

УДК 519.1

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ МНОГОЭТАПНЫХ АЛГОРИТМОВ ЛОКАЛИЗАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ТОЧЕЧНО-ИМПУЛЬСНЫХ ИСТОЧНИКОВ

© А. Л. Резник, А. А. Соловьев

*Институт автоматики и электрометрии СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1
E-mail: reznik@iae.nsk.su*

Проведено сопоставление по быстродействию различных многоэтапных процедур локализации сигнальных точечных источников, обнаруживающих себя генерацией в случайные моменты времени мгновенных импульсов. Результаты исследования подтвердили высокую эффективность универсальной процедуры многоэтапной локализации равномерно распределённого точечного источника в тех случаях, когда отсутствуют дополнительные априорные сведения о мощности и возможном расположении разыскиваемого объекта в пределах поискового интервала. Предложен и обоснован новый квазиоптимальный метод локализации, повышающий эффективность поиска при наличии априорных сведений о функции распределения и мощности разыскиваемого источника.

Ключевые слова: многоэтапные алгоритмы локализации, точечно-импульсный источник.

DOI: 10.15372/AUT20240307

EDN: RTAAKP

Введение. Тематика статьи связана с разработкой математических методов и созданием алгоритмов и программ, необходимых для решения задач оптимального поиска случайных малоразмерных источников, обнаруживающих себя генерацией в случайные моменты времени сверхкоротких импульсов. Актуальность подобного рода исследований обеспечивается тем, что получаемые результаты представляют интерес не только в теоретическом плане, но также востребованы во многих научно-технических приложениях, в частности, при обработке результатов дистанционного зондирования Земли. Сходные в математическом плане вопросы приходится решать в радиофизике и радиоастрономии, например, при поиске источников дальнего космического излучения, а также в задачах технической диагностики и обработки сигналов. В ядерной физике с такими задачами сталкиваются при регистрации частиц счётчиками с «мёртвым» временем.

Целью представленной работы являлось решение двух задач. Первая из них заключалась в построении высокоскоростных многоэтапных алгоритмов локализации точечно-импульсных источников, имеющих случайное распределение в пределах интервала поиска и обнаруживающих себя генерацией в случайные моменты времени мгновенных дельта-импульсов. Второй задачей было исследование сравнительной эффективности всех разработанных схем. При произвольной априорной плотности вероятности распределения неизвестного источника внутри поискового интервала построение оптимальной по времени стратегии локализации является весьма сложной вариационной задачей из области оптимального управления [1, 2]. Под оптимальной стратегией поиска в рамках данной работы всегда будет пониматься поисковый алгоритм, обладающий минимальным (в статистическом плане) временем достижения требуемой точности локализации разыскиваемого объекта. Под статистическим планом подразумевается минимизация времени исполнения поискового алгоритма, усреднённого по ансамблю реализаций. В первую очередь будут

исследоваться составные, или многоэтапные, стратегии локализации точечных сигнальных источников, которые по своей эффективности значительно превосходят одноэтапные поисковые процедуры. Одноэтапные алгоритмы поиска заканчиваются при регистрации приёмным устройством (детекторным приёмником) первого импульса. Такие процедуры более просты в организации, так как в них окно приёмного устройства не изменяется в процессе поиска, а изначально настроено на обеспечение требуемой точности локализации.

В отличие от одноэтапных поисковых стратегий в многоэтапных процедурах поиск осуществляется с помощью набора стягивающихся (т. е. уменьшающихся в размерах) окон. Многоэтапные поисковые стратегии по сравнению с одноэтапными схемами поиска всегда более вариативны, а их преимущество в быстрой реакции значительно возрастает при ужесточении требований, предъявляемых к точности оценивания координат локализуемых сигнальных объектов. Задачи, схожие по своей математической постановке с задачами локализации случайных точечно-импульсных источников, встречаются во многих научно-технических приложениях. Например, в технической диагностике с такими задачами сталкиваются при поиске неисправностей в системах с перемежающейся дисциплиной отказов [3, 4]. При обработке спутниковых изображений аналогичные по постановке вопросы возникают в задачах обнаружения и сопровождения малоразмерных и слабоконтрастных объектов [5, 6]. В радиофизике и радиоастрономии к похожим проблемам приводят задачи, связанные с исследованием барстеров — вспыхивающих галактических рентгеновских источников [7, 8].

1. Оптимальная многоэтапная процедура локализации равномерно распределённого точечно-импульсного источника. Во всех встречающихся в данной работе задачах разыскиваемый точечно-импульсный источник является случайным объектом в двух отношениях: во-первых, случайным и подлежащим уточнению является его положение внутри поискового интервала; во-вторых, этот источник обнаруживает себя генерацией в случайные моменты времени мгновенных импульсов, паузы между которыми имеют показательную плотность распределения $g(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$. В [9] приводятся параметры оптимальной и физически реализуемой многоэтапной процедуры локализации случайного точечно-импульсного источника для одного частного, но очень важного в практических приложениях случая, когда разыскиваемый источник имеет равномерное распределение на интервале поиска. Заметим, что равномерное распределение источника соответствует ситуации, когда не имеется никаких априорных сведений о его возможном расположении внутри поискового интервала. В этом случае построение оптимального конструктивного алгоритма упрощается за счёт того, что поисковое усилие на протяжении всей поисковой процедуры (вплоть до достижения требуемой точности локализации) должно равномерно распределяться между всеми точками поискового интервала.

Вследствие этого в возникающей вариационной задаче исчезает необходимость расчёта длительности каждого из этапов поисковой процедуры, а моменты перехода поисковой процедуры на каждый последующий этап совпадают с моментами фиксации очередного импульса. Далее размер сканирующего окна приёмной системы сокращается и поиск продолжается уже внутри окна с зафиксированным импульсом вплоть до достижения требуемой точности локализации. Входными параметрами для построения многоэтапного оптимального алгоритма поиска равномерно распределённого точечно-импульсного источника являются размеры интервала поиска L , мощность источника λ и требуемая точность локализации ε . Выходными расчётными параметрами, задающими оптимальную схему поиска, являются количество этапов в поисковой процедуре и размеры сканирующих окон детекторного приёмника на каждом из них. Вычислять предельно допустимую длительность каждого из этапов, как уже говорилось, нет необходимости, так как начало каждого из них совпадает с моментом фиксации детекторной системой очередного импульса.

Т а б л и ц а

**Параметры универсальной процедуры оптимальной локализации
случайного равномерно распределённого точечно-импульсного источника [9]**

ε/L (требуемая точность локализации)	M_{opt} (оптимальное число этапов при заданной точности локализации)	$W_m, m = \overline{1, M_{opt}}$ (окна обзора приёмной системы на каждом из M_{opt} этапов оптимального поиска)	$\lambda^{-1} \langle \tau_{opt}^*(\varepsilon/L) \rangle$ (среднее время локализации)
$\frac{1}{4} \leq \frac{\varepsilon}{L} < 1$	1	$W_1 = \varepsilon$	$\frac{1}{\lambda} (\varepsilon/L)^{-1}$
$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \leq \frac{\varepsilon}{L} \leq \frac{1}{4}$	2	$W_1 = (\varepsilon/L)^{1/2} L$ $W_2 = (\varepsilon/L) L = \varepsilon$	$\frac{2}{\lambda} (\varepsilon/L)^{-1/2}$
$\left(\frac{3}{4}\right)^{12} \leq \frac{\varepsilon}{L} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^6$	3	$W_1 = (\varepsilon/L)^{1/3} L$ $W_2 = (\varepsilon/L)^{2/3} L$ $W_3 = (\varepsilon/L) L = \varepsilon$	$\frac{3}{\lambda} (\varepsilon/L)^{-1/3}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\left(\frac{M}{M+1}\right)^{M(M+1)} \leq \frac{\varepsilon}{L} \leq$ $\leq \left(\frac{M-1}{M}\right)^{M(M-1)}$	M	$W_1 = (\varepsilon/L)^{1/M} L$ $W_2 = (\varepsilon/L)^{2/M} L$ $\vdots$ $W_m = (\varepsilon/L)^{m/M} L$ $\vdots$ $W_M = (\varepsilon/L)^{M/M} L = \varepsilon$	$\frac{M}{\lambda} (\varepsilon/L)^{-1/M}$

Основополагающей характеристикой любого проектируемого алгоритма оптимально-го многоэтапного поиска (вне зависимости от используемого режима поиска, наличия или отсутствия априорных сведений о мощности и возможном расположении разыскиваемого источника в пределах поискового интервала, требуемой точности локализации и других параметров) является математическое ожидание времени, необходимого для достижения алгоритмом требуемой точности локализации. Значение этой величины — главный показатель при проведении сравнительных анализов различных алгоритмов поиска. Сопоставление проектируемого алгоритма локализации с эталонным алгоритмом оптимального поиска равномерно распределённого источника показывает, насколько эффективно специализированный алгоритм учитывает априорные сведения о вероятном расположении разыскиваемого источника внутри поискового интервала, и какой выигрыш по времени это даёт в каждом конкретном случае. Далее эффективность каждого из предлагаемых алгоритмов локализации случайных источников будет оцениваться именно в сравнении с оптимальным алгоритмом локализации случайного равномерно распределённого источника. Для удобства проведения дальнейших сравнительных сопоставлений приводится таблица [9] с параметрами оптимальной процедуры поиска равномерно распределённого источника.

2. Квазиоптимальная многоэтапная локализация случайного точечно-импульсного источника с одномодальной кусочно-постоянной плотностью вероятности распределения на поисковом интервале. В [10] предложена оптимальная и физически реализуемая схема локализации случайного точечно-импульсного источника, имеющего кусочно-постоянную плотность вероятности распределения на поисковом интервале. Сложность применения описанной схемы на практике заключается в том, что

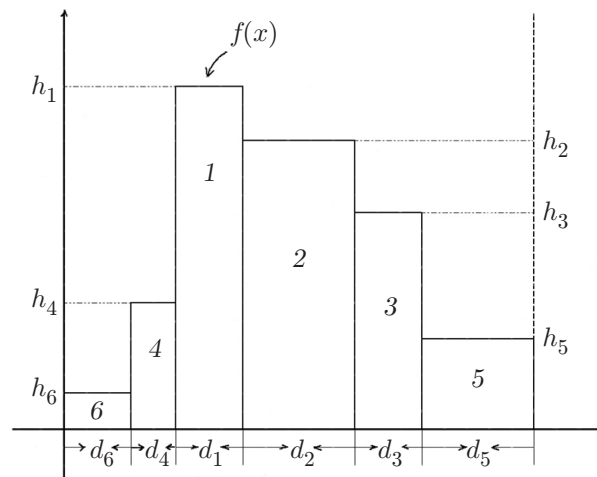


Рис. 1. Кусочно-постоянная плотность распределения $f(x)$ случайного точечно-импульсного источника, удовлетворяющая условиям физической реализуемости поискового алгоритма

при решении каждой конкретной задачи возникает необходимость нахождения численного решения достаточно громоздкой многомерной системы нелинейных уравнений. Поэтому ниже будет представлена модифицированная процедура поиска, которая, хотя и несколько уступает по быстродействию оптимальному поисковому алгоритму, изложенному в [10], но отличается от него, во-первых, простотой реализации и, во-вторых, тем, что появляется возможность оценить эффективность модифицированной процедуры без решения громоздких и трудоёмких систем нелинейных уравнений.

Итак, пусть на интервале $(0, L)$ имеется случайный точечно-импульсный источник, который обнаруживает себя генерацией в случайные моменты времени мгновенных импульсов, паузы между которыми имеют показательную плотность распределения $g(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$. Априорное распределение точечного источника задаётся кусочно-постоянной плотностью $f(x)$. Требуется за минимальное (в статистическом плане) время локализовать источник с точностью ε , используя детекторный приёмник с произвольно перестраиваемым во времени окном обзора.

Следует учесть, что для физической реализации предлагаемой поисковой процедуры, осуществляемой с помощью перемещения односвязного окна детектора, необходимо, чтобы функция $f(x)$ была одномодальной и не имела локальных минимумов внутри интервала $(0, 1)$. На рис. 1 приведён пример кусочно-постоянной плотности вероятности распределения точечного источника, удовлетворяющий требованиям физической реализуемости поискового алгоритма. Для упрощения дальнейшего изложения исключим (без ограничения общности) из рассмотрения параметр L , считая, что поиск всегда ведётся на интервале $(0, 1)$, а диапазон возможных значений параметра ε (с учётом его нормировки на L) лежит в пределах $0 < \varepsilon < 1$. Требование осуществить локализацию с точностью ε означает, что внутри интервала поиска должен быть указан фрагмент размером ε , в котором достоверно расположен разыскиваемый источник.

Все многоэтапные стратегии локализации равномерно распределённого точечного источника основаны на том, что при переходе от одного поискового этапа к другому одновременно сокращаются и размер поискового интервала, и размер сканирующего окна детекторного приёмника, а поисковое усилие на каждом из этапов распределяется в равной степени между всеми точками текущего окна поиска. В отличие от процедур равномерного поиска предлагаемая процедура квазиоптимального поиска точечного источника

с кусочно-постоянной плотностью распределения базируется на схеме последовательного выравнивания плотности на каждом из поисковых этапов, общее число которых определяется количеством участков постоянства функции плотности $f(x)$. На завершающем этапе поисковой процедуры всегда используется схема оптимального многоэтапного поиска равномерно распределённого источника.

Предлагаемая поисковая процедура начинается с осмотра в течение времени t_1 (эта величина в дальнейшем подлежит расчёту) самой высокой ступеньки функции плотности $f(x)$, имеющей высоту h_1 . При этом время t_1 должно быть рассчитано таким образом, чтобы при отсутствии за этот промежуток времени зафиксированных импульсов значение плотности $h_1(t_1)$, соответствующее самой высокой ступеньке, сравнялось со значением $h_2(t_1)$, соответствующим второй по высоте ступеньке. Если на первом же этапе (т. е. до истечения времени t_1) будет зафиксирован импульс, то наступит завершающая стадия процесса локализации, которая проводится, как уже говорилось, по схеме оптимального многоэтапного поиска равномерно распределённого точечно-импульсного источника. В соответствии с ней осуществляется многоэтапный поиск внутри участка размером d_1 (соответствует ширине ступеньки, осматривавшейся в момент генерации импульса), который ведётся до достижения требуемой точности ε . В противном случае (т. е. при отсутствии импульса в течение времени t_1) осуществляется пересчёт параметров кусочно-постоянной функции плотности $f(x)$. В результате ступеньки d_1 и d_2 сливаются в одну ступеньку размером $(d_1 + d_2)$, поскольку уровни плотностей в них выравниваются. Количество интервалов постоянной плотности функции $f(x)$ уменьшается на единицу и становится равным $(n - 1)$, а её значения пересчитываются на всех участках $d_3, \dots, d_n$. После такой модификации функции $f(x)$ вся описанная процедура циклически повторяется. В итоге либо на одном из этапов (скажем, с номером i) будет зафиксирован импульс, и процесс локализации закончится многоэтапным поиском равномерно распределённого источника на объединённом интервале $(d_1 + d_2 + \dots + d_i)$, либо функция $f(x)$ трансформируется в единичную константу на всём поисковом интервале. Последний случай будет соответствовать равномерной плотности распределения, что приведёт к заключительному оптимальному многоэтапному поиску на всём интервале $(0, 1)$.

Теперь необходимо формализовать порядок расчёта всех параметров, участвующих в построении процедуры многоэтапного квазиоптимального поиска случайного точечно-импульсного источника с одномодальной кусочно-постоянной плотностью $f(x)$. Как показано на рис. 1, такую функцию $f(x)$, определённую на интервале $(0, 1)$, проще всего задать набором её значений h_i на участках постоянной плотности d_i . При этом все фрагменты ранжируются по высоте, т. е. $h_1 > h_2 > \dots > h_n$. Таким образом, вероятность того, что сигнальный источник расположен на участке d_i , будет характеризоваться величиной $P_i = h_i d_i$. Требуемая точность локализации ε представляет собой нормализованную величину, лежащую в диапазоне $0 < \varepsilon < 1$.

Построение квазиоптимального поискового алгоритма начнём с вычисления времени t_1 , в течение которого должно вестись наблюдение самой высокой ступеньки h_1 . Этот промежуток времени выбирается из следующего условия: если к моменту времени t_1 не будет зафиксировано ни одного импульса, то значения уровней плотности $h_1(t_1)$ и $h_2(t_1)$ в двух самых высоких ступеньках должны сравняться, в результате чего первый этап поиска закончится, и поисковая процедура перейдёт к следующему этапу. Событие, состоящее в том, что за время t_1 не будет зафиксировано ни одного импульса, может наблюдаться в двух непересекающихся случаях, а именно: 1) сигнальный источник находится вне участка d_1 — вероятность такого события есть $(1 - P_1)$; 2) источник находится на участке d_1 , но генерации импульса за промежуток времени t_1 не происходит — вероятность такого события равна $P_1 \exp(-\lambda t_1)$. Таким образом, при отсутствии импульсов в течение време-

ни t_1 вероятность P_1 переходит в вероятность $P_1(t_1) = \frac{P_1 \exp(-\lambda t_1)}{(1 - P_1) + P_1 \exp(-\lambda t_1)}$. Соответственно, значение функции плотности вероятности $f(x)$ на участке d_1 , которое изначально задавалось величиной h_1 , по истечении времени t_1 станет равным

$$h_1(t_1) = \frac{P_1(t_1)}{d_1} = \frac{h_1 \exp(-\lambda t_1)}{(1 - P_1) + P_1 \exp(-\lambda t_1)}. \quad (1)$$

Интегральное падение вероятности под ступенькой h_1 составит величину

$$\Delta P_1 = P_1 - P_1(t_1) = P_1 - \frac{P_1 \exp(-\lambda t_1)}{(1 - P_1) + P_1 \exp(-\lambda t_1)},$$

или, если ввести обозначение $x = \exp(-\lambda t_1)$,

$$\Delta P_1 = P_1 - P_1(t_1) = P_1 \left(1 - \frac{x}{1 - P_1(1 - x)} \right). \quad (2)$$

Падение плотности вероятности под ступенькой h_1 должно компенсироваться пропорциональным увеличением плотности на всех остальных участках $d_2, \dots, d_n$, что даёт возможность вычислить коэффициент этого роста:

$$K = \frac{(1 - P_1) + \Delta P_1}{1 - P_1} = 1 + \frac{\Delta P_1}{1 - P_1}. \quad (3)$$

В частности, высота второй ступеньки h_2 с учётом соотношений (2) и (3) преобразуется в величину

$$\begin{aligned} h_2(t_1) &= h_2 K = h_2 \left(1 + \frac{\Delta P_1}{1 - P_1} \right) = h_2 \left(1 + \frac{P_1}{1 - P_1} \left(1 - \frac{x}{1 - P_1(1 - x)} \right) \right) = \\ &= \frac{h_2}{1 - P_1} \left(1 - P_1 + P_1 \frac{1 - P_1 + P_1 x - x}{1 - P_1 + P_1 x} \right) = \\ &= h_2 \left[1 + \frac{P_1(1 - x)}{1 - P_1 + P_1 x} \right] = \frac{h_2}{(1 - P_1) + P_1 x}. \end{aligned} \quad (3a)$$

Поскольку в момент времени t_1 требуется совпадение величин $h_1(t_1)$ и $h_2(t_1)$, определяемых соотношениями (1) и (3a), то должно выполняться равенство $x = h_2/h_1$. Учитывая, что $x = \exp(-\lambda t_1)$, получаем значение переменной t_1 :

$$t_1 = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{h_1}{h_2}. \quad (4)$$

Подставляя в (3a) значение $x = h_2/h_1$, получим коэффициент

$$K = \frac{1}{(1 - P_1) + P_1 x} = \frac{1}{(1 - P_1) + P_1 h_2/h_1},$$

по которому должен осуществляться пересчёт уровней плотности функции $f(x)$ на всех участках $d_2, \dots, d_n$, если предстоит переход ко второму этапу поиска. Такой переход не потребует, если во время осмотра ступеньки h_1 до момента истечения времени

$t_1 = \lambda^{-1} \ln(h_1/h_2)$ будет зафиксирован хотя бы один импульс. В этом случае первый этап будет закончен досрочно — в момент регистрации первого импульса. Сразу после этого начнётся финальная стадия поискового процесса, которая проводится внутри окна d_1 до достижения требуемой точности локализации ε . Она проходит по схеме оптимального поиска равномерно распределённого источника. Вышеприведённых соотношений (1)–(4) достаточно для конструктивного построения квазиоптимальной многоэтапной процедуры локализации точечно-импульсного источника, имеющего кусочно-постоянную плотность вероятности распределения. Для оценивания её эффективности в каждом конкретном случае весь процесс многоэтапного циклического перестроения параметров поиска, включая нахождение математического ожидания общего времени локализации, был запрограммирован. Программные расчёты использовались при сравнении предлагаемой квазиоптимальной многоэтапной процедуры с другими поисковыми алгоритмами по быстродействию. Результаты такого сравнительного анализа приведены ниже.

3. Сопоставление различных алгоритмов локализации точечно-импульсных источников по эффективности. Сравнительный анализ обсуждаемых в представленной работе поисковых алгоритмов базируется в первую очередь на применении описанного в разд. 1 эталонного алгоритма оптимальной многоэтапной локализации равномерно распределённого точечно-импульсного источника. Этот метод имеет ряд очевидных преимуществ, по которым он может считаться эталонным. Во-первых, он действительно оптимален при локализации равномерно распределённого точечно-импульсного источника, т. е. при равномерном распределении источника невозможно построить алгоритм локализации с более высоким (в статистическом плане) быстродействием. Во-вторых, если эту эталонную стратегию применить для локализации случайного источника с произвольным пространственным распределением, то усреднённое по ансамблю реализаций время поиска не изменится. В-третьих, при построении процедуры оптимального поиска равномерно распределённого источника не требуется знания его фактической мощности. Ещё одним достоинством оптимального алгоритма равномерного поиска является то, что его невосприимчивость к априорному распределению снимает все проблемы при его физической реализации, которая осуществляется посредством перемещения односвязного сканирующего окна детектора. По всем перечисленным причинам у эталонного алгоритма оптимального равномерного поиска практически нет конкурентов в тех случаях, когда отсутствуют априорные сведения о распределении и мощности разыскиваемого источника. Но это не означает, что алгоритм оптимальной локализации равномерно-распределённого источника абсолютно незаменим. Ниже будет продемонстрирован пример, когда специализированный алгоритм, ведущий поиск с учётом априорного распределения разыскиваемого источника, оказывается более эффективным.

Оценивание сравнительного быстродействия нескольких поисковых алгоритмов, включая предложенный в разд. 2 алгоритм многоэтапной квазиоптимальной локализации, будет проведено на примере решения задачи 1.

Задача 1. На рис. 2 представлена двухступенчатая функция $f(x)$, описывающая априорную плотность распределённого на интервале $(0, 1)$ случайного точечно-импульсного источника. Источник обнаруживает себя генерацией в случайные моменты времени мгновенных импульсов, длительность пауз между которыми задаётся показательным распределением $g(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$, т. е. имеется случайный точечный пуассоновский источник мощностью λ . Требуется за минимальное (в статистическом плане) время локализовать источник с точностью ε . Для определённости (чтобы стало возможным провести программно-численные расчёты по всем сравниваемым алгоритмам) зададим требуемую точность локализации $\varepsilon = 0,125$.

А л г о р и т м 1. Простейший алгоритм одноэтапной локализации. Это пример нерационального алгоритма, заключающегося в постоянном сканировании поискового

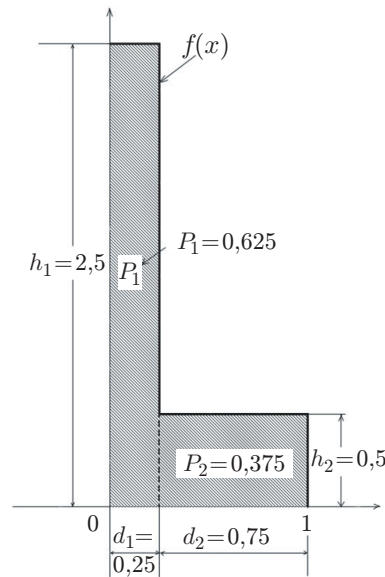


Рис. 2. Кусочно-постоянная функция распределения случайного точечно-импульсного источника $f(x)$, применявшаяся в задаче 1

интервала $(0, 1)$ детекторным окном размером $\varepsilon = 0,125$. Поиск продолжается до момента фиксации первого импульса. Математическое ожидание продолжительности такого алгоритма локализации применительно к задаче 1 составляет $\langle T \rangle = (\lambda \varepsilon)^{-1} = 8/\lambda$.

А л г о р и т м 2. Дихотомический поиск. В данном случае (т. е. в условиях задачи 1) это будет трёхэтапная процедура. На первом этапе исходный интервал делится на две части, которые попеременно осматриваются детекторным окном размером 0,5. Этап продолжается до момента фиксации импульса. На втором этапе размер окна детектора уменьшается вдвое и поиск продолжается внутри подынтервала, в котором был зафиксирован первый импульс. На последнем третьем этапе окно детектора, естественно, становится равным 0,125, а дихотомический поиск ведётся внутри подынтервала размером 0,25, в котором был зафиксирован 2-й импульс. Средняя продолжительность каждого из трёх этапов такой процедуры равна $2/\lambda$, и, таким образом, математическое ожидание продолжительности дихотомического поиска в данной конкретной задаче будет равно $\langle T \rangle = 6/\lambda$.

А л г о р и т м 3. Процедура оптимальной многоэтапной локализации, не учитывающая априорной плотности распределения разыскиваемого источника. Такой процедурой, как уже отмечалось выше, является описанная в разд. 1 оптимальная многоэтапная процедура локализации равномерно распределённого точечно-импульсного источника. В соответствии с данными, приводимыми в таблице, оптимальная процедура при требуемой точности локализации $\varepsilon/L = 0,125$ должна состоять из двух этапов. Первый этап ведётся путём сканирования всего поискового интервала $(0, 1)$ детекторным окном размером $\sqrt{1/8} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \approx 0,35$ и продолжается до фиксации импульса. На втором этапе сканирующее окно детектора равно 0,125, а поиск ведётся внутри окна размером $\sqrt{1/8}$, в котором был зафиксирован первый импульс. В соответствии с приведённой в разд. 1 таблицей математическое ожидание продолжительности поиска по алгоритму 3 (применительно к задаче 1) составляет $\langle T \rangle = 2\sqrt{8}/\lambda \approx 5,6568/\lambda$.

А л г о р и т м 4. Процедура квазиоптимальной многоэтапной локализации случайного точечно-импульсного источника с кусочно-постоянной плотностью

вероятности распределения. В применении к задаче 1 схема поиска такова. На первом этапе в течение времени

$$t_1 = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{\lambda} \ln 5 \approx \frac{1,6094}{\lambda}$$

осматривается первый участок поискового интервала, соответствующий самой высокой ступеньке функции плотности вероятности $f(x)$, представленной на рис. 1. При переходе ко второму этапу возможна развилка. Если за время $t_1 = 1,6094/\lambda$ происходит фиксация импульса, то первый этап заканчивается досрочно, и процедура локализации сразу переходит ко второму этапу. Второй (завершающий) этап ведётся по схеме оптимального поиска источника, равномерно распределённого внутри интервала d_1 , до достижения требуемой точности $\varepsilon = 0,125$. Если же за время $t_1 = 1,6094/\lambda$ не будет зафиксировано ни одного импульса, то по его истечении процедура локализации тоже перейдёт ко второму завершающему этапу, но равномерный поиск до достижения требуемой точности $\varepsilon = 0,125$ будет вестись уже на всём интервале $(0, 1)$. Проведённый программный расчёт показал, что для задачи 1 математическое ожидание времени локализации, выполняемой с использованием процедуры квазиоптимальной многоэтапной локализации, составит $\langle T \rangle = 4,9320/\lambda$.

Приведённые результаты позволяют сделать следующие выводы.

Как и ожидалось, самым эффективным при решении задачи 1 оказался алгоритм 4 квазиоптимального поиска, который учитывает и априорное распределение разыскиваемого источника, и его мощность. Вторым по быстродействию оказался алгоритм 3, проводившийся в полном соответствии со схемой оптимальной многоэтапной локализации равномерно распределённого источника. В сравнении с квазиоптимальным алгоритмом 4 его проигрыш в быстродействии составил $((5,6568 - 4,9320)/4,9320)100 \% = 14,7 \%$. Третьим по скорости исполнения оказался алгоритм дихотомического поиска, который оказался медленнее квазиоптимального алгоритма на $((6,0 - 4,932)/4,932)100 \% = 21,7 \%$. И самым неэффективным был простейший алгоритм одноэтапного поиска, который проиграл квазиоптимальному алгоритму в скорости $((8,0 - 4,932)/4,932)100 \% = 62,2 \%$.

Заключение. Таким образом, при решении как теоретических, так и прикладных задач, которые связаны с поиском и локализацией малоразмерных сигнальных объектов, обнаруживающих себя генерацией в случайные моменты времени мгновенных импульсов, нужно учитывать следующие моменты. В первую очередь должны рассматриваться многоэтапные поисковые алгоритмы, эффективность которых неограниченно возрастает при ужесточении требований к конечной точности локализации. В тех случаях, когда заданы лишь интервал поиска и требуемая точность локализации, но нет никаких дополнительных априорных сведений о расположении и мощности разыскиваемого источника, оптимальным поисковым алгоритмом является описанная в разд. 1 процедура многоэтапной оптимальной локализации равномерно распределённого источника. Если же плотность вероятности распределения разыскиваемого источника и его мощность априорно известны, то возможно построить поисковую процедуру, превосходящую по быстродействию процедуру оптимального поиска равномерно распределённого источника. Так, для локализации источника с одномодальной кусочно-постоянной плотностью вероятности распределения может быть рекомендован описанный в разд. 2 квазиоптимальный поисковый алгоритм. Его достоинство заключается не только в высоком быстродействии, но и в том, что при его практическом применении не возникает проблем с его физической реализацией, осуществляемой посредством перемещения односвязного окна приёмного детектора.

Финансирование. Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ (проект № 124041700103-1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф.** Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 392 с.
2. **Беллман Р., Калаба Р.** Динамическое программирование и современная теория управления. М.: Наука, 1969. 118 с.
3. **Ohring M., Kasprzak L.** Reliability and Failure of Electronic Materials and Devices. Cambridge: Academic Press, 2014. 758 p.
4. **Poor H. V.** An Introduction to Signal Detection and Estimation. N.-Y.: Springer-Verlag, 1994. 398 p.
5. **Громилин Г. И., Косых В. П., Попов С. А., Стрельцов В. А.** Подавление фона с резкими перепадами яркости в последовательности изображений динамических малоразмерных объектов // Автометрия. 2019. **55**, № 3. С. 3–12. DOI: 10.15372/AUT20190301.
6. **Jiang X., Hadid A., Pang Y.** Deep Learning in Object Detection and Recognition. Singapore: Springer, 2019. 224 p.
7. **Zhu X.-J., Wen L., Hobbs G. et al.** Detection and localization of single-source gravitational waves with pulsar timing arrays // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS). 2015. **449**, Iss. 2. P. 1650–1663.
8. **Weinberg S.** Cosmology. Oxford, N.-Y.: Oxford University Press, 2008. 593 p.
9. **Reznik A. L., Solov'ev A. A., Torgov A. V.** Algorithms for Optimal Localization of a Random Point-Pulse Source Uniformly Distributed over a Search Interval // Patt. Recogn. Image Anal. 2018. **28**. P. 354–361. DOI: 10.1134/S1054661818020177.
10. **Резник А. Л., Соловьев А. А., Торгов А. В.** Локализация случайных импульсно-точечных источников с применением физически реализуемых поисковых алгоритмов // Автометрия. 2020. **56**, № 6. С. 49–60. DOI: 10.15372/AUT20200606.

Поступила в редакцию 15.04.2024

После доработки 22.04.2024

Принята к публикации 22.04.2024