k}}\Big)Q_{p} \Big] \cos\left[(2\omega_{k}-\omega_{p})t\right] + \sum_{k=1, k \neq p}^{N} \Big\{ I_{k}Q_{k} \frac{1}{2P_{S}} \sum_{p=1, p \neq k}^{N} \Big[ 3Q_{p} + \Big(2\frac{I_{k}}{Q_{k}} - \frac{Q_{k}}{I_{k}}\Big)I_{p} \Big] \sin\left[(2\omega_{k}-\omega_{p})t\right] \Big\} \Big\}, \quad (\Pi.7)$$

 $\tilde{E}_{noise}(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p) = \frac{1}{2} \gamma L_{eff} \Big\{ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ p \neq l \neq k}^N [Q_k I_l I_p + Q_k Q_l Q_p] \cos\left[(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p)t\right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ p \neq l \neq k}^N [Q_k I_l I_p + Q_k Q_l Q_p] \cos\left[(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p)t\right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ p \neq l \neq k}^N [Q_k I_l I_p + Q_k Q_l Q_p] \cos\left[(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p)t\right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ p \neq l \neq k}^N [Q_k I_l I_p + Q_k Q_l Q_p] \cos\left[(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p)t\right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ p \neq l \neq k}^N [Q_k I_l I_p + Q_k Q_l Q_p] \cos\left[(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p)t\right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ p \neq l \neq k}^N [Q_k I_l I_p + Q_k Q_l Q_p] \cos\left[(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p)t\right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ p \neq l \neq k}^N [Q_k I_l I_p + Q_k Q_l Q_p] \cos\left[(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p)t\right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ p \neq l \neq k}^N [Q_k I_l I_p + Q_k Q_l Q_p] \cos\left[(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p)t\right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ p \neq l \neq k}^N [Q_k I_l I_p + Q_k Q_l Q_p] \cos\left[(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p)t\right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ p \neq l \neq k}^N [Q_k I_l I_p + Q_k Q_l Q_p] \cos\left[(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p)t\right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=1, \ p \neq l \neq k}^N [Q_k I_p + Q_k Q_l Q_p] \cos\left[(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p)t\right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{m=1}^N$ 

$$+\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1, \ p\neq l\neq k}^{N}[I_{k}I_{l}I_{p}+I_{k}Q_{l}Q_{p}]\sin\left[(\omega_{k}\pm\omega_{l}\mp\omega_{p})t\right]\Big\} =$$

$$=\gamma L_{eff}P_{S}\Big\{\sum_{k=1}^{N}\Big\{Q_{k}\frac{1}{2P_{S}}\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1, \ p\neq l\neq k}^{N}[I_{l}I_{p}+Q_{l}Q_{p}]\cos\left[(\omega_{k}\pm\omega_{l}\mp\omega_{p})t\right]\Big\} +$$

$$+\sum_{k=1}^{N}\Big\{I_{k}\frac{1}{2P_{S}}\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1, \ p\neq l\neq k}^{N}[I_{l}I_{p}+Q_{l}Q_{p}]\sin\left[(\omega_{k}\pm\omega_{l}\mp\omega_{p})t\right]\Big\}\Big\}.$$
(II.8)

Так как на основных канальных частотах, кроме переменной составляющей шума  $\tilde{E}_{noise}(\omega_k)$ , определяемой (П.6), присутствует ещё шум постоянной составляющей  $\bar{E}_{noise}(\omega_k)$ , определяемый (14), то

$$E_{noise}(\omega_{k}) = \bar{E}_{noise}(\omega_{k}) + \bar{E}_{noise}(\omega_{k}) =$$

$$= \gamma L_{eff} P_{S} \sum_{k=1}^{N} Q_{k} \left\{ 1 + \frac{1}{2P_{S}} \sum_{p=1, p \neq k}^{N} \left[ Q_{p} I_{p} \frac{I_{k}}{Q_{k}} + 2Q_{p}^{2} + I_{p}^{2} \right] \right\} \cos(\omega_{k} t) +$$

$$+ \gamma L_{eff} P_{S} \sum_{k=1}^{N} I_{k} \left\{ 1 + \frac{1}{2P_{S}} \sum_{p=1, p \neq k}^{N} \left[ Q_{p} I_{p} \frac{Q_{k}}{I_{k}} + 2I_{p}^{2} + Q_{p}^{2} \right] \right\} \sin(\omega_{k} t). \quad (\Pi.9)$$

Как видно из (П.7)–(П.9), оптическое шумовое поле  $E_{noise}$ , которое возникает из-за преобразования нелинейных фазовых искажений в амплитудные искажения, имеет достаточно широкий спектр, попадающий в спектральный диапазон OFDM-сигнала. В составе спектра шума имеются составляющие на основной частоте канальных сигналов (см.  $(\Pi.9)$ ) и составляющие на комбинационных частотах (см. (П.7)-(П.8)), амплитуды которых принимают случайные значения и зависят от передаваемых квадратурных амплитуд  $I_k$  и  $Q_k$ . Как видно из (П.7) и (П.8), в канал с индексом k может попадать множество одиночных комбинационных составляющих на частотах  $2\omega_k - \omega_p$  и  $\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p$  (перекрёстные помехи между каналами). Их количество можно оценить, воспользовавшись аналитическими выражениями, приведёнными в [16, 17] для случая передачи многоканального сигнала через нелинейное звено третьего порядка. Однако мощность одиночного шума (помехи), попадающая в канал, не одинакова для разных канальных форматов модуляции M-QAM, так как временной и амплитудный характер изменения сигнальных выборок  $I_k$  и  $Q_k$  случаен и средняя мощность одиночного шума на комбинационных частотах будет меняться по всем каналам на разных интервалах времени передачи одного символа. Более подходящим способом для оценки величин вклада шума составляющих на комбинационных частотах в общий уровень шума является оценка их среднеквадратических отклонений в интервале времени передачи одного символа. Для этого выделим из (П.7)–(П.9) амплитуды напряжённости поля шума квадратурных составляющих канального сигнала с индексом k:

$$E_{I.noise}(\omega_k) = \gamma L_{eff} P_S Q_k \left\{ 1 + \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N-1} \left[ Q_p I_p \frac{I_k}{Q_k} + 2Q_p^2 + I_p^2 \right] \right\};$$
(II.10)  
$$E_{Q.noise}(\omega_k) = \gamma L_{eff} P_S I_k \left\{ 1 + \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N-1} \left[ Q_p I_p \frac{Q_k}{I_k} + 2I_p^2 + Q_p^2 \right] \right\},$$

$$\tilde{E}_{I.noise}(2\omega_k - \omega_p) = \gamma L_{eff} P_S I_k Q_k \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N-1} \left[ 3I_p + \left( 2 \frac{Q_k}{I_k} - \frac{I_k}{Q_k} \right) Q_p \right];$$

$$\tilde{E}_{Q.noise}(2\omega_k - \omega_p) = \gamma L_{eff} P_S I_k Q_k \frac{1}{2P_S} \sum_{p=1}^{N-1} \left[ 3Q_p + \left( 2 \frac{I_k}{Q_k} - \frac{Q_k}{I_k} \right) I_p \right],$$
(II.11)

$$\tilde{E}_{I.noise}(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p) = \gamma L_{eff} P_S Q_k \frac{1}{2P_S} \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{p=1, p \neq l}^{N-1} [I_l I_p + Q_l Q_p];$$

$$\tilde{E}_{Q.noise}(\omega_k \pm \omega_l \mp \omega_p) = \gamma L_{eff} P_S I_k \frac{1}{2P_S} \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{p=1, p \neq l}^{N-1} [I_l I_p + Q_l Q_p].$$
(II.12)

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Конышев В. А., Леонов А. В., Наний О. Е. и др. Тенденции и перспективы развития волоконно-оптических систем передачи информации // Квантовая электроника. 2022. 52, № 12. С. 1102–1113.
- Kikuchi K. Fundamentals of Coherent Optical Fiber Communications // Journ. Lightwave Technol. 2016. 34, Iss. 1. P. 157–179.
- 3. Варданян В. А. Влияние нелинейных фазовых шумов на амплитудно-фазовые канальные OFDM-сигналы в когерентных волоконно-оптических системах передачи // Автометрия. 2023. 59, № 5. С. 107–118. DOI: 10.15372/AUT20230511.
- Vardanyan V. A. Effect of self-phase modulation and cross-phase modulation on OFDM signals in fibre-optic access networks // Quant. Electron. 2018. 48, N 4. P. 395–400.
- Shieh W., Bao H., Tang Y. Coherent optical OFDM: Theory and design // Opt. Exp. 2008. 16, Iss. 2. P. 841–859.
- Turitsyn S., Sedov E., Redyuk A., Fedoruk M. Nonlinear Spectrum of Conventional OFDM and WDM Return-to-Zero Signals in Nonlinear Channel // Journ. Lightwave Technol. 2019. 38, Iss. 2. P. 352–358.
- Agrawal G. P. Lightwave Technology: Telecommunication Systems. Hoboken: Wiley-Interscience, 2005. 480 p.
- Schneider T. Nonlinear Optic in Telecommunications. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2004. 415 p.
- Da Silva E. P., Pataca D. M., Ranzini S. M. et al. Transmission of 1.15 Tb/s NGI-CO-OFDM DP-QPSK Superchannel over 4520 km of PSCF with EDFA-only amplification // Journ. Microwaves, Optoelectron. and Electrom. Appl. 2013. 12, N SI-2. P. 96–103.
- Imran M., Anandarajah P. M., Kaszubowska-Anandarajah A. et al. A Survey of Optical Carrier Generation Techniques for Terabit Capacity Elastic Optical Networks // IEEE Commun. Surv. & Tutor. 2018. 20, Iss. 1. P. 211–263.
- Ip E., Lau A. P. T., Barros D. J. F., Kahn J. M. Coherent detection in optical fiber systems // Opt. Exp. 2008. 16, Iss. 2. P. 753–791.
- Painchaud Y., Poulin M., Morin M., Têtu M. Performance of balanced detection in a coherent receiver // Opt. Exp. 2009. 17, Iss. 5. P. 3659–3672.

- 13. Recommendation ITU-T G.709/Y.1331. Interfaces for the optical transport network. URL: https://www.itu.int/rec/dologin\_pub.asp?lang=e&id=T-REC-G.709-202006-I!!PDF-E&type=items (дата обращения: 11.04.2024).
- 14. ITU-T Recommendation G.975.1. Forward error correction for high bit-rate DWDM submarine systems. URL: https://www.itu.int/rec/dologin\_pub.asp?lang=e&id=T-REC-G.975.1-200402-I!!PDF-E&type=items (дата обращения: 11.04.2024).
- 15. Mizuochi T., Miyata Y., Kubo K. et al. Progress in Soft-Decision FEC // Proc. of the Nat. Fiber Opt. Eng. Conf. (NFOEC). Los Angeles, USA, 6–10 March, 2011. DOI: 10.1364/NFOEC.2011.NWC2.
- 16. Варданян В. А. DWDM-SCM-PON-сети. СП-б: ЭБС Лань, 2020. 304 с.
- 17. Варданян В. А. Исследование распределения продуктов четырёхволнового смешивания в ВОСП с ЧРК // Вестн. СибГУТИ. 2016. № 2. С. 78–84.

Поступила в редакцию 20.03.2024 После доработки 15.04.2024 Принята к публикации 27.04.2024