

УДК 535.56; 543.454

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ОШИБКИ ЮСТИРОВКИ АНАЛИЗАТОРА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ФАЗОВОГО ПОЛЯРИМЕТРА НА ПАРАМЕТРЫ ИНФОРМАТИВНОГО СИГНАЛА

© А. А. Голополосов¹, А. И. Юрин^{1,2}, Г. Н. Вишняков^{1,3},
В. Л. Минаев^{1,2}

¹Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений,
119361, Москва, ул. Озёрная, 46

²Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
101000, Москва, ул. Мясницкая, 20

³Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5, корп. 1
E-mail: ayurin@hse.ru

Приведена схема дифференциального фазового поляриметра, применяемого для исследования оптически активных веществ. Для анализа влияния ошибки юстировки вращающегося анализатора на результаты измерений угла вращения плоскости поляризации (УВПП) применено математическое моделирование процесса формирования информативного сигнала при наличии отклонения от перпендикулярности плоскости анализатора относительно оси распространения излучения. Приведены результаты исследования влияния ошибки юстировки на точность восстановления разности фаз двух гармонических сигналов. Полученные результаты позволяют выработать требования к юстировке элементов дифференциального фазового поляриметра с целью повышения точности измерений УВПП.

Ключевые слова: математическое моделирование физических процессов, поляриметрия, анализ гармонических сигналов.

DOI: 10.15372/AUT20240509

EDN: BYPHRI

Введение. Методы поляриметрии широко применяют в астрономии [1, 2], пищевой промышленности [3, 4], медицине [5, 6] и т. д. Подобные методы основаны на измерении угла вращения плоскости поляризации (УВПП) света, прошедшего через оптически активную среду [7]. Оптическая активность обусловлена строением кристаллической решётки или молекул, поэтому, измеряя УВПП, можно определять состав вещества, конфигурацию молекул, концентрацию растворов и т. д. [8].

Для измерения УВПП можно использовать методы, основанные на анализе разности фаз двух гармонических сигналов (так называемые методы дифференциальной фазовой поляриметрии), которые обладают высокой точностью и низкой чувствительностью к шумам [9]. Для получения гармонических сигналов два поляризованных луча света, один из которых проходит через кювету с исследуемым веществом, пропускают через вращающийся анализатор (рис. 1). Значение УВПП при этом оказывается пропорционально сдвигу фаз между опорным и объектным сигналами.

Вращающийся с постоянной скоростью анализатор модулирует проходящий поток излучения, поэтому сигналы на фотоприёмниках можно описать законом Малюса [10]:

$$S_{об}(t) = M_{a_{об}} + \sigma_{a_{об}}\eta(t) + M_{b_{об}} \cos(\omega_0 t + \sigma_{\varphi_{об}}\eta_{\varphi}(t) + \varphi_{0_{об}}), \quad (1)$$

$$S_{оп}(t) = M_{a_{оп}} + \sigma_{a_{оп}}\eta(t) + M_{b_{оп}} \cos(\omega_0 t + \sigma_{\varphi_{оп}}\eta_{\varphi}(t) + \varphi_{0_{оп}}), \quad (2)$$

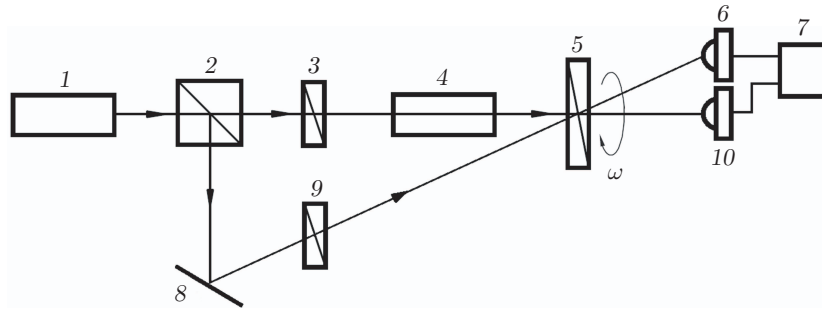


Рис. 1. Схема дифференциального поляриметра: 1 — источник монохроматического излучения; 2 — светоделитель; 3, 9 — поляризаторы; 4 — кювета с исследуемым веществом; 5 — вращающийся анализатор; 6, 10 — фотоприёмники; 7 — фазометр; 8 — неподвижное зеркало

где $S_{об}(t)$ — сигнал с объектного фотоприёмника; $S_{оп}(t)$ — сигнал с опорного фотоприёмника; M_{a_i} , σ_{a_i} — среднее значение и среднее квадратическое отклонение (СКО) постоянной составляющей сигнала; M_{b_i} — амплитуда сигнала; $\eta(t)$ — аддитивный амплитудный шум, вызываемый непостоянством интенсивности источника излучения; $\omega_0 = 2\pi/T$ — частота сигнала (определяемая периодом T); σ_{φ_i} , $\eta_{\varphi}(t)$ — СКО фазы и фазовый шум, вызываемые неравномерностью вращения поляризатора; φ_{0i} — начальная фаза; t — время.

Для расчёта разности фаз между сигналами целесообразно использовать методы, основанные на преобразовании Фурье [11].

Однако, поскольку изначально разность фаз между каналами сложно устранить, сначала проводят референтное измерение без объекта в измерительном канале. Затем в измерительный канал помещается оптически активная среда, которая поворачивает плоскость поляризации излучения в объектном канале, тем самым внося фазовый сдвиг в сигнал. Результат референтного измерения вычитают из результата объектного измерения. Если при этом плоскость вращающегося анализатора будет перпендикулярна объектному каналу, то при повороте плоскости поляризации будет возникать дополнительный фазовый сдвиг, который может являться источником ошибки измерений. Обеспечить перпендикулярность можно заданием требований на допуски изготовления деталей и юстировки.

Поэтому анализ влияния отклонения перпендикулярности на процесс формирования информативного сигнала является актуальной задачей.

Цель данной работы — повышение точности измерений УВПП за счёт анализа и учёта влияния ошибки юстировки анализатора дифференциального фазового поляриметра.

Математическая модель. Для дальнейшего описания рассмотрим следующую модель (рис. 2). Пусть в трёхмерном пространстве определена правая система координат $OXYZ$, а излучение в этой системе распространяется вдоль оси OZ . Далее примем, что изначально плоскость поляризации P_0 лежит в плоскости YOZ , а плоскость вращающегося анализатора A_0 — в плоскости XOY . Тогда вектор нормали к плоскости поляризации $\mathbf{p}$ будет совпадать с направлением оси OX , а вектор нормали к плоскости анализатора $\mathbf{a}$ (на рисунке не показан) — с направлением оси OZ .

Введём матрицы поворота вокруг осей OX , OY и OZ на углы θ_x , θ_y и φ соответственно:

$$\mathbf{M}_x(\theta_x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x \\ 0 & \sin \theta_x & \cos \theta_x \end{pmatrix}, \quad (3)$$

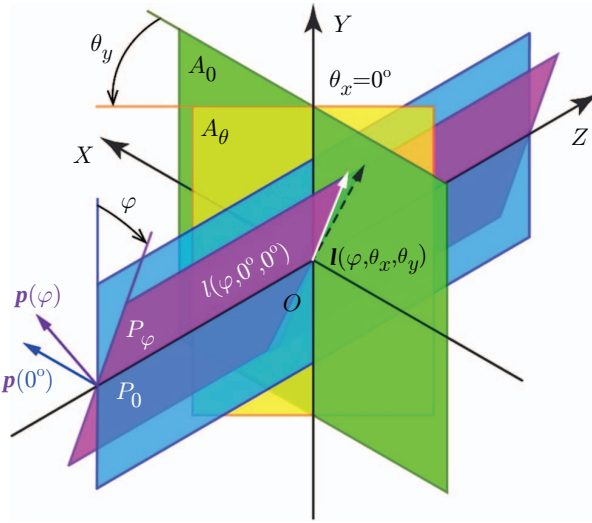


Рис. 2. Схема математической модели модулятора сигнала

$$\mathbf{M}_y(\theta_y) = \begin{pmatrix} \cos \theta_y & 0 & \sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{M}_z(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Поскольку излучение распространяется только вдоль оси OZ , и плоскость поляризации может вращаться только вокруг этой оси, то повёрнутую на некоторый угол φ относительно исходного положения плоскость поляризации P_φ можно выразить через её вектор нормали как

$$\mathbf{p}(\varphi) = \mathbf{M}_z(\varphi) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Значения угла φ лежат в пределах от -90° до $+90^\circ$.

Для описания плоскости A_θ произвольно расположенного анализатора достаточно будет поворачивать его только вокруг осей OX и OY . Условимся, что вращение происходит сначала вокруг оси OX , а затем вокруг оси OY . Тогда итоговая матрица поворота будет определяться выражением

$$\mathbf{M}(\theta_x, \theta_y) = \mathbf{M}_y(\theta_y) \mathbf{M}_x(\theta_x) = \begin{pmatrix} \cos \theta_y & \sin \theta_x \cdot \sin \theta_y & \cos \theta_x \cdot \sin \theta_y \\ 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x \\ -\sin \theta_y & \sin \theta_x \cdot \cos \theta_y & \cos \theta_x \cdot \cos \theta_y \end{pmatrix}, \quad (7)$$

и плоскость анализатора, повёрнутая на углы θ_x и θ_y , будет определяться её вектором нормали:

$$\mathbf{a}(\theta_x, \theta_y) = \mathbf{M}(\theta_x, \theta_y) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_x \cdot \sin \theta_y \\ -\sin \theta_x \\ \cos \theta_x \cdot \cos \theta_y \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Прямую пересечения плоскости поляризации P_φ с плоскостью вращающегося анализатора A_θ можно определить с помощью направляющего вектора $\mathbf{l}$ этой прямой, который описывается как

$$\mathbf{l}(\varphi, \theta_x, \theta_y) = \mathbf{a}(\theta_x, \theta_y) \times \mathbf{p}(\varphi) = \begin{pmatrix} -\sin \varphi \cdot \cos \theta_x \cdot \cos \theta_y \\ \cos \varphi \cdot \cos \theta_x \cdot \cos \theta_y \\ \cos \varphi \cdot \sin \theta_x + \sin \varphi \cdot \cos \theta_x \cdot \sin \theta_y \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где знак « $\times$ » обозначает векторное произведение. Следует отметить, что вследствие некоммутативности векторного произведения дальнейшие выводы делаются именно для произведения (9).

Как было отмечено ранее, в схеме дифференциального поляриметра сначала проводят референтное измерение без объекта, а затем в неё помещают оптически активный объект, который поворачивает плоскость поляризации. Интенсивность сигнала на фотоприёмнике можно рассматривать как нормированную длину проекции вектора $\mathbf{l}$ на ось пропускания анализатора (на рисунке не показана). Вращение анализатора приводит к вращению его оси пропускания и формированию сигнала, описываемого уравнениями (1) и (2). При этом разность между референтным и объектным измерениями в рамках данной модели можно представить как угол между векторами $\mathbf{l}(\varphi_0, \theta_x, \theta_y)$ и $\mathbf{l}(\varphi_0 + \Delta\varphi, \theta_x, \theta_y)$, где φ_0 — начальный наклон плоскости поляризации (референтное измерение), $\Delta\varphi$ — угол поворота плоскости поляризации (объектное измерение). Очевидно, что наклон плоскости анализатора A_θ будет создавать разницу между углом поворота плоскости анализатора и углом между векторами $\mathbf{l}(\varphi_0, \theta_x, \theta_y)$ и $\mathbf{l}(\varphi_0 + \Delta\varphi, \theta_x, \theta_y)$. Таким образом, ошибку δ , вызываемую отклонением плоскости анализатора, будем определять как

$$\delta(\varphi_0, \Delta\varphi, \theta_x, \theta_y) = \arccos \left(\frac{\mathbf{l}(\varphi_0, \theta_x, \theta_y) \cdot \mathbf{l}(\varphi_0 + \Delta\varphi, \theta_x, \theta_y)}{|\mathbf{l}(\varphi_0, \theta_x, \theta_y)| \cdot |\mathbf{l}(\varphi_0 + \Delta\varphi, \theta_x, \theta_y)|} \right) - \Delta\varphi. \quad (10)$$

Из полученного выражения можно сделать вывод, что значение ошибки будет также зависеть от угла поворота $\Delta\varphi$ плоскости поляризации.

По формуле (10) можно получить значения ошибки δ , вызываемой отклонением от перпендикулярности плоскости анализатора относительно оси распространения излучения при фиксированном значении угла поворота плоскости поляризации φ . Зафиксировав на определённых значениях углы поворота плоскости анализатора θ_x и θ_y , можно определить, как меняется ошибка δ в зависимости от угла поворота плоскости поляризации φ .

Полученные формулы позволяют оценить ошибку измерений, вызванную постоянным поворотом плоскости вращающегося анализатора относительно измерительного канала. Но в реальной системе при вращении анализатора всегда будут иметь место биения пластины. В этом случае вектор нормали $\mathbf{a}$ описывает конус, ось симметрии которого является осью вращения анализатора. В рамках данной модели для описания такого биения достаточно представить углы θ_x и θ_y в виде зависимости их значений от времени:

$$\theta_x(t) = \bar{\theta}_x + \varepsilon \cos(\omega_0 t/2), \quad (11)$$

$$\theta_y(t) = \bar{\theta}_y + \varepsilon \sin(\omega_0 t/2), \quad (12)$$

где ε — биение, выраженное в угловой мере; $\bar{\theta}_x$ и $\bar{\theta}_y$ — углы, на которые повёрнута ось вращения анализатора.

Таким образом, у ошибки δ возникает ещё и временная зависимость, связанная с сигналом.

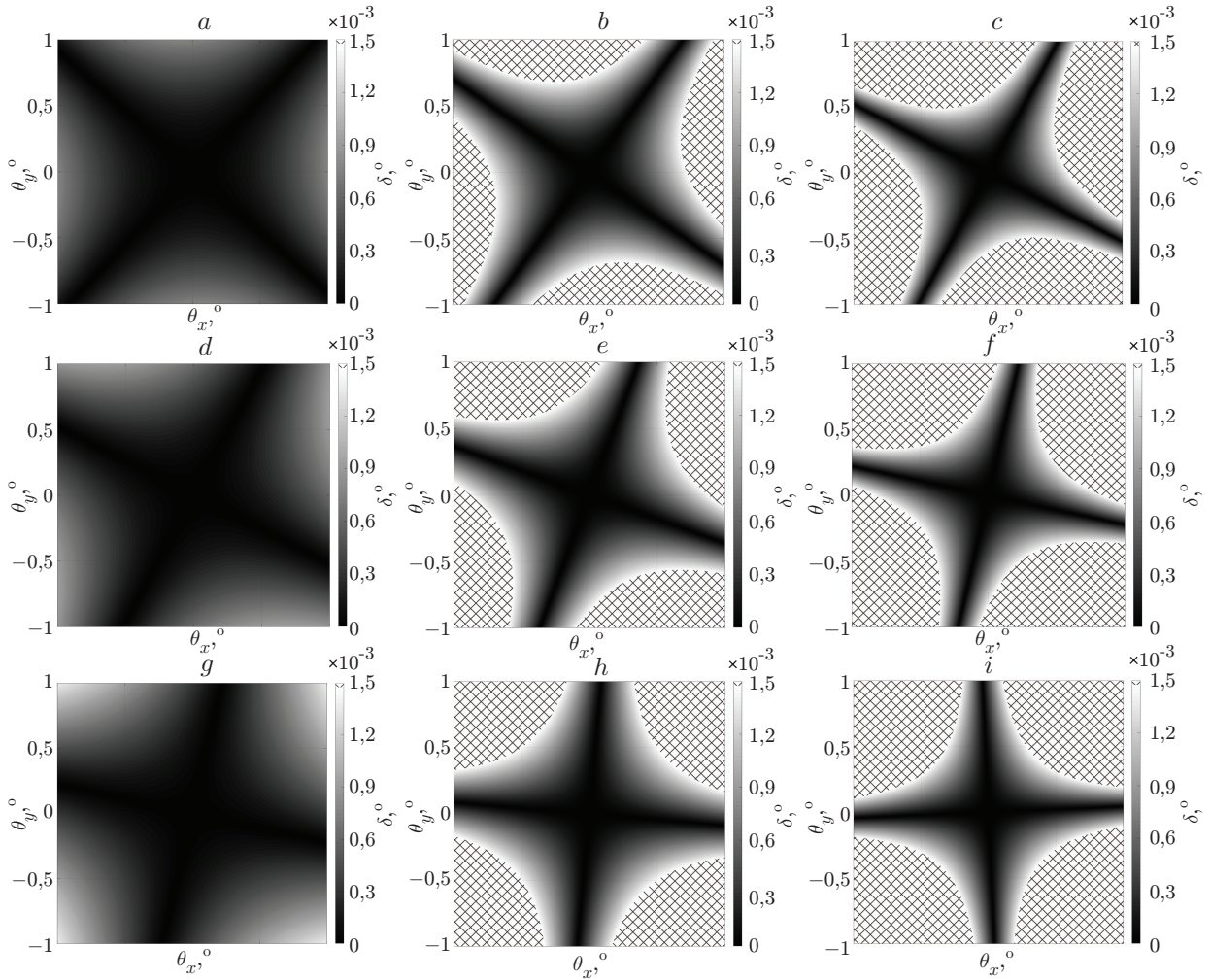


Рис. 3. Значения ошибки δ от углов поворота плоскости анализатора θ_x и θ_y для начальных положений плоскости поляризации φ_0 ($a, b, c — 0^\circ$; $d, e, f — 15^\circ$; $g, h, i — 30^\circ$) и для углов поворота плоскости поляризации $\Delta\varphi$ ($a, d, g — 5^\circ$; $b, e, h — 20^\circ$; $c, f, i — 30^\circ$)

Результаты математического моделирования. Далее приведём результаты расчёта влияния ошибки юстировки на погрешность алгоритма вычисления фазового сдвига по сигналам дифференциального фазового поляриметра. Математическое моделирование проводилось в среде MATLAB.

Зафиксировав значение φ_0 начального положения плоскости поляризации и значение $\Delta\varphi$ угла поворота плоскости поляризации по формуле (10), были построены карты ошибки $\delta(\theta_x, \theta_y)$ для углов поворота плоскости анализатора θ_x и θ_y , лежащих в пределах от -1 до $+1^\circ$ (рис. 3). Заштрихованной областью на графиках обозначены области $\delta > 0,0015^\circ$, которые соответствуют расширенной неопределённости измерения УВП первичным эталоном по поверочной схеме, утверждённой приказом Росстандарта № 2652 от 20.10.2022. В случае, когда значения углов θ_x и θ_y описываются уравнениями (11) и (12), значения ошибки будут лежать на окружности с центром в точках $\bar{\theta}_x$ и $\bar{\theta}_y$ и радиусом ε .

Полученные результаты также позволяют оценить ошибку в зависимости от самой измеряемой величины угла поворота плоскости поляризации $\Delta\varphi$, т. е. имеет место мультипликативная погрешность. Варьируя значением $\Delta\varphi$ в типичных для поляризметрических

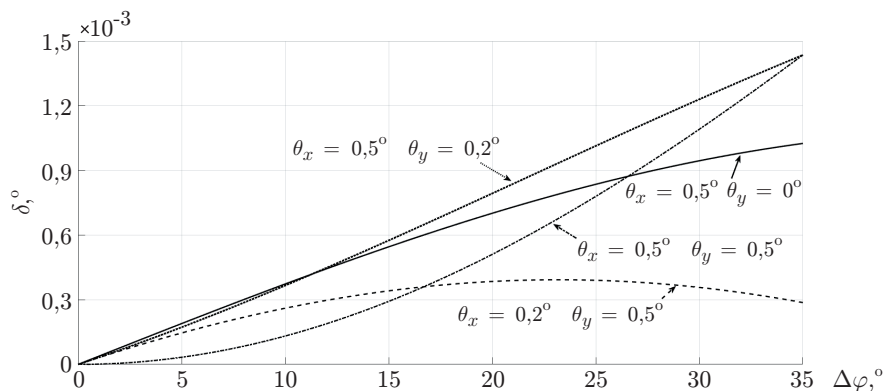


Рис. 4. Значения ошибки δ от угла поворота плоскости поляризации $\Delta\varphi$ при фиксированных значениях углов поворота плоскости анализатора θ_x и θ_y

измерений пределах от 0 до $+35^\circ$, при фиксированных значениях углов поворота плоскости анализатора θ_x и θ_y получим зависимости, приведённые на рис. 4.

Из полученных результатов видно, что значение ошибки, вносимой наклоном анализатора, имеет сложный характер, который тяжело учесть при измерениях. При этом результаты моделирования показывают, что при отклонении от перпендикулярности вращающегося анализатора направления луча объектного канала в пределах от 0 до $+0,5^\circ$ для большинства поляриметрических измерений ошибка не будет превышать допустимую.

Заключение. В работе представлены результаты анализа ошибки измерений, вызванной отклонением от перпендикулярности плоскости вращающегося анализатора оси измерительного канала дифференциального фазового поляриметра. С помощью численного моделирования процесса формирования информативного сигнала сделан вывод о допустимых углах отклонения от перпендикулярности плоскости анализатора относительно оси распространения излучения, что позволяет выработать требования к юстировке узла вращения анализатора. Для обеспечения погрешности измерений УВП не более $\pm 0,0015^\circ$ необходимо за счёт юстировки положения вращающегося анализатора добиваться отклонения от перпендикулярности плоскости анализатора не более $\pm 0,5^\circ$.

Приведённый в представленной работе подход может быть применён для моделирования процессов формирования информативного сигнала в оптических схемах, содержащих поляризационную оптику.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Всероссийского научно-исследовательского института оптико-физических измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ключкова В. Г., Панчук В. Е., Романенко В. П., Найденов И. Д. Поляриметрия и спектрополяриметрия звёзд. Приборы и методы // Бюлл. Спец. астрофиз. обсерв. 2005. № 58. С. 132–144.
2. Дмитриев А. В., Чимитдоржиев Т. Н., Гусев М. А. и др. Базовые продукты зондирования Земли космическими радиолокаторами с синтезированной апертурой // Исследование Земли из космоса. 2014. № 5. С. 83–91. DOI: 10.7868/S0205961414050042.
3. ГОСТ 12517-2013. Сахар. Метод определения сахарозы. Введ. 01.02.15. М.: Стандартинформ, 2016. 10 с.

4. **Орлова А. В., Кононов Л. О.** Поляриметрия как метод изучения структуры водных растворов углеводов: корреляция с другими методами // Радиотехника. Наносистемы. Информационные технологии. 2020. **12**, № 1. С. 95–106.
5. **Сыроешкин А. В., Оготоева Д. Д., Галкина Д. А. и др.** Поляриметрия и динамическое светорассеяние в контроле качества настоек // Вопросы биологической, медицинской и фармацевтической химии. 2022. **25**, № 9. С. 3–9.
6. **Руднева М. А.** Ранняя диагностика и контроль динамики прогрессирования глаукомы методом сканирующей лазерной поляриметрии (GDXVCC) // Глаукома. 2006. № 4. С. 41–44.
7. **Волкова Е. А.** Поляризационные измерения. М.: Изд-во стандартов, 1974. 156 с.
8. **Снопко В. Н.** Поляризационные характеристики оптического излучения и методы их измерения. Минск: Наука и техника, 1992. 336 с.
9. **Вишняков Г. Н., Левин Г. Г., Ломакин А. Г.** Измерение угла вращения плоскости поляризации методом дифференциальной поляриметрии с вращающимся анализатором // Оптический журнал. 2011. **78**, № 2. С. 53–60.
10. **Яворский Б. М., Детлаф А. А.** Справочник по физике для инженеров и студентов вузов. 4-е изд., 1968. М.: Наука, 1968. 940 с.
11. **Гужов В. И., Подъяков А. Е., Солодкин Ю. Н., Штейнгольц З. И.** Восстановление фазы волнового фронта на основе одномерного преобразования Фурье // Автометрия. 1992. № 6. С. 21–24.

Поступила в редакцию 23.10.2023

После доработки 28.05.2024

Принята к публикации 04.06.2024
