УДК 535.36, 535.015

О ПРИМЕНЕНИИ ГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАБОТЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ И КОРРЕКТИРУЮЩИХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

© **В. П. Лукин**

Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН,
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1
E-mail: lukin@iao.ru

Исследуется вопрос корректности использования гармонического сигнала для моделирования работы измерительных фазовых систем, например систем адаптивной оптики, измеряющих и корректирующих турбулентные искажения. Выполнены оценки временно́й эволюции фазовых искажений для оптической волны при её распространении в турбулентной атмосфере. При анализе эволюции фазовых искажений в оптической волне, обусловленных действием турбулентности, рассчитывается отношение дисперсий первой и второй производных для приращения фазовых искажений за определённый временной интервал. Величина этого отношения сравнивается с этой же величиной при моделировании временны́х искажений при применении гармонического сигнала. Оказалось, что при моделировании временно́й эволюции фазовых искажений с использованием гармонических сигналов необходимо учитывать не только первую производную этого приращения, но и как минимум вторую производную.

Ключевые слова: турбулентность, временна́я эволюция, гармонический сигнал, фазовые искажения.

DOI: 10.15372/AUT20240304
EDN: IYTIWO

Введение. Турбулентные искажения [1–3] являются одними из наиболее важных искажений, ограничивающих предельную эффективность при применении оптических систем в атмосфере. Поэтому любые измерительные или корректирующие системы, предназначенные для работы в атмосфере, прежде чем начать их использование в натурных условиях, проходят проверку в лабораториях с применением разного рода имитаторов искажений волнового фронта. Это связано прежде всего с тем, что натурные исследования оптико-электронных систем требуют сложной практической и методологической подготовки, при этом обеспечить высокую повторяемость параметров атмосферы в открытой атмосфере почти не возможно. Отметим, что первоначально наиболее широкое применение получили именно физические имитаторы оптических искажений [4–10]. Здесь следует уделить внимание описанию исследовательского стенда Научно-исследовательского института оптико-электронного приборостроения (Россия, Ленинградская область, г. Сосновый Бор) [8, 9].

На этом стенде была построена изолированная от внешнего воздействия атмосферная трасса с возможностью искусственно создавать возмущения состояния атмосферы на пути распространения лазерного излучения. Этот опытный стенд был разработан для исследования распространения мощного лазерного излучения, изучения нелинейных оптических явлений. Искусственная атмосферная трасса формировалась 15 плоскими зеркалами дифракционного качества диаметром 500 мм с высоким коэффициентом отражения на длинах волн 0,53 и 1,06 мкм. Максимально возможная протяжённость распространения оптического излучения составляла 700 м. Трасса была размещена внутри здания, изолированного от внешних воздействий, что обеспечивало высокую стабильность и воспроизводимость условий внутри. Нагреватели и вентиляторы, расположенные по периметру трассы, позволяют обеспечить контролируемые, воспроизводимые искажения атмосферы на всём пути распространения. Этот стенд является уникальным инструментом для исследования и тестирования оптических систем.

Ещё одним подобным, но существенно более простым устройством является стенд [10], созданный в МГУ им. М. В. Ломоносова при участии ИФА РАН. Этот стенд-имитатор, представляющий собой ёмкость с прозрачными для оптических волн стенками, позволяет создавать на трассе распространения излучения турбулентные состояния в жидкости. Изменение параметров турбулентности можно осуществлять, меняя разницу температур жидкости на разных уровнях в ёмкости.

Следующим важным шагом в создании имитаторов атмосферных искажений для испытаний оптико-электронных систем стало применение различного рода фазовых корректоров, управляемых зеркал, фазовых транспарантов [11–14] для воспроизведения в лабораторных условиях не самих атмосферных (турбулентных) искажений, а для моделирования обуславливаемых ими фазовых искажений. При этом такие искажения, вносимые в измерительный канал (или тракт), моделируются с использованием различных сигналов. Следует отметить, что для управления такими модуляторами, фазовыми транспарантами и управляемыми зеркалами уже были разработаны многочисленные методы имитационного моделирования [15–24], которые уже давно широко использовались для математического моделирования самого процесса распространения оптических волн в случайных средах [15–24].

Однако не всегда случайный процесс, который используется для управления фазовым модулятором, выбирается должным образом на основе анализа. Можно утверждать, что наиболее обоснованным подходом следует считать применение модели временно́й эволюции сигнала, учитывающей его основные закономерности [25]. Однако в практиках лабораторных испытаний имитационной моделью измеряемых и корректируемых искажений становится простой гармонический сигнал. Например, это зачастую происходит при лабораторном анализе динамических свойств измерительных или корректирующих фазовых систем. Поэтому целью данной работы является выяснение требований к амплитуде такого гармонического сигнала, которым заменяются обусловленные атмосферной турбулентностью пространственно-временны́е искажения фазового фронта.

Скорость нарастания фазовых искажений, обусловленных действием турбулентности. Предварительно рассмотрим задачу анализа временны́х изменений фазовых флуктуаций, возникающих в оптической волне, прошедшей через слой турбулентной среды. Такой анализ временны́х изменений фазового фронта в оптической волне важен как для измерительных систем, так и для систем адаптивной оптики, корректирующих фазовые искажения. Известно, что временна́я эволюция любой функции, например, фазовых флуктуаций оптической волны, зависящей от пространственных координат и времени, на коротком временно́м интервале T, может быть представлена в виде урезанного ряда Тейлора [1] следующего вида:

$$S(\boldsymbol{\rho}, t+T) = S(\boldsymbol{\rho}, t) + \frac{dS}{dt}\,T + \frac{d^2S}{dt^2}\,\frac{T^2}{2!}, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ — двумерный вектор для произвольной точки оптического поля в пределах апертуры системы, t — время.

Используя разложение (1), например, для фазовых флуктуаций оптической волны, прошедшей через турбулентную среду, согласно теории турбулентности, можно применить гипотезу [1] «замороженной турбулентности», и тогда временну́ю производную флуктуаций фазы dS/dt можно записать как скалярное произведение вектора скорости ветра

$\mathbf{V}(V_x, V_y)$ и пространственного градиента фазы $\nabla_\rho S(\boldsymbol{\rho}, t)$, т. е.

$$\frac{dS}{dt} = \nabla_\rho S \cdot \mathbf{V}. \tag{2}$$

А поскольку мы рассматриваем фазовые искажения в некоторой фиксированной плоскости ($Z = \mathrm{const}$), то в (2) градиент фазы может быть представлен как двумерный вектор $\nabla_\rho S = \{\partial S/\partial x,\ \partial S/\partial y\}$, и тогда

$$\frac{dS}{dt} = \nabla_\rho S \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial S}{\partial x} V_x + \frac{\partial S}{\partial y} V_y. \tag{3}$$

Для анализа того, насколько первая производная в (1) определяет собой основные временны́е изменения, вычислим вторую производную фазы d^2S/dt^2, которая выражается как

$$\frac{d^2S}{dt^2} = \frac{\partial}{\partial t}\Big(\frac{\partial S}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}\Big) =$$

$$= \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\Big(\frac{\partial x}{\partial t}\Big)^2 + 2\,\frac{\partial^2 S}{\partial x\,\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x}\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\Big(\frac{\partial y}{\partial t}\Big)^2 + \frac{\partial S}{\partial y}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \tag{4}$$

Здесь вторые производные по координатам: $\partial^2 x/\partial t^2$ и $\partial^2 y/\partial t^2$ — это ускорения движения фазовых флуктуаций по двум осям. Предполагая, что имеем дело с постоянным ветром в атмосфере, можно считать, что величины $\partial^2 x/\partial t^2$ и $\partial^2 y/\partial t^2$, как правило, малы [1–3], тогда выражение (4) можно преобразовать к следующему виду:

$$\frac{d^2S}{dt^2} \approx \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\Big(\frac{\partial x}{\partial t}\Big)^2 + 2\,\frac{\partial^2 S}{\partial x\,\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\Big(\frac{\partial y}{\partial t}\Big)^2 =$$

$$= \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} V_x^2 + 2\,\frac{\partial^2 S}{\partial x\,\partial y} V_x V_y + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} V_y^2. \tag{5}$$

Упростим далее расчёт, положив, что имеет место одномерный ветер, т. е. $V_y = 0$, тогда из (5) получаем

$$\frac{d^2S}{dt^2} = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} V_x^2.$$

В результате этих простых предположений приходим к следующему виду для временно́й эволюции фазовых искажений:

$$S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S(\boldsymbol{\rho}, t) \approx \frac{\partial S}{\partial x} V_x T + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\frac{V_x^2 T^2}{2}. \tag{6}$$

Как видно из выражений (4) и (5), входящие в них члены, связанные со второй производной фазы по времени, имеют квадратичную зависимость от T.

Чтобы рассчитать дисперсию приращения фазы вида (6) за время T между двумя измерениями, воспользуемся представлением [26, 27] для фазы в виде набора полиномов Цернике:

$$S(\boldsymbol{\rho}, t) = \sum_{j=1}^{N} a_j(t) F_j\Big(\frac{x}{R}, \frac{y}{R}\Big). \tag{7}$$

Здесь $a_j(t)$ — случайные коэффициенты модового разложения фазы, характеризующие собой удельный вес отдельных модовых компонент, $F_j(x/R, y/R)$ — полиномы Цернике [27], N — число мод разложения фазы по полиномам.

Число N зависит от точности измерений и должно быть согласовано с возможностями системы адаптивной оптики, в частности, гибкого зеркала [4, 5] и системы управления [2, 3, 27].

Воспользовавшись в представлении (7) конкретными выражениями для полиномов Цернике из [27], получаем явный вид разложения фазы:

$$S(\boldsymbol{\rho}, t) = S(x, y, t) = a_1 + \frac{2x}{R}\, a_2 + \frac{2y}{R}\, a_3 + \sqrt{3}\,\Big(\frac{2(x^2+y^2)}{R^2} - 1\Big) a_4 + 2\sqrt{6}\,\frac{xy}{R^2}\, a_5 +$$

$$+ \sqrt{6}\,\frac{(x^2-y^2)}{R^2}\, a_6 + \sqrt{8}\,\Big(\frac{3(x^2+y^2)x}{R^3} - \frac{2x}{R}\Big) a_7 + \sqrt{8}\,\Big(\frac{3(x^2+y^2)y}{R^3} - \frac{2y}{R}\Big) a_7 + \ldots. \quad (8)$$

Здесь R — радиус круга разложения фазовых флуктуаций.

Используя выражение (8), получаем, что первая производная $\partial S/\partial x$ по координате X даётся как

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{2}{R}\, a_2 + \frac{4\sqrt{3}\, x}{R^2}\, a_4 + \frac{2\sqrt{6}\, y}{R^2}\, a_5 + \frac{2\sqrt{6}\, x}{R^2}\, a_6 + \frac{6\sqrt{8}\, x^2}{R^3}\, a_7 +$$

$$+ \frac{3\sqrt{8}\,(x^2+y^2)}{R^3}\, a_7 + \frac{6\sqrt{8}\, xy}{R^3}\, a_8 + \ldots. \quad (9)$$

Соответственно, из (9), дифференцируя это выражение по X, получаем для второй производной по координате X следующее выражение:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{4\sqrt{3}}{R^2}\, a_4 + \frac{2\sqrt{6}}{R^2}\, a_6 + \frac{12\sqrt{8}\, x}{R^3}\, a_7 + \frac{6\sqrt{8}\, x}{R^3}\, a_7 + \frac{6\sqrt{8}\, y}{R^3}\, a_8 + \ldots. \quad (10)$$

Используя выражение (9), вычислим дисперсию разности (6) с учётом только первого (главного) члена разложения, в результате чего имеем

$$\langle [S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S(\boldsymbol{\rho}, t)]^2 \rangle \approx \Big\langle \Big[\frac{\partial S}{\partial x}\, V_x T\Big]^2 \Big\rangle = V_x^2 T^2 \Big\langle \Big[\frac{\partial S}{\partial x}\Big]^2 \Big\rangle. \quad (11)$$

Здесь знак $\langle \ldots \rangle$ обозначает усреднение по ансамблю турбулентных флуктуаций.

Воспользовавшись представлением (9), получаем для главного члена в (11) следующее выражение:

$$\langle [S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S(\boldsymbol{\rho}, t)]^2 \rangle \approx V_x^2 T^2 \Big\langle \Big[\frac{\partial S}{\partial x}\Big]^2 \Big\rangle = \frac{4\langle a_2^2 \rangle}{R^2}\, V_x^2 T^2. \quad (12)$$

Для дальнейшего анализа введём параметр $\Omega = V_x/R$, который соответствует [1–3] частоте переноса ветром турбулентных неоднородностей через апертуру R.

Далее подобным же образом рассчитаем главный член в дисперсии фазовых приращений при учёте в выражении (6) членов, связанных с ускорением движения неоднородностей. В результате дисперсия временны́х флуктуаций фазы, обусловленных ускорениями движения, даётся следующей формулой:

$$\Big\langle \Big[S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S(\boldsymbol{\rho}, t) - \frac{\partial S}{\partial x}\, V_x T\Big]^2 \Big\rangle \approx 3 V_x^4 T^4 \Big\langle \Big[\frac{\partial S}{\partial x}\Big]^2 \Big\rangle \approx \frac{3\langle a_4^2 \rangle}{R^4}\, V_x^2 T^2 = 3\langle a_4^2 \rangle \Omega^4 T^4. \quad (13)$$

Рассчитаем отношение двух дисперсий, используя формулы (12) и (13), получаем

$$\Delta_T = \frac{\langle [S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S(\boldsymbol{\rho}, t) - (\partial S/\partial x)\, V_x T]^2 \rangle}{\langle [S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S(\boldsymbol{\rho}, t)]^2 \rangle} \approx V_x^2 T^2 \Big\langle \Big[\frac{\partial S}{\partial x}\Big]^2 \Big\rangle \approx \frac{3}{4}\, \Omega^2 T^2 \, \frac{\langle a_4^2 \rangle}{\langle a_2^2 \rangle}. \qquad (14)$$

На основе работы [27] воспользуемся значениями дисперсий модовых составляющих, входящих в выражение (14):

$$\langle a_2^2 \rangle \approx 0{,}448 (2R/r_0)^{5/3}, \qquad \langle a_4^2 \rangle \approx 0{,}023 (2R/r_0)^{5/3}, \qquad (15)$$

где r_0 — радиус Фрида [1–3].

В результате подстановки выражений (15) в (14) получаем

$$\Delta_T = \frac{\langle [S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S(\boldsymbol{\rho}, t) - (\partial S/\partial x)\, V_x T]^2 \rangle}{\langle [S(\boldsymbol{\rho}, t+T) - S(\boldsymbol{\rho}, t)]^2 \rangle} \approx 0{,}04 \Omega^2 T^2. \qquad (16)$$

Формула (16) даёт численную оценку отношения дисперсии временно́й эволюции фазовых флуктуаций в турбулентной среде, с учётом действия ускорения, к дисперсии временно́й эволюции, когда учитываются только первые приращения. Ошибка растёт квадратично по величинам времени T и скорости ветра V.

Расчёт динамики искажений, модулируемых гармоническим сигналом. Для сравнения таким же образом рассмотрим вариант применения в качестве модулирующего гармонического сигнала следующего вида:

$$S(t) = \sin \omega t, \qquad (17)$$

где ω — частота временны́х изменений.

При этом также воспользуемся описанием временно́й эволюции сигнала с применением разложения в ряд Тейлора (при условии, что интервал $T < \omega^{-1}$)

$$S(t+T) = S(t) + \frac{dS}{dt}\, T + \frac{d^2 S}{dt^2}\, \frac{T^2}{2!}. \qquad (18)$$

В результате подстановки сигнала вида (17) в разложение (18) получаем

$$\sin \omega (t+T) = \sin \omega t + \omega T \cos \omega t - \frac{\omega^2 T^2}{2} \sin \omega t. \qquad (19)$$

Следует заметить, что выражение (19) можно получить также непосредственно из разложения в ряд гармонической функции $\sin \omega (t+T)$ при условии, что $\omega T < 1$.

Используя выражение (19), рассчитаем дисперсии временно́й эволюции гармонического сигнала с усреднением за временно́й период ω^{-1}:

$$\langle [\sin \omega (t+T) - \sin \omega t]^2 \rangle = \omega^2 T^2 \langle \cos^2 \omega t \rangle = \frac{\omega^2 T^2}{2}, \qquad (20)$$

$$\langle [\sin \omega (t+T) - \sin \omega t - \omega T \cos \omega t]^2 \rangle = \frac{\omega^2 T^2}{4}\, \langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{\omega^2 T^2}{8}. \qquad (21)$$

Выражение (20) получено при анализе только первой производной от приращения, а в (21) учитывается уже и вторая производная приращения сигнала.

Далее рассчитаем отношение этих дисперсий (21) и (20), получаем

$$\Delta_\Gamma = \frac{\langle [\sin \omega (t+T) - \sin \omega t - \omega T \cos \omega t]^2 \rangle}{\langle [\sin \omega (t+T) - \sin \omega t]^2 \rangle} = \frac{\omega^2 T^2}{4}. \qquad (22)$$

Сопоставление скоростей эволюции фазовых искажений в турбулентности и при применении гармонического сигнала. Чтобы оценить, насколько гармонический сигнал правильно описывает временну́ю эволюцию фазовых искажений, сравним выражения (22) и (16) для случая, когда гармонический сигнал подаётся на частоте $\omega = \Omega$. Получаем, что отношение дисперсий (16) и (22) оказывается много меньше единицы:

$$\Delta_T/\Delta_\Gamma \approx 0{,}16. \tag{23}$$

Этот результат показывает, что спад гармонического сигнала с увеличением номера производной происходит медленнее, чем в случае работы фазовой системы в условиях турбулентности. А это означает, что при моделировании временно́й эволюции фазовых искажений с использованием гармонических сигналов необходимо учитывать не только первую производную этого приращения, но и как минимум вторую.

Заключение. Таким образом, на основе аналитических расчётов было показано, что эволюция фазовых искажений, обусловленных действием атмосферной турбулентности, практически правильно может быть описана формулой (3), где учитывается только первая производная. При имитации временны́х изменений фазовых искажений с использованием гармонического сигнала необходимо учитывать, что для гармонического сигнала существуют ненулевые производные любого порядка, тогда как для анализа эволюции турбулентных сигналов возможно ограничение только их первой производной [1]. Это обстоятельство следует иметь в виду при выборе амплитуды гармонических сигналов, используемых для моделирования временно́й эволюции фазовых искажений при испытаниях измерительных и корректирующих фазовых оптических систем [2, 3, 28, 29].

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания Института оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцов С. С.** Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
2. **Лукин В. П.** Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 248 с.
3. **Лукин В. П.** Формирование оптических пучков и изображений на основе применения систем адаптивной оптики // УФН. 2014. **184**, № 6. С. 599–640.
4. **Тараненко В. Г., Шанин О. И.** Адаптивная оптика в приборах и устройствах. М.: ЦНИИатоминформ, 2005. 416 с.
5. **Шанин О. И.** Адаптивные оптические системы коррекции наклонов. Резонансная адаптивная оптика. М.: Техносфера, 2013. 296 с.
6. **Sirazetdinov V. S.** Investigation of laser radiation propagation on extended paths on the LAS stand // Journ. Opt. Technol. 1999. **66**, Iss. 11. P. 970–973.
7. **Sirazetdinov V. S., Starikov A. D.** Physical modeling of directional transport of laser radiation // Journ. Opt. Technol. 1994. **61**, Iss. 11. P. 797–800.
8. **Sirazetdinov V. S., Ivanova I. V.** Simulation of laser beams propagation through turbulent medium by means of Fresnel transformation // Proc. SPIE. 2004. **5743**. 606277.
9. **Венедиктов В. Ю., Венедиктов Д. В., Горелая А. В. и др.** Исследование распространения и адаптивно-оптической коррекции лазерного пучка на изолированной от внешнего воздействия атмосферной трассе // Оптика атмосферы и океана. 2016. **29**, № 11. С. 942–948.
10. **Ирошников Н. Г., Ларичев А. В., Корябин А. В., Шмальгаузен В. И.** Экспресс-анализ параметров турбулентности // ВМУ. 2009. Сер. 3. Физика. Астрономия. № 5. С. 74–77.
11. **Киселев В., Берченко Е., Филатов А. и др.** Имитатор фазовых искажений волнового фронта // Фотоника. 2014. Вып. 4. С. 34–49.

12. **Spencer M. F., Raynor R. A., Banet M. T., Marker D. K.** Deep-turbulence wavefront sensing using digital-holographic detection in the off-axis image plane recording geometry // Opt. Eng. 2016. **56**, Iss. 3. DOI: 10.1117/1.OE.56.3.031213.
13. **Majumdar A. K., DiUbaldo J. A., Brown-VanHoozer A.** Laboratory simulation of atmospheric turbulence for laser propagation: Design and characterization // Proc. SPIE. 1998. **3432**. DOI: 10.1117/12.327987.
14. **Keskin O., Jolissaint L., Bradley C.** Hot-air optical turbulence generator for the testing of adaptive optics systems: Principles and characterization // Appl. Opt. 2006. **45**, Iss. 20. P. 4888–4897.
15. **Knepp D. L.** Multiple phase-screen calculation of the temporal behavior of stochastic waves // Proc. of the IEEE. 1983. **71**, Iss. 6. P. 722–737.
16. **Booker H. G., Ferguson J. A., Vats H. O.** Comparison between the extended-medium and the phase-screen scintillation theories // Journ. Atmos. and Terr. Phys. 1985. **47**, Iss. 4. P. 381–399.
17. **Martin J. M., Flatté S. M.** Intensity images and statistics from numerical simulation of wave propagation in 3-D random media // Appl. Opt. 1988. **27**, Iss. 11. P. 2111–2126.
18. **Кандидов В. П.** Метод Монте-Карло в нелинейной статистической оптике // УФН. 1996. **166**, № 12. С. 1309–1338.
19. **Yuksel H., Atia W., Davis C. C.** A geometrical optics approach for modeling atmospheric turbulence // Proc. SPIE. 2005. **5891**. 589109.
20. **Konyaev P. A., Tartakovskii E. A., Filimonov G. A.** Computer simulation of optical wave propagation with the use of parallel programming // Atmospheric and Oceanic Opt. 2011. **24**, N 5. P. 425–431.
21. **Коняев П. А.** Компьютерное моделирование адаптивной оптики для атмосферных лазерных систем // Автометрия. 2012. **48**, № 2. С. 12–19.
22. **Коняев П. А.** Алгоритм моделирования динамической турбулентности в задачах атмосферной и адаптивной оптики // Оптика атмосферы и океана. 2012. **25**, № 11. С. 948–951.
23. **Lachinova S. L., Vorontsov M. A., Filimonov G. A. et al.** Comparative analysis of numerical simulation techniques for incoherent imaging of extended objects through atmospheric turbulence // Opt. Eng. 2017. **56**, Iss. 7. DOI: 10.1117/1.OE.56.7.071509.
24. **Wang Y., Kulatilaka W. D.** Optical ray tracing method for simulating beam-steering effects during laser diagnostics in turbulent media // Appl. Opt. 2017. **56**, Iss. 11. P. E106–E115.
25. **Angelsky O. V., Gorsky M. P., Hanson S. G. et al.** Optical correlation algorithm for reconstructing phase skeleton of complex optical fields for solving the phase problem // Opt. Exp. 2014. **22**, Iss. 5. P. 6186–6193.
26. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики / Пер. с англ. С. Н. Бреуса, А. И. Головашкина, А. А. Шубина; под ред. Г. П. Мотулевича. М.: Наука, 1973. 720 с.
27. **Noll R. J.** Zernike polynomials and atmospheric turbulence // JOSA. 1976. **66**, Iss. 3. P. 207–211.
28. **Лукин В. П., Лукин И. П.** Обзор современных технологий измерения, прогнозирования и коррекции турбулентных искажений в оптических волнах // Компьютерная оптика. 2024. **48**, № 1. С. 68–80.
29. **Саблина Г. В., Маркова В. А.** Настройка параметров ПИД-регулятора в системе с объектом второго порядка с запаздыванием // Автометрия. 2022. **58**, № 4. С. 110–117. DOI: 10.15372/AUT20220411.

Поступила в редакцию 17.01.2024
После доработки 18.02.2024
Принята к публикации 17.04.2024